

ЗАХТЈЕВ ЗА ДАВАЊЕ САГЛАСНОСТИ НА ИЗВЈЕШТАЈ О УРАЂЕНОЈ ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

Шифра за идентификацију дисертације: 51/15

Шифра УДК (бројчано): 517.98

Web адреса на којој се налази извјештај Комисије о урађеној докторској дисертацији:
www.ffuis.edu.ba

СЕНАТУ УНИВЕРЗИТЕТА У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ

Молимо вас да, у складу са чланом 149. Закона о високом образовању, (Службени гласник РС број 73/10, 104/11, 84/12, 108/13 и 44/15) дате сагласност на урађену докторску дисертацију:

Назив дисертације: **Конструкција оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем**

Научна област УДК (текст): Функционална анализа и теорија оператора

Презиме и име кандидата: **мр Исмет Калчо**

Ментор и састав комисије за оцјену дисертације:

1. др Миленко Пикула, редовни професор, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор;
2. др Цевад Бургић, ванредни професор, Математичка анализа и примјене и Методика наставе математике, Филозофски факултет Зеница, Универзитет у Зеници, предсједник;
3. др Владимир Владичић, доцент, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, члан.

Главни допринос дисертације:

Ова проблематика представља природни наставак на резултате из спектралне теорије класичних оператора типа Штурм-Лиувил. Наиме, инверзни спектрални проблем за класични Штурм-Лиувилев оператор детаљно је изучаван у времену од 1929.године до 1980. године. Пошто се четрдесетих година двадесетог вијека интензивно развијала теорија диференцијалних једначина са отклоњеним аргументима, па у вези са тим изучавани су и гранични спектрални задаци за Штурм-Лиувилев оператор са кашњењем. Тако на примјер, уз конструкције рјешења добијена је асимптотика спектра, и ријешена су одређена питања спектралног разлагања. Осамдесетих година двадесетог вијека М. Пикула је добио прве резултате из области регуларизованих трагова при различитим типовима кашњења, а потом исти аутор је добио прве резултате из области инверзних задатака при константном и промјењивом кашњењу. Различити типови кашњења пружају могућност отварања низа проблема из те проблематике.

Аутор ове дисертације је након детаљног упознавања са раније добијеним рјешењима, а посебно током израде магистарског рада уочио да су отворена нека питања из области инверзних задатака код промјењивог кашњења. Својим опредјељењем да рјешава директне и инверзне задатке за граничне проблеме са линеарним и билинеарним кашњењима дао је значајан допринос овој проблематици. Наиме, за оба оператора доказао је јединственост рјешења и примјеном методе карактеристичних функција конструисао оператор са раздјељеним граничним условима и нултом почетном функцијом.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Презиме и име кандидата : мр Исмет Калчо

Назив завршеног факултета: Природно-математички факултет у Сарајеву

Одсјек, група, смјер: Математика

Година дипломирања: 1997.

Назив специјализације: -

Назив магистарске тезе: Инверзни задаци за деференцијалне једначине типа Штурма - Лиувил са кашњењем облика $(x - \tau(x))$

Научно подручје: Математика

Година одбране: 2013.

Факултет и мјесто: Филозофски факултет Пале

Објављени радови кандидата:

1. Пикула М., Калчо И., Дестовић Ф., Direct and inverse spectral assignment for the operator Sturm-Liouville type with linear delay, *Mathematica Montisnigri* Vol XXXVII, December 2016.
2. Пикула М., Чатрња Е., Калчо И., Spectral problems for operators with deviating arguments., *Haceterepe Journal of Mathematics and Statistics*. (рад прихваћен за објаву)
3. Дестовић Ф., Калчо И., Some features of dialectical probability under standard vectorspace, *TTEM-Technics Technologies Education Management*, Volume 6, Number 4, 2011., ISSN 1840-1503.
4. Калчо И., Construction solutions differential operator type Sturm –Liouville border task with linear delay, *Bulletin of the international mathematical virtual institute* ISSN (p) 2303-4874, ISSN (o) 2303-4955.
5. Дестовић Ф., Калчо И., Application of Fokker-Planck equation in a vector Markov process, *Indian Journal of Applied Research*, Volume 4, Issue 2, February 2014., ISSN-2249-555.
6. Дестовић Ф., Калчо И., Fokker-Planck equation as a result of connections Maxwell field equations with some stationary processes, *Bulletin of the international mathematical virtual institute* ISSN (p) 2303-4874, ISSN (o) 2303-4955.
7. Дестовић Ф., Калчо И., Statistical analysis of the product of two sums of Ricean distributed variables and some of its applications, *TTEM*, Volume 7, No.2, 2012.
8. Дестовић Ф., Калчо И., Probability error determination in Diracs function (signal) in the applying of variation calculus , *TTEM- Technics Technologies Education Management*, Volume 8, Number3, 2013., ISSN 1840-1503.
9. Пикула М., Калчо И., Својствене вриједности оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем типа), *Зборник радова друге математичке конференције Републике Српске*, (2012), 73-85.
10. Пикула М., Калчо И., Конструкција рјешења граничног задатка са линеарним кашњењем, *Зборник радова треће математичке конференције Републике Српске*, (2013).
11. Калчо И., Милетић В., Билинеарно Кашњење, *Пета математичка конференција Републике Српске*, 2015.
12. Пикула М., Чатрња Е., Калчо И., Шарић А., Solving Sturm-Liouville type differential equation with two deviating arguments, *IX International Scientific Conference SED 2016*, Ужице, Република Србија.

Назив и сједиште организације у којој је кандидат запослен: Техничка школа Зеница

Радно мјесто: професор математике

Потврђујемо да кандидат испуњава услове утврђене чланом 149. Закона о високом образовању (Службени гласник РС број 73/10, 104/11, 84/12, 108/13 и 44/15).

У прилогу достављамо:

- Извјештај Комисије о оцјени урађене докторске дисертације;
- Приједлог одлуке Наставно-научног вијећа Филозофског факултета Пале о усвајању извјештаја Комисије за оцјену урађене докторске дисертације.

Д Е К А Н

Доц. др Драга Мاستиловић



Телефон/факс: + 387 (0)57 223 479, 227 410, Адреса: Алексе Шантића 1 71420 Пале, е-пошта: filozof@paleol.net, <http://www.ffuis.edu.ba>
Telefon/faks: + 387 (0)57 223 479, 227 410, Adresa: Alekse Šantića 1 71420 Pale, e-pošta: filozof@paleol.net, <http://www.ffuis.edu.ba>
Број: 1926/17

Датум: 4. 7. 2017. године

На основу члана 71. Закона о високом образовању Републике Српске ("Службени гласник Републике Српске", број 73/10, 104/11, 84/12, 108/13, 44/15 и 90/16) и члана 57. Статута Универзитета у Источном Сарајеву (број 01-С-294-III/11, 01-С-250-X/12, 01-С-41-XVII/13, 01-С-198-XX/13, 01-С-44-XVII/13 и 01-С-419-XXXIV/14), Наставно-научно вијеће Филозофског факултета Пале, на 242. сједници, одржаној 4. јула 2017. године, донијело је

ПРИЈЕДЛОГ ОДЛУКЕ

о извјештају Комисије за оцјену и одбрану докторске дисертације
кандидата мр Исмета Калче

I

Усваја се извјештај Комисије за оцјену и одбрану докторске дисертације *Конструкција оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем* кандидата мр Исмета Калче, у саставу:

1. др Цевад Бургић, ванредни професор, Математичка анализа и примјене и Методика наставе математике, Филозофски факултет Зеница, Универзитет у Зеници, предсједник;
2. др Миленко Пикула, редовни професор, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор и
3. др Владимир Владичић, доцент, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву.

II

Коначну одлуку о усвајању извјештаја Комисије за оцјену и одбрану докторске дисертације *Конструкција оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем* кандидата мр Исмета Калче, донијеће Сенат Универзитета у Источном Сарајеву.

ПРЕДСЈЕДНИК ВИЈЕЋА

Доц. др Драга Мاستиловић

Доставити:

- Сенату Универзитета;
- Кандидату;
- Комисији (1-3);
- У досије;
- У списе;
- Архиви.

Одлуком Наставно-научног вијећа Филозофског факултета Пале, Универзитета у Источном Сарајеву број 1402/17 од 16.05.2017., именована је Комисија за оцјену и одбрану урађене докторске дисертације кандидата **мр Исмета Калче**, под насловом **„Конструкција оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем“**.

(У даљем тексту Комисија) у сљедећем саставу:

1. Др Цевад Бургић, ванредни професор, ужа научна област Математичка анализа и примјене, и Методика наставе математике, Филозофски факултет Зеница, Универзитет у Зеници, предсједник;
2. Др Миленко Пикула, редовни професор, ужа научна област Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор;
3. Др Владимир Владичић, доцент, ужа научна област Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, члан.

Комисија је прегледала и оцијенила докторску дисертацију и о томе подноси Наставно-научном вијећу Филозофског факултета Пале, Универзитета у Источном Сарајеву сљедећи

ИЗВЕШТАЈ **о оцјени урађене докторске дисертације**

1.Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области

Докторска дисертација кандидата мр Исмета Калче под називом **„Конструкција оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем“**, припада ужој научној области Математичка анализа и примјене, специјално области Спектрална теорија диференцијалних оператора типа Штурм-Лиувил са отклоњеним аргументом.

Предмет истраживања дисертације односи се на директне и инверзне проблеме за операторе са различитим типовима промјењивог кашњења.

Ова проблематика представља природни наставак на резултате из спектралне теорије класичних оператора типа Штурм-Лиувил. Наиме, инверзни спектрални проблем за класични Штурм-Лиувил оператор детаљно је изучаван у времену од 1929.године до 1980. године. Пошто се четрдесетих година двадесетог вијека интензивно развијала теорија диференцијалних једначина са отклоњеним аргументима, па у вези са тим изучавани су и гранични спектрални задаци за Штурм-Лиувил оператор са кашњењем. Тако на примјер, уз конструкције рјешења добијена је асимптотика спектра, и ријешена су одређена питања спектралног разлагања. Осамдесетих година

двадесетог вијека М. Пикула је добио прве резултате из области регуларизованих трагова при различитим типовима кашњења, а потом исти аутор је добио прве резултате из области инверзних задатака при константном и промјењивом кашњењу. Различити типови кашњења пружају могућност отварања низа проблема из те проблематике.

Аутор ове дисертације је након детаљног упознавања са раније добијеним рјешењима, а посебно током израде магистарског рада уочио да су отворена нека питања из области инверзних задатака код промјењивог кашњења. Својим опредјељењем да рјешава директне и инверзне задатке за граничне проблеме са линеарним и билинеарним кашњењима дао је значајан допринос овој проблематици. Наиме, за оба оператора доказао је јединственост рјешења и примјеном методе карактеристичних функција конструисао оператор са раздјељеним граничним условима и нултом почетном функцијом.

Гранични задатак за оператор са линеарним кашњењем има облик

$$\begin{aligned} -y''(x) + q(x)y(\gamma(x)) &= \lambda y(x) = z^2 y(x) \\ y(x) &= (1 - \alpha)x - \beta, \quad q \in L_2[0, \pi] \\ y(\gamma(x)) &\equiv 0, x \in [0, \xi_1], \quad \xi_1 = \frac{\beta}{1 - \alpha} \\ y'(0, z) - hy(0, z) &= 0, \quad h \in R \\ y'(\pi, z) + Hy(\pi, z) &= 0 \quad H \in R \end{aligned}$$

Аутор је конструисао рјешење овог граничног задатка за произвољан број корака $k_0 \in N$. Потом је конструисао карактеристичну функцију

$$\begin{aligned} F(z) &= \left(-z + \frac{hH}{z}\right) \sin \pi z + (h + H) \cos \pi z + \\ &+ \sum_{k=1}^{k_0} \left\{ \frac{1}{z^{k-1}} a_{cs^{k-1}c}(z) + \frac{1}{z^k} [ha_{cs^k}(z) + Ha_{s^k c}(z)] + \frac{hH}{z^{k+1}} a_{s^{k+1}}(z) \right\}. \end{aligned}$$

Ту је аутор доказао да карактеристична функција припада класи цијелих функција експоненцијалног типа и јединичног степена раста. Осим тога, функција је парна по промјењивој $z \in C$ и нуле јој се асимптотски налазе у околинама цијелих бројева

$$z_n = \pm \left[n + \left(\frac{H}{\pi} + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \tilde{q}^+(\theta) \cos 2n\theta d\theta \right) \frac{1}{n} + O\left(\frac{\int_0^\pi \tilde{q}^+(\theta) \cos 2n\theta d\theta}{n^2} \right) \right] (n \rightarrow \infty),$$

а потом је добијена асимптотика сопствених вриједности оператора

$$\lambda_n = n^2 + \frac{2}{\pi} H + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \tilde{q}^+(\theta) \cos 2n\theta d\theta + O\left(\frac{1}{n} \int_0^\pi \tilde{q}^+(\theta) \cos 2n\theta d\theta \right).$$

На тај начин је заокружен директни спектрални задатак који је аутор поставио у самом почетку. Ови резултати су оригинални и први пут су излагани на Другој математичкој конференцији Републике Српске у Требињу 2012.године и објављени су у Зборнику радова са те конференције.

У другом дијелу процавања овог граничног задатка аутор поставља и рјешава инверзни спектрални задатак. Претпоставља се да је $k_0 = 1$, а потом и $k_0 = 2$. Осим тога, ради техничких поједностављења претпоставља се да је и $h = 0$. Рјешење инверзног проблема добијено је методом карактеристичних функција у комбинацији са примјеном Фуријеове анализе. Најприје се конструише такозвана прелазна функција, а потом по специјално разрађеној методологији добија се и потенцијал оператора. Ови резултати су објављени у математичким часописима *Mathematica Montisnigri*, Vol XXXVII и *Journal of Mathematical Sciences Advances and Applications*, Volume 44.

Код изучавања граничног задатка са билинеарним кашњењем облика,

$$\begin{aligned} -y''(x) + q(x)y(\gamma(x)) &= \lambda y(x), \quad \gamma(x) = x - \tau(x) \\ y(x - \tau(x)) &\equiv 0, \quad x < \tau(x), \quad \gamma(x) = x - \frac{ax + b}{x + c} \\ y'(0, z) - hy(0, z) &= 0, \quad h \in R \\ y'(\pi, z) + Hy(\pi, z) &= 0 \quad H \in R \end{aligned}$$

аутор се ограничава на тропараметарску фамилију и налаже оригиналне услове на односе та три параметра који обезбјеђују конструкцију рјешења, при таквој функцији кашњења, методом корака. Рјешење са граничним условом на лијевој крају добијено је у облику

$$\begin{aligned} y_l(x, z) &= \cos zx + \frac{h}{z} \sin zx + \frac{1}{z} a_{sc}(z) + \frac{h}{z^2} a_{ss}(z) + \\ &\sum_{k=2}^l \left[\frac{1}{z^k} \int_{D_k(x)} Q(T_k) \sin z(x - t_1) S_k(T_k) \cos z\gamma(t_k) dT_k + \right. \\ &\left. + \frac{h}{z^{k+1}} \int_{D_k(x)} Q(T_k) \sin z(x - t_1) S_k(T_k) \sin z\gamma(t_k) dT_k \right], \quad l = \overline{2, K_0}. \end{aligned}$$

Посебан значај за остварење постављених циљева има рјешење на завршном размаку (ξ_{K_0}, π) и оно је дато са

$$\begin{aligned} y_{k_0}(x, z) &= \cos zx + \frac{h}{z} \sin zx + \frac{1}{z} a_{sc}(z) + \frac{h}{z^2} a_{ss}(z) + \\ &\sum_{k=2}^{k_0} \left[\frac{1}{z^k} \int_{D_k(x)} Q(T_k) \sin z(x - t_1) S_k(T_k) \cos z\gamma(t_k) dT_k + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{h}{z^{k+1}} \int_{D_k(x)} Q(T_k) \sin z(x - t_1) S_k(T_k) \sin z \gamma(t_k) dT_k \Big].$$

Даље, користећи гранични услов на десном крају размака конструише се карактеристична функција

$$F(z) = \left(-z + \frac{hH}{z}\right) \sin \pi z + (h + H) \cos \pi z + a_{cc}(z) + \frac{1}{z} (ha_{cs}(z) + Ha_{sc}(z)) + \\ + \frac{hH}{z^2} a_{ss}(z) + \Delta F(\pi, z) + \frac{d}{dx} \Delta F(\pi, z).$$

Функција F има слична својства као и код првог оператора. Потом, према раније описаној процедури аутор конструише асимптотику својствених вриједности

$$\lambda_n = n^2 + \frac{2}{\pi} (h + H) + (-1)^n a_n^+ + \frac{(-1)^n}{n} \left[hb_n^- + Hb_n^+ - \frac{h + H}{\pi} \hat{b}_n^+ \right] + o\left(\frac{\hat{b}_n^+}{n^2}\right).$$

Ови резултати излагани су на Шестој математичкој конференцији Републике Српске одржаној у Источном Сарајеву 2016.године и биће објављени у Зборнику радова са те конференције. Ова информација је добијена од уредништва Зборника.

У другом дијелу изучавања овог оператора аутор даје рјешење инверзног проблема. Наиме, варирајући граничне услове на десном крају, а потом примјењујући методу карактеристичних функција уз ослањање на Адамарову теорему конструише се интегрална једначина Волтеровог типа по прелазној функцији. Аутор је доказао да се на основу два низа својствених вриједности не може једнозначно реконструисати тропараметарска фамилија билинеарног кашњења, па се ограничава на двопараметарску фамилију.

Ови резултати објављени су у Journal of the Ramanujan Mathematical Society.

Комисија сматра да постигнути резултати у докторској дисертацији кандидата мр Исмета Калче представљају значајан допринос спектралној теорији диференцијалних оператора, посебно везаних за рјешавање директних и инверзних проблема диференцијалних оператора са промјењивим кашњењем. Значај постигнутих резултата огледа се и у томе што они отварају простор за даља истраживања у области директних и инверзних проблема диференцијалних оператора са кашњењима, а такође за примјену на рјешавање математичких проблема који се појављују у великом броју других научних области.

2. Оцјена да је урађена дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области

Кандидат мр Исмет Калчо је у дисертацији под називом, „Конструкција оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем“ дошао до нових резултата у области рјешавања инверзних проблема за диференцијалне операторе са линеарним и билинеарним кашњењем. Наиме, од четрдесете до деведесет и шесте странице налазе се оригинални резултати аутора, те Комисија констатује да је дисертација урађена у складу са математичким научним стандардима и да представља оригиналан допринос рјешењу актуелне области спектралне теорије оператора са промјењивим кашњењима.

3.Преглед остварених резултата рада кандидата у одређеној области

Мр Исмет Калчо рођен је у Травнику 17.08.1969. године. Основну школу завршио је у Витезу, а Средњу електротехничку школу у Травнику. Природно математички факултет одсјек математика завршио је у Сарајеву и стекао звање професор математике 10. 06. 1997. Мастер студиј из математике и информатике уписује на Филозофском факултету Зеница 2010, године, а исти је завршио 2011. године и стекао је звање магистар математике и информатике.

На Филозофском факултету Пале, Универзитета у Источном Сарајеву 11.12. 2013. године одбранио је магистарски рад из области математичке анализе и стекао стручно звање магистра математичких наука.

Свој педагошки рад започео је 1997. године у Електротехничкој школи Зеница, која ускоро прераста у Техничку школу у којој и данас ради на мјесту професора математике. Сарадник је на Политехничком и Машинском факултету Универзитета у Зеници у звању Вишег асистента за предмете Инжењерска математика 1, Инжењерска математика 2 и Инжењерска математика 3 од 2012. године.

У свом научно-истраживачком раду активно је учествовао на конференцијама, семинарима и савјетовањима из математике, гдје презентујући радове из Спектралне теорије диференцијалног оператора типа Штурм-Лиувил са отклоњеним аргументом доприноси њеној актуелизацији. Објавио је дванаест научних и стручних радова из уже научне области математичке анализе са примјенама и вјероватноће и статистике.

У свом педагошком раду постигао је значајне успјехе и код припремања ученика за такмичења, како на градском и кантоналном нивоу, тако и на федералном нивоу.

Ожењен је и отац двоје дјеце. Живи и ради у Зеници.

Објављени радови:

Радови објављени у међународним часописима

1. Пикула М., Калчо И., Дестовић Ф., Direct and inverse spectral assignment for the operator Sturm-Liouville type with linear delay, *Mathematica Montisnigri* Vol XXXVII, December 2016.
2. Пикула М., Чатрња Е., Калчо И., Spectral problems for operators with deviating arguments., *Nacettepe Journal of Mathematics and Statistics*. (рад прихваћен за објаву)
3. Дестовић Ф., Калчо И., Some features of dialectical probability under standard vectorspace, *TTEM-Technics Technologies Education Management*, Volume 6, Number 4, 2011., ISSN 1840-1503.
4. Калчо И., Construction solutions differential operator type Sturm –Liouville border task with linear delay, *Bulletin of the international mathematical virtual institute* ISSN (p) 2303-4874, ISSN (o) 2303-4955.
5. Дестовић Ф., Калчо И., Application of Fokker-Planck equation in a vector Markov process, *Indian Journal of Applied Research*, Volume 4, Issue 2, February 2014., ISSN-2249-555.
6. Дестовић Ф., Калчо И., Fokker-Planck equation as a result of connections Maxwell field equations with some stationary processes, *Bulletin of the international mathematical virtual institute* ISSN (p) 2303-4874, ISSN (o) 2303-4955.
7. Дестовић Ф., Калчо И., Statistical analysis of the product of two sums of Ricean distributed variables and some of its applications, *TTEM*, Volume 7, No.2, 2012.
8. Дестовић Ф., Калчо И., Probability error determination in Diracs function (signal) in the applying of variation calculus, *TTEM- Technics Technologies Education Management*, Volume 8, Number3, 2013., ISSN 1840-1503.

Радови саопштени на скупу међународног значаја штампани у цјелини

1. Пикула М., Калчо И., Својствене вриједности оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем типах – $\tau(x)$, *Зборник радова друге математичке конференције Републике Српске*, (2012), 73-85.
2. Пикула М., Калчо И., Конструкција рјешења граничног задатка са линеарним кашњењем, *Зборник радова треће математичке конференције Републике Српске*, (2013).
3. Калчо И., Милетић В., Билинеарно Кашњење, *Пета математичка конференција Републике Српске*, 2015.

4. Пикула М., Чатрња Е., Калчо И., Шарић А., Solving Sturm-Liouville type differential equation with two deviating arguments, IX International Scientific Conference SED 2016, Ужице, Република Србија.

Учешће на конгресима, конференцијама и семинарима од стручног и научног значаја

1. Друга математичка конференција Републике Српске, Требиње, јуни 2012.
2. Трећа математичка конференције Републике Српске, Требиње, јуни 2013.
3. Четврта математичка конференције Републике Српске, Требиње, јуни 2014.
4. Пета математичка конференције Републике Српске, Требиње, јуни 2015.
5. Шеста математичка конференције Републике Српске, Пале, јуни 2016.
6. IX International Scientific Conference SED 2016, септембар 2016, Ужице, Република Србија.

4. Оцјена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему

Докторска дисертација кандидата мр Исмета Калче „Конструкција оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем“ у складу је са свим неопходним стручним и научним квалитетима. Резултати дисертације представљају оригиналан научни рад кандидата са савременим научно-методолошким и теоријским критеријумима и методама истраживања. Испуњени су садржајно и методолошки захтјеви представљени у пријави теме, на основу чега је дисертација структурисана, комплетирана и урађена поштујући све принципе научног рада.

Текст дисертације обухвата 99 страна и састоји се из четири главе а то су:

Увод, Неки елементи из функционалне анализе, Директни и инверзни спектрални задатак за оператор типа Штурм-Лиувил са линеарним кашњењем, Директни и инверзни спектрални задатак за оператор типа Штурм-Лиувил са билинеарним кашњењем.

У дисертацији је доказано шеснаест теорема и двије леме, као и наведени докази осам теорема, два става и двије леме у другој глави.

У првој глави дисертације, **Уводу** (стр. 9-19), укратко је описана област којој припада тема дисертације, појава и историјски развој ове проблематике као и основни појмови о диференцијалним једначинама са помјереним аргументом. Наведени су сви значајни

результати везани за инверзне проблеме линеарних диференцијалних оператора, као и инверзни проблеми типа Штурм-Лиувилса са кашњењем.

У другој глави, **Неки елементи из функционалне анализе** (стр. 20-39), дат је кратки преглед теорије из фундаменталних области функционалне анализе која је неопходан апарат за рјешавање директних и инверзних спектралних задатака генерисаних диференцијалним изразом другог реда. Наведене су дефиниције, тврдње и теореме којим се рјешава Кошијев проблем за линеарну диференцијалну једначину као и примјена принципа контракције код рјешавања Волтерове интегралне једначине. Исто тако, дефинисан је скаларни производ као и Хилбертови простори, а наведене су и најважније теореме које се користе у спектралној теорији. У овој глави дефинисани су и Фуријеови редови као и наведене особине Фуријеове анализе, уведени су и интегрални оператори Фредхолмовог и Волтеровог типа. Укупно је наведено и преузето из литературе двадесет пет теорема од којих је доказано осам, пет тврдњи, а двије доказане и девет лема од којих су двије доказане.

Трећа глава дисертације **Директни и инверзни спектрални задатак за оператор типа Штурм-Лиувилса са линеарним кашњењем** (стр.40-67), посвећена је конструкцији рјешења једначине са граничним условом на лијевом крају, а потом је конструисана карактеристична функција и асимптотика сопствених вриједности према условима на десном крају размака. Затим, на основу два низа својствених вриједности ријешен је и инверзни задатак. У овој глави доказано је седам теорема и двије леме.

У четвртој глави **Директни и инверзни спектрални задатак за оператор типа Штурм-Лиувилса са линеарним кашњењем облика $x - \tau(x)$** (стр. 68-96). Након постављеног граничног задатка аутор детаљно анализира билинеарно кашњење са становишта да је функција гама бесконачно диференцијабилна, да је у нули негативна, да је строго растућа и да се у некој тачки интервала $(0, \pi)$ анулира. Такође, аутор поставља услове на функцију кашњења који обезбјеђују примјену методе корака за рјешење диференцијалне једначине. Након тога, проведена је комплетна процедура рјешења директног и инверзног задатка. У овој глави доказано је девет теорема.

Садржај текста ове докторске дисертације прати **Литература** (стр. 97-99), која садржи списак од 39 библиографских јединица.

5. Научни резултати докторске дисертације

Тема ове докторске дисертације припада модерној области Спектралне теорије диференцијалних оператора типа Штурм-Лиувилса са промјењивим кашњењем. Како је раније наведено, задаци које је рјешавао аутор у овој дисертацији у том облику први пут су постављени и рјешавани од стране аутора. Стога су и резултати оригинални, научно релевантни и актуелни. Истичемо да је на тај начин кандидат изразом своје дисертације дао оригиналан научни допринос у горе поменутој научној области.

6. Примјенљивост и корисност резултата у теорији и пракси

Дата проблематика изучавана у дисертацији која припада области Спектралне теорије диференцијалног оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем веома је ефикасна у рјешавању доста широке класе проблема у математици, механици, физици, електроници, геофизици, метеорологији и другим природним наукама.

Данас, можда и најинтензивнији развој ове математичке дисциплине представљају инверзни спектрални задаци, који подразумевају конструкцију линеарног оператора уколико су познате неке његове спектралне карактеристике. То су на примјер спектри за различите граничне услове, спектрална функција, подаци о расијању и други.

До проблема такве природе доводе неки задаци квантне механике, као на примјер одређивање унутар атомских сила на основу задатих нивоа енергије, тј. на основу спектра који се може одредити експериментално. У теорији електромагнетних поља проблем се састоји у одређивању скаларних или векторских функција из којих се могу израчунати вектори јачине електромагнетног поља и које се називају потенцијали електромагнетног поља. Потенцијали се користе у теоријским разматрањима, али и за рјешавање конкретних проблема поља, пошто је у већини случајева поље лакше ријешити преко потенцијала, него директно.

Наиме, велики број појава у природи описује се једначинама са кашњењем, те је изучавање директних и инверзних спектралних задатака веома битно управо због примјенљивости датих резултата у другим научним областима.

7. Начини презентовања резултата у научној јавности

Докторска дисертација кандидата мр Исмета Калче садржи значајне резултате од којих је дио презантован широј научној јавности кроз објављене радове као и јавна излагања на домаћим и међународним конференцијама.

8. ЗАКЉУЧАК И ПРИЈЕДЛОГ

Кандидат мр Исмет Калчо проучава проблематику спектралне теорије диференцијалних оператора већ шест година јер је 2013. године одбранио магистарски рад из те области. Већ тада, он је показао интерес за дубље изучавање те проблематике.

Дисертација под насловом „Конструкција оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем“ резултат је оригиналног научног рада, са испуњеним савременим научно-методолошким и теоријским критеријумима, добро структурисана

гдје су испоштовани принципи научног рада, са систематичним, јасним и детаљним садржајем што представља допринос Спектралној теорији диференцијалних оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењима. Постигнути резултати добијени у докторској дисертацији отварају простор за даља истраживања у области директних и инверзних проблема за диференцијалне операторе са кашњењима, а такође за примјену на рјешавање математичких проблема који се појављују у великом броју других научних области.

Детаљним увидом у докторску дисертацију, „**Конструкција оператора типа Штурм-Лиувил са промјењивим кашњењем**“ кандидата мр Исмета Калчекао и анализом наведеном у Извјештају, Комисија сматра да су испуњени сви критеријуми потребни за њену квалитетну оцјену као и усаглашеност добијених резултата са постављеним задацима у пријави дисертације, те једногласно и са задовољством предлаже Наставно-научном вијећу Филозофског факултета и Сенату Универзитета у Источном Сарајеву да прихвате позитивну оцјену дисертације и одобре њену јавну одбрану.

Пале, 25. 05. 2017. године

Чланови комисије

-
1. Др Џевад Бургић, ванредни професор, ужа научна област Математичка анализа и примјене и Методика наставе математике, Филозофски факултет Зеница, Универзитет у Зеници, предсједник
-
2. Др Миленко Пикула, редовни професор, ужа научна област Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор
-
3. Др Владимир Владичић, доцент, ужа научна област Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву, члан

