

Редакција

Проф. др Бабић Миланка, Универзитет у Источном Сарајеву, БиХ
Проф. др Бањанин Милорад, Универзитет у Источном Сарајеву, БиХ
Проф. др Вуковић Мирјана, Универзитет у Сарајеву, БиХ
Проф. др Говедарица Видан, Универзитет у Источном Сарајеву, БиХ
Доц. др Драшковић Бранислав, Универзитет у Источном Сарајеву, БиХ
Проф. др Живковић Драгица, Универзитет у Београду, Србија
Проф. др Кнежевић Саша, Универзитет у Источном Сарајеву, БиХ
Доц. др Мутабџија Горан, Универзитет у Источном Сарајеву, БиХ
Проф. др Печенцов Александар, Државни универзитет Ломоносов, Русија
Проф. др Пикула Миленко, Универзитет у Источном Сарајеву, БиХ
Академик проф. др Пилиповић Стеван, Универзитет у Новом Саду, Србија
Проф. др Томић Милош, Универзитет у Источном Сарајеву, БиХ
Проф. др Црњац Миљенко, Универзитет у Осигеку, Хрватска
Проф. др Шпијуновић Крстивоје, Универзитет у Крагујевцу, Србија
Проф. др Шћепановић Радоје, Универзитет Црне Горе, Црна Гора

Радове у овој књизи су рецензирали:

Проф. др Бањанин Милорад
Проф. др Вуца Петар
Проф. др Говедарица Видан
Проф. др Дејић Мирко
Доц. др Драшковић Бранислав
Проф. др Живановић Милан
Проф. др Живковић Драгица
Проф. др Живковић Миленко
Проф. др Ибро Ваит
Доц. др Јокановић Душан
Проф. др Јовић Горан
Проф. др Кочинац Саша
Проф. др Љешевић Милутин
Проф. др Љубоје Зоран
Проф. др Мандић Данимир
Проф. др Марић Ђуро
Доц. др Маричић Сања
Доц. др Марковић Оливера
Проф. др Милетић Мићо
Доц. др Милинковић Драгица
Проф. др Милошевић Радослав
Доц. др Петрашевић Александра
Доц. др Пецељ Пурковић Јелена
Проф. др Пикула Миленко
Проф. др Шпијуновић Крстивоје

Зборник је штампан уз финансијску подршку
Министарства науке и технологије Владе Републике Српске.

Универзитет у Источном Сарајеву
Филозофски факултет Пале

Посебна издања
НАУЧНИ СКУПОВИ

Књига 8
том 3

НАУКА И ГЛОБАЛИЗАЦИЈА

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ

ЗБОРНИК РАДОВА СА НАУЧНОГ СКУПА
(Пале, 17 - 19. мај 2013.)

Пале, 2014

НАУЧНИ СКУП
НАУКА И ГЛОБАЛИЗАЦИЈА

Књига 8
том 3

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ

Издавач:

Филозофски факултет Универзитета у Источном Сарајеву

За издавача:

Проф. др Миланка Бабић

Главни уредник:

Проф. др Миленко Пикула

Секретар редакције:

Проф. др Саша Кнежевић

Технички уредник и компјутерски слог:

Властимир Пантић

Лектура и коректура:

Доц. др Сања Куљанин

Доц. др Биљана Самарцић

Штампа:

“DIS COMPANY” д.о.о. Пале

Тираж:

300 примјерака

Пале, 2014

COBISS.RS-ID 4281880

Пленарно предавање

ГЛОБАЛНЕ РАЧУНАРСКЕ МРЕЖЕ И ТЕХНОЛОГИЈЕ ПРЕТРАЖИВАЊА

Увод

Одавно је добро познато да је мрежа универзално коришћен концепт за објашњавање бројних феномена у разним областима знања, а сада и као најприродније и најснажније средство за стварање, представљање, пренос, размену и дељење знања. Развој рачунарских мрежа променио је и функције и форме и структуру комуникације те омогућио брзо комуницирање и сарадњу са другим мрежама широм земљиног глобуса. Глобална, или мрежа свих мрежа, која повезује милионе рачунарских мрежа дистрибуиране у скоро свим земаљама широм света, тј. интернет, развио се у „међуповезану матрицу рачунара и мрежа“ чија је логичка и физичка структура нелинеарна, интерактивна и тродимензионална. Идеја о интернету као галактичкој рачунарској мрежи, изложена је у раду *On-Line Man Computer Communication*, чији су аутори J. C. R. Licklider и V. Clark (1962), која је претходно разрађена у експерименталном пројекту Агенције за пројекте напредног истраживања (ARPA – Advanced Research Project Agency), америчког Министарства одбране. Пројекат је започео 1969, као ARPAnet, а преко њега су истраживачи, едукатори, војни персонал и владине агенције могли представљати информације, делити податке, размењивати поруке и преносити фајлове. На свом почетку мрежа је имала четири чвора, а од 1993. ARPAnet је преименован у интернет који данас повезује милијарду чворова и више милијарди интернет корисника.

Током досадашњег развоја интернета као глобалне мреже често је актуелизовано питање његове судбине, посебно после Сноуденових открића о злоупотребама мрежне комуникације. Сада је актуелна прича о престанку функционисања невладине непрофитне организације ICANN („Ајкан“), која управља технологијом система електронске поште тако што „срце интернета“ или систем домена глобалне мреже DNS (*Domain Network System*), преводи бројеве из адресе рачунара у симболичке интернет адресе. Предвиђања су да овај систем престаје са радом у наредној години, а о томе како ће се управљати интернетом од септембра 2015, када поједине агенције из САД званично престану да контролишу функције познате као IANA, расправљаће се на састанку у Лондону током јуна 2014.

* banjaninmilorad@gmail.com

Интернет, заснован на пакетном преносу података, односно *TCP/IP* (*Transfer Control Protocol/Internet Protocol*) нуди низ стандардних протокола погодних за *размену* и *дељење* података, док протоколи апликационог нивоа спецификују два аспекта интеракције: *представљање* и *пренос* података.

Представљање података карактеришу јасна синтакса података који се размењују и одређена форма која се користи током преноса, превођења целих бројева, карактера и датотека између рачунара.

У *преносу података* одвија се интеракција између рачунара чије су улоге клијент и сервер, а грешке у синтакси и семантици поруке те управљању грешкама током размене доводе до прекида интеракције.

Треба истаћи да је са доласком интернет комуникације промењено и значење појма интеракција (*interaction*). Интеракција описује начин или мод на који објекти у систему међусобно комуницирају у циљу остваривања очекиваног понашања и извршавања одговарајућег задатка. Она представља спецификацију порука које објекти међусобно прослеђују, реализујући на тај начин међусобну комуникацију. Интеракција се дефинише у контексту врсте сарадње којом су представљене улоге које објекти имају у посматраној комуникацији и везе које постоје између објеката у том тренутку.

У *размени података* корисник чита податке који су актуелни само у тренутку читања. Након размене података корисник не може бити сигуран јесу ли размењени подаци још увек актуелни, јер је могуће да је дошло до њихове промене на извору, што корисник не може знати док их поново не прочита.

Дељење података представља динамичан процес у коме више корисника може истовремено приступити актуелним подацима. Податак промењен од стране неког корисника или система доступан је у реалном времену свим другим корисницима.

1. Интернет и веб

Уназад неколико деценија форме комуникације које су створили *интернет* и *веб* биле су незамисливе. Заједничка карактеристика интернета и веба је да су развијени као комплексне мреже што подразумева да имају основне елементе- чворове и везе са сложеним констелацијама односа између њих и комплексним конфигурацијама стања у функционисању. Наравно, треба нагласити да је честа је замка њиховог поистовећивања па је потребно постојећу разлику дефинисати.

Интернет је *физичка структура рачунарских мрежа* која функционише према законима физике и логике као глобална мрежа свих мрежа. Формиран је међусобним повезивањем више мрежа пакетне комуникације а тај приступ омогућава инкорпорирање нових технологија у било које време без потребе за заменом постојећих технологија. Ради тога

је данас интернет постао производни, мултимедијални комуникациони систем који омогућава било ком пару рачунара да комуницира као да су конектовани на једну мрежу. Односно, рачунар може да шаље пакет било ком другом рачунару који је конектован на интернет. Физички, интернет је колекција мрежа међусобно повезаних уређајима који се називају рутери. Сваки рутер је мрежни уређај посебне намене који се конектује на две или више мрежа и намењен је процесирању трансфера интернет пакета међу мрежама.

Рачунари који се конектују на интернет се називају хостови. Хост може бити велики рачунар (нпр, суперкомпјутер) или мали рачунар (нпр, мобилни телефон). Сваки хост се конектује на једну од физичких мрежа на интернету. Илузију једног комуникационог система даје софтвер интернет протокола. Сваки хост или рутер на интернету мора да покреће софтвер који крије детаље о физичкој конекцији и стара се о слању сваког пакета до његове дестинације.

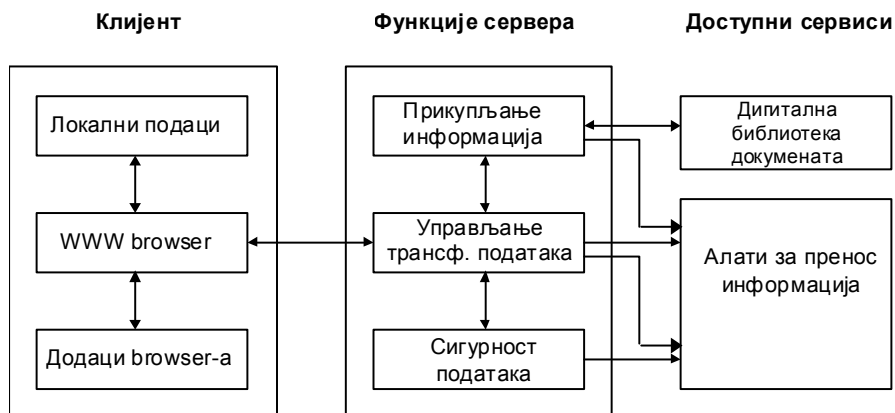
Веб је *виртуелна мрежна структура* која повезује различите јединице комуникације у чворовима мреже и функционише на логичким и физичким основама интернета. Придев виртуелан приписује се различитим појмовним категоријама и може да „означава могућност која човека "ослобађа" од многих блокада и делимичних ограничења у свакодневном животу“, до нивоа апстракције. Source: <http://www.pravoslavie.ru/srpska/47475.htm> ©Pravoslavie.Ru).

Виртуелна реалност, као појам, давно је ушла у свакодневну употребу и најбоље се може сагледати кроз понашање људи, нарочито младих који делују као да су се "искључили" из реалности јер се у потпуности усредсређују на рачунарски монитор и сложене програмске средине, створене за решавање производних и бизнис задатака али и садржаја забаве и живота у целини. Већина младих људи појам виртуелне стварности повезује са "биоскопским" приказом у фантастичним филмовима и књигама. Комплетан одговор на питање могао би да попуни стотине страница и питање је да ли би био довољно исцрпан. У предмету ове теме треба истаћи да поред мреже (веба) виртуелни могу бити простор, инфраструктурни објекти, системи, процеси, апликације, сервиси и други инфроамционо-технолошки (ИТ) производи. Од посебног је значаја виртуелизација различитих стилова интеракција човека са рачунарима, мрежама или информационо комуникационим системима. *Циљ виртуелизације је ефективније и ефикасније управљање системима и ресурсима у постојећој инфраструктури*, те смањење оптерећености хардвера, потрошње енергије, трошкова и комплексности ИТ система, повећавