

**ЗАХТЈЕВ ЗА ДАВАЊЕ САГЛАСНОСТИ НА ИЗВЈЕШТАЈ О УРАЂЕНОЈ  
ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ**

Шифра за идентификацију дисертације: 2210/14

Шифра УДК (бројчано): 517.98

Web адреса на којој се налази извјештај Комисије о урађеној докторској дисертацији:  
www.ffuis.edu.ba

**СЕНАТУ УНИВЕРЗИТЕТА У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ**

Молимо вас да, у складу са чланом 141. Закона о високом образовању, (Службени гласник РС број 67/20) дате сагласност на урађену докторску дисертацију:

**Назив дисертације: Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувилса са два кашњења**

Научна област УДК (текст): Математичка анализа

Презиме и име кандидата: **мр Наташа Павловић Комазец**

Ментор и састав комисије за оцјену дисертације:

1. Др Миленко Пикула, професор емеритус, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор,
2. Др Раде Лазовић, ванредни професор, Математичка анализа и примјене, Факултет организационих наука Београд, Универзитет у Београду, и
3. Др Владимир Владичић, ванредни професор, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву.

Главни допринос дисертације:

Докторска дисертација кандидаткиње мр Наташе Павловић Комазец под насловом *"Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувилса са два кашњења"* припада области Математичка анализа и примјене, специјално спектралној теорији диференцијалних оператора. Предмет истраживања докторске дисертације су директни проблеми за операторе са два константна кашњења. У директне спектралне задатке су укључени и задаци налажења регуларизованих трагова тих оператора. До тих појмова се дошло уопштавањем резултата о једнакости између трага  $n$ -димензионалних матрица и њених сопствених вриједности.

Прве резултате из области регуларизованих трагова класичних диференцијалних оператора добили су И. М. Гелџанд и Б. М. Левитан 1953. године. В. Б. Лидскиј и В. А. Садовничј су 1967. године увели нову методу за рјешавање задатака из области теорије регуларизованих трагова.

За регуларизоване трагове диференцијалних оператора са кашњењем прве резултате је добио М. Пикула 1983. године.

У монографији Ј. Е. Елсгољца су посматране једначине са више различитих кашњења, па је одређење за изучавање регуларизованих трагова за једначине са два кашњења заправо у скаладу са том научном тенденцијом.

Први и други регуларизовани трагови имају практични значај за добијање првих сопствених вриједности са повећаном тачношћу у односу на њихове вриједности добијене из асимптотике. Такође први регуларизовани траг који је добијен при претпоставци да су потенцијали из  $L_1[0, \pi]$  има значај и при рјешавању инверзних спектралних задатака.

Значај постигнутих резултата се огледа у томе што они отварају простор за даља истраживања у области директних и инверзних проблема диференцијалних оператора са кашњењима, која могу бити константна или промјењива, и има велики практични значај у физици, техничким наукама и нумеричкој математици.

**ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ**

Презиме и име кандидата : мр Наташа Павловић Комазец

Назив завршеног факултета: Природно-математички факултет у Новом Саду

Одсек, група, смјер: Одсек за математику

Година дипломирања: 1998.

Назив специјализације: -

Назив магистарске тезе: Регуларизовани трагови линеарних диференцијалних једначина са кашњењем

Научно подручје: Математика

Година одбране: 2009.

Факултет и мјесто: Филозофски факултет Пале

Објављени радови кандидата:

1. **Н. Павловић**, *Асимптотика својствених вриједности линеарне диференцијалне једначине са кашњењем*, Наука и настава на универзитету, пп. 591-604, ISBN 978-99938-47-16-8, 2009 ISBN 978-86-83237-90-6 (AU),

2. **Н. Павловић**, М. Пикула, *Регуларизовани трагови линеарних диференцијалних једначина са кашњењем*, Наука и политика, пп. 199-207, ISSN 1840-2402, 2011, ISBN 978-86-83573-28-8,

3. Н. Поповић, Б. Поповић, **Н. Павловић**, *Creation of Efficient Interactive Simulations in Higher Education Using Easy Java Simulations Software Tool*, Зборник радова МИТ конференције 2011-Математичке и информационе технологије, пп. 341-346, ISBN 978-86-83237-90-6 (AU), 2012,

4. М. Пикула, **Н. Павловић**, Љ. Диковић, *Конструкција рјешења граничног задатка са два константна кашњења и асимптотика сопствених вриједности*, Зборник радова са треће математичке конференције Републике Српске, Требиње, (2014), 83-91, ISBN 978-99976-600-0-8,

5. Vojvodić B., Pikula M., **Pavlović N.**, *The boundary value problem with one delay and two potentials-Construction of the Solution and Asymptotics of eigenvalues*, Proceedings, Fourth Mathematical Conference of the Republic Srpska, 1, (2014), 37-58,

6. **N. Pavlovic**, М. Pikula, B. Vojvodic, *First regularized trace of the limit assignment of Sturm-Liouville type with two constant delays*, *Filomat*, **29** (1), 51-62 (2015),

7. Pikula M., Vojvodić B., **Pavlovic N.**, *Construction of the solution of the boundary value problem with one delay and two potentials and asymptotics of eigenvalues*, *Mathematica Montisnigri*, XXXII, (2015), 119-139,

8. Vojvodić B., Pikula M., **Pavlović N.**, *Characteristic function and asymptotics of eigenvalues for Sturm-Liouville differential operator with two delays*, Proceedings of the Sixth Mathematical Conference of the Republic Srpska, (2017), 81-97, ISBN 978-99938-47-87-8,

9. Vojvodić B., **Pavlović Komazec N.**, *Inverse problems for Sturm-Liouville operator with potential functions from  $L_2[0, \pi]$* , *Mathematica Montisnigri*, Vol XLIX, (2020), 28-38,

10. Говедарица В., **Павловић Комазец Н.**, Новаковић Б., *Приручник за полагање квалификационог испита из математике*, Универзитет у Источном Сарајеву, Електротехнички факултет, (2017), ISBN 978-99976-682-4-0.

Назив и сједиште организације у којој је кандидат запослен: Електротехнички факултет у Источном Сарајеву

Радно мјесто: виши асистент

Потврђујемо да кандидат испуњава услове утврђене чланом 141. Закона о високом образовању (Службени гласник РС број 67/20).

У прилогу достављамо:

- Извјештај Комисије о оцјени урађене докторске дисертације;
- Приједлог одлуке Наставно-научног вијећа Филозофског факултета Пале о усвајању извјештаја Комисије за оцјену урађене докторске дисертације.

Д Е К А Н

Проф. др Драга Мاستиловић



Телефон/факс: + 387 (0)57 223 479, 227 410, Адреса: Алекс Шантића 1 71420 Пале, е-пошта: info@ff.ues.rs.ba, http://www.ff.ues.rs.ba  
Telefon/faks: + 387 (0)57 223 479, 227 410, Adresa: Alekse Šantića 1 71420 Pale, e-pošta: info@ff.ues.rs.ba, http://www.ff.ues.rs.ba  
Број: 1194/21

Датум: 8. 6. 2021. године

На основу члана 61. Закона о високом образовању Републике Српске (“Службени гласник Републике Српске”, број 67/20), члана 57. Статута Универзитета у Источном Сарајеву (број 01-С-294-III/11, 01-С-250-X/12, 01-С-41-XVII/13, 01-С-198-XX/13, 01-С-44-XVII/13 и 01-С-419-XXXIV/14, 01-С-716-1-XXII/16, 01-С-180-1-XXVIII/17 и 01-С-307-1-XXXIV/17) и члана 93. Статута Филозофског факултета Пале, Наставно-научно вијеће Филозофског факултета Пале, на 288. сједници, одржаној 8. јуна 2021. године, донијело је

## ПРИЈЕДЛОГ ОДЛУКЕ

о извјештају Комисије за оцјену и одбрану докторске дисертације  
кандидата мр Наташе Павловић Комазец

### I

Усваја се извјештај Комисије за оцјену и одбрану докторске дисертације *Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувил са два кашњења* мр Наташе Павловић Комазец, у саставу:

1. Др Миленко Пикула, професор емеритус, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор,
2. Др Раде Лазовић, ванредни професор, Математичка анализа и примјене, Факултет организационих наука Београд, Универзитет у Београду, и
3. Др Владимир Владичић, ванредни професор, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву.

### II

Коначну одлуку о усвајању извјештаја Комисије за оцјену и одбрану докторске дисертације *Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувил са два кашњења* мр Наташе Павловић Комазец, донијеће Сенат Универзитета у Источном Сарајеву.

ПРЕДСЈЕДНИК ВИЈЕЋА

Проф. др Драга Мاستиловић

Доставити:

- Сенату Универзитета;
- Кандидату;
- Комисији (1-3);
- У досије;
- У списе;
- Архиви.

Одлуком Наставно-научног вијећа Филозофског факултета Пале, Универзитета у Источном Сарајеву, број 976/21 од 11. 05. 2021. године, именована је Комисија за оцјену и одбрану урађене докторске дисертације кандидата **мр Наташе Павловић Комазец** под насловом **"Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувилса са два кашњења"**

(у даљем тексту: Комисија)<sup>1</sup> у сљедећем саставу:

1. Др Миленко Пикула, професор емеритус, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор,
2. Др Раде Лазовић, ванредни професор, Математичка анализа и примјене, Факултет организационих наука Београд, Универзитет у Београду и
3. Др Владимир Владичић, ванредни професор, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву.

Комисија је прегледала и оцијенила докторску дисертацију и о томе подноси Наставно-научном вијећу Филозофског факултета Пале, Универзитета у Источном Сарајеву сљедећи

## **ИЗВЈЕШТАЈ** **о оцјени урађене докторске дисертације**

### **1. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области**

Докторска дисертација кандидаткиње мр Наташе Павловић Комазец под насловом *"Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувилса са два кашњења"* припада области Математичка анализа и примјене, специјално спектралној теорији диференцијалних оператора. Предмет истраживања докторске дисертације су директни проблеми за операторе са два константна кашњења. У директне спектралне задатке су укључени и задаци налажења регуларизованих трагова тих оператора. До тих појмова се дошло уопштавањем резултата о једнакости између трага  $n$ -димензионалних матрица и њених сопствених вриједности.

Прве резултате из области регуларизованих трагова класичних диференцијалних оператора добили су И. М. Гелфанд и Б. М. Левитан 1953. године. В. Б. Лидскиј и В. А. Садовничј су 1967. године увели нову методу за рјешавање задатака из области теорије регуларизованих трагова.

За регуларизоване трагове диференцијалних оператора са кашњењем прве резултате је добио М. Пикула 1983. године.

У монографији Л. Е. Ељсгољца су посматране једначине са више различитих кашњења, па је одређење за изучавање регуларизованих трагова за једначине са два кашњења заправо у скаладу са том научном тенденцијом.

Први и други регуларизовани трагови имају практични значај за добијање првих сопствених вриједности са повећаном тачношћу у односу на њихове вриједности добијене из асимптотике. Такође први регуларизовани траг који је добијен при

<sup>1</sup> Комисија има најмање три члана од којих најмање један није у радном односу на Универзитету

претпоставци да су потенцијали из  $L_1[0, \pi]$  има значај и при рјешавању инверзних спектралних задатака.

Значај постигнутих резултата се огледа у томе што они отварају простор за даља истраживања у области директних и инверзних проблема диференцијалних оператора са кашњењима, која могу бити константна или промјењива, и има велики практични значај у физици, техничким наукама и нумеричкој математици.

## 2. Оцјену да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области

Кандидаткиња мр Наташа Павловић Комазец је у дисертацији под насловом *"Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувилса са два кашњења"* дошла до нових резултата у области одређивања регуларизованог трага за оперторе типа Штурма-Лиувилса са два константна кашњења.

У дисертацији је посматрана диференцијална једначина

$$-y''(x) + \sum_{k=1}^2 q_k(x)y(x - \tau_k) = \lambda y(x), \quad \lambda = z^2, \quad x \in [0, \pi]$$

типа Штурма-Лиувилса са два потенцијала и два константна кашњења за Робинове и Дирихлеове граничне услове и за различите почетне функције. Под претпоставком да су потенцијали  $q_k(x) \in L_1[0, \pi]$ ,  $k = 1, 2$ , методом карактеристичних функција која је аналогна поступку Гелфанда и Левитана израчунат је први регуларизовани траг. Такође је израчунат први регуларизовани траг за оператор са Робиновим граничним условима и

гдје је  $\frac{\pi}{3} \leq \tau_2 < \frac{\pi}{2} < 2\tau_2 \leq \tau_1 < \pi$ , а потенцијалне функције  $q_k(x)$ ,  $k = 1, 2$  су бесконачно диференцијабилне функције на својој области дефинисаности, методом Лидскиј-Садовничј. У дисертацији је проширена примјена теорије цијелих функција класе  $K$  на израчунавање регуларизованих трагова диференцијалних оператора Штурма-Лиувилса са два кашњења и два потенцијала при претпоставци да су потенцијали бесконачно диференцијабилне функције.

Комисија констатује да је дисертација урађена у складу са математичким научним стандардима и представља резултат оригиналног научно-истраживачког рада.

## 3. Преглед остварених резултата рада кандидата у одређеној научној области

Мр Наташа Павловић Комазец рођена је 23.04.1970. године у Сарајеву. Основно образовање стекла је у Основној школи „Милан Симовић” у Подграбу. Средњу школу Гимназија „Огњен Прица” у Сарајеву завршила је 1989. године. Након завршене гимназије уписује се на Природно-математички факултет, Одсјек за математику у Сарајеву. Због ратних дешавања у Босни и Херцеговини 1992. године школовање наставља на Природно-математичком факултету, Одсјека за математику у Новом Саду. Дипломирала је у априлу 1998. године и стекла стручни назив дипломирани математичар. На Филозофском факултету Универзитета у Источном Сарајеву, магистрирала је 2009. године на тему *„Регуларизовани трагови линеарних диференцијалних једначина са кашњењем“*.

Педагошки рад је започела као професор математике у Хемијско-технолошкој школи у Новом Саду (1998/99). Од септембра 1999. године до јула 2001. године ради у Средњошколском центру Пале, такође као професор математике.

Од фебруара 2000. године до данас је запослена на Електротехничком факултету Универзитета у Источном Сарајеву гдје је ангажована на предметима Катедре за математику као сарадник у настави. У октобру 2004. године на истом факултету је изабрана у звање асистента, а у марту 2010. године у звање вишег асистента за ужу научну

област Математичка анализа и примјене и Алгебра и геометрија, гдје наставља да изводи вјежбе на предметима: Математика 1, Математика 2, Математика 3 и Нумеричка математика. Такође је изводила вјежбе на Машинском, Пољопривредном и Филозофском факултету Универзитета у Источном Сарајеву из предмета: Математика 3, Математика, Елементарна математика, Увод у линеарну алгебру, Аналитичка геометрија, Вјероватноћа и статистика, Математика 1, Математика 2 и Нумеричке методе.

Учествовала је у четири научно-истраживачка пројекта од националног значаја који су финансирани од стране Министарства науке и технологије, Владе Републике Српске. У свом научно-истраживачком раду активно је учествовала на конференцијама, конгресима и семинарима из математике, гдје презентујући радове из области Спектралне теорије диференцијалног оператора типа Штурма-Лиувилса са кашњењем доприноси њеној актуелизацији.

Наводимо преглед најзначајнијих објављених радова кандидата:

1. **Н. Павловић**, *Асимптотика својствених вриједности линеарне диференцијалне једначине са кашњењем*, Наука и настава на универзитету, пп. 591-604, ISBN 978-99938-47-16-8, 2009 ISBN 978-86-83237-90-6 (AU),
2. **Н. Павловић**, М. Пикула, *Регуларизовани трагови линеарних диференцијалних једначина са кашњењем*, Наука и политика, пп. 199-207, ISSN 1840-2402, 2011, ISBN 978-86-83573-28-8,
3. Н. Поповић, Б. Поповић, **Н. Павловић**, *Creation of Efficient Interactive Simulations in Higher Education Using Easy Java Simulations Software Tool*, Зборник радова МИТ конференције 2011-Математичке и информационе технологије, пп. 341-346, ISBN 978-86-83237-90-6 (AU), 2012,
4. М. Пикула, **Н. Павловић**, Љ. Диковић, *Конструкција рјешења граничног задатка са два константна кашњења и асимптотика сопствених вриједности*, Зборник радова са треће математичке конференције Републике Српске, Требиње, (2014), 83-91, ISBN 978-99976-600-0-8,
5. Vojvodić B., Pikula M., **Pavlović N.**, *The boundary value problem with one delay and two potentials-Construction of the Solution and Asymptotics of eigenvalues*, Proceedings, Fourth Mathematical Conference of the Republic Srpska, 1, (2014), 37-58,
6. **N. Pavlovic**, М. Pikula, В. Vojvodic, *First regularized trace of the limit assignment of Sturm-Liouville type with two constant delays*, *Filomat*, **29** (1), 51–62 (2015),
7. Pikula M., Vojvodić B., **Pavlovic N.**, *Construction of the solution of the boundary value problem with one delay and two potentials and asymptotics of eigenvalues*, *Mathematica Montisnigri*, XXXII, (2015), 119-139,
8. Vojvodić B., Pikula M., **Pavlović N.**, *Characteristic function and asymptotics of eigenvalues for Sturm-Liouville differential operator with two delays*, Proceedings of the Sixth Mathematical Conference of the Republic Srpska, (2017), 81-97, ISBN 978-99938-47-87-8,
9. Vojvodić B., **Pavlović Komazec N.**, *Inverse problems for Sturm-Liouville operator with potential functions from  $L_2[0, \pi]$* , *Mathematica Montisnigri*, Vol XLIX, (2020), 28-38,
10. Говедарица В., **Павловић Комазец Н.**, Новаковић Б., *Приручник за полагање квалификационог испита из математике*, Универзитет у Источном Сарајеву, Електротехнички факултет, (2017), ISBN 978-99976-682-4-0.

#### 4. Оцјену о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему (по поглављима)<sup>2</sup>

Докторска дисертација *"Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувилса са два кашњења"* кандидаткиње мр Наташе Павловић Комазец урађена је у складу са свим неопходним научним и стручним квалитетима. Садржајно и методолошки испуњени су захтјеви представљени у пријави теме на основу чега је структурирана и комплетирана докторска дисертација.

Текст дисертације је подјелен у четири главе, а то су: Увод, Гранични проблеми Штурм-Лиувиловог оператора са два кашњења, Асимптотика сопствених вриједности оператора и Регуларизовани траг оператора.

Прва глава је уводног карактера, у њој су дате неке основне дефиниције и теореме везане за Штурм-Лиувилсов оператор, као и дефиниције диференцијалне једначине са помјереним аргументом. Такође су наведене неопходне формуле и теореме за аналитичко продужење неких трансцедентних функција. У Поглављу 1.4. су наведене дефиниције и потребне леме и теореме за одређивање регуларизованог трага методом Лидскиј-Садоничиј, а у Поглављу 1.5. је дат преглед најзначајнијих резултата из теорије регуларизованих трагова.

Оригинални резултати се налазе у другој, трећој и четвртој глави.

Глава 2, **Гранични проблеми Штурм-Лиувиловог оператора са два кашњења**, се састоји од два поглавља. У Поглављу 2.1 је посматран гранични проблем

$$-y''(x) + \sum_{k=1}^2 q_k(x)y(x-\tau_k) = \lambda y(x), \quad \lambda = z^2, \quad x \in [0, \pi] \quad (1)$$

$$y(x-\tau) \equiv y(0)\varphi(x-2\tau), \quad x \in [0, 2\tau], \quad y(0) = \varphi(0) = 1 \quad (2)$$

$$y'(0) - hy(0) = 0 \quad (3)$$

$$y'(\pi) + Hy(\pi) = 0 \quad (4)$$

гдје је  $\tau_1 = \tau$ ,  $\tau_2 = 2\tau$  и  $\frac{\pi}{3} \leq \tau < \frac{\pi}{2}$ ,  $h, H \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,  $q_k(x) \in L_1[0, \pi]$ ,  $k = 1, 2$ . Одређено је рјешење диференцијалне једначине (1) које задовољава услове (2) и (3), а потом је одређена карактеристична функција  $F(\tau, z)$  оператора користећи гранични услов (4) и извршена њена трансформација кориштењем елементарних тригонометријских идентитета и увођењем прелазних функција, тако да се добије облик који је погодан за одређивање сопствених вриједности посматраног оператора. У Поглављу 2.2 је ријешена диференцијална једначина (1) за почетни услов  $y(x-\tau_1) \equiv 0$ ,  $x \in (0, \tau_1]$ ,  $\tau_1 = k_0\tau_2$  и гранични услов  $y(0) = 0$ , затим је одређена и карактеристична функција  $F(z)$  користећи гранични услов  $y(\pi) = 0$ . Као и у Поглављу 2.1 је урађена трансформација карактеристичне функције у облик погодан за одређивање сопствених вриједности посматраног оператора.

Глава 3, **Асимптотика сопствених вриједности оператора**, се такође састоји од два поглавља. У Поглављу 3.1 је одређена асимптотика нула карактеристичне функције  $F(\tau, z)$  из Поглавља 2.1, а затим и асимптотика сопствених вриједности оператора (1)-(4). У Поглављу 3.2 је одређена асимптотика нула карактеристичне функције  $F(z)$  из Поглавља 2.2 као и асимптотика сопствених вриједности оператора посматраног у том поглављу.

Глава 4, **Регуларизовани траг оператора**, се састоји од три поглавља. У Поглављу 4.1 је одређен први регуларизовани траг оператора посматраног у Поглављу 2.1 методом

<sup>2</sup> Испуњеност обима и квалитета у односу на пријављену тему, нарочито, треба да садржи: аналитички и системски прилаз у оцјењивању истраживачког постављеног предмета, циља и задатака у истраживању; испуњеност научног прилаз у доказивања тврдњи или претпоставки у хипотезама, са обрадом података

карактеристичних функција. Такође је иста метода примјењена и у Поглављу 4.2 за одређивање првог регуларизованог трага оператора из Поглавља 2.2.

У Поглављу 4.3 је ријешен гранични проблем дефинисан са (1), (3) и (4) за  $\frac{\pi}{3} \leq \tau_2 < \frac{\pi}{2} < 2\tau_2 \leq \tau_1 < \pi$  и  $h, H \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , гдје су потенцијалне функције  $q_k(x)$ ,  $k=1,2$

бесконечно диференцијабилене функције на својој области дефинисаности, такве да је  $q_k(x) = 0$ ,  $x \in [0, \tau_k)$ ,  $k=1,2$  За одређивање првог регуларизованог трага овог граничног проблема примјењена је метода Лидскиј-Садовничј која користи елементе теорије цијелих функција класе  $K$ .

Представљени садржај текста дисертације прати Литература која садржи списак 45 библиографских јединица.

Имајући у виду наведено, Комисија закључује да докторска дисертација *"Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувила са два кашњења"*, по обиму садржаја и квалитету резултата истраживања, у потпуности испуњава циљеве који су дефинисани у њеној пријави.

## **5. Научни резултати докторске дисертације**

Научни резултати дисертације припадају области Математичка анализа и примјене и представљају значајан допринос спектралној теорији диференцијалних оператора, а посебно рјешавању директних проблема за диференцијалне операторе са кашњењем.

Научни допринос одређују нови научни резултати у области теорије регуларизованих трагова за диференцијалне операторе са два кашњења, што представља поопштење до сада добијених резултата из те области.

Резултати добијени у дисертацији представљају важан научни допринос и значајан искорак у правцу потпунијег сагледавања метода за одређивања првог регуларизованог трага диференцијалних оператора са више кашњења, као и за одређивањење другог регуларизованог трага у експлицитном облику.

## **6. Примјењивост и корисност резултата у теорији и пракси<sup>3</sup>**

Предмет истраживања дисертације су директни проблеми диференцијалних оператора типа Штурма-Лиувила са два кашњења, тачније први регуларизовани трагови тих оператора. Изучавање ових оператора је веома важно, јер се диференцијалне једначине са кашњењем сусрећу у многим областима: теорији аутоматског управљања, као и прилоком рјешавања проблема из биофизике, економије и других научних области. Овим једначинама се описују физичке појаве које не зависе само од садашњег тренутка, већ и од неког/их претходног/их тренутака. Значи да се велики број процеса и појава у природи описује једначинама са једним или више кашњења, па је рјешавање директних и инверзних спектралних задатака за диференцијалне операторе са кашњењима значајно и у другим научним областима.

## **7. Начини презентовања резултата у научној јавности<sup>4</sup>**

Дио резултата дисертације је презентован на научним скуповима, то се прије свега односи на Математичке конференције Републике Српске и објављено је у зборницима са тих скупова, то су радови: [4], [5] и [8]. Један дио резултат је објављен у међународном научном часопису водећег значаја који се налази на SCIE листи, рад [6]. Такође је дио резултата објављен у међународном часопису водећег значаја, радови [7] и [9].

<sup>3</sup> Истаћи посебно примјењивост и корисност у односу на постојећа рејешења теорије и праксе

<sup>4</sup> Наводе се радови докторанта у зборницима и часописима у којима су објављени (истраживачки проблеми и резултати предмета истраживања докторске дисертације)



## 8. ЗАКЉУЧАК И ПРИЈЕДЛОГ<sup>5</sup>

На основу детаљног увида у докторску дисертацију кандидаткиње мр Наташе Павловић Комазец, под насловом "Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувилса са два кашњења", и свега претходно наведеног у овом Извјештају, Комисија сматра да је кандидаткиња, позивајући се на релевантне изворе и систематизујући доступну литературу примјеном одговарајућих научних методологија, успјешно реализовала постављене циљеве истраживања и остварила очекиване резултате. Комисија потврђује да је докторска дисертација урађена у складу са пријавом коју је одобрило Наставно-научно вијеће Филозофског факултета у Палама и Сенат Универзитета у Источном Сарајеву, у погледу предмета, циља и метода истраживања и да је резултат оригиналног рада кандидаткиње.

**На основу свега наведеног Комисија позитивно оцјењује урађену докторску дисертацију и предлаже Наставно-научном вијећу Филозофског факултета Пале и Сенату Универзитета у Источном Сарајеву да прихвати Извјештај о оцјени докторске дисертације "Регуларизовани трагови граничних проблема генерисаних једначинама типа Штурма-Лиувилса са два кашњења" и да кандидаткињи мр Наташи Павловић Комазец одобри јавну одбрану докторске дисертације и стицање титуле доктора математичких наука.**

Мјесто: Пале

Датум: 20. 05. 2021. године

Комисија:

1. Др Миленко Пикула, у звању професор емеритус (НО Математичка анализа и примјене, УНО Математичка анализа и примјене), Универзитет у Источном Сарајеву, Филозофски факултет Пале, ментор и члан Комисије;

---

2. Др Раде Лазовић, у звању ванредни професор (НО Математичка анализа и примјене, УНО Математичка анализа и примјене), Универзитет у Београду, Факултет организационих наука у Београду, члан Комисије;

---

3. Др Владимир Владичић, у звању ванредни професор (НО Математичка анализа и примјене, УНО Математичка анализа и примјене), Универзитет у Источном Сарајеву, Филозофски факултет Пале, члан Комисије;

---

<sup>5</sup> У закључку се, поред осталог, наводи и назив квалификације коју докторант стиче одбраном тезе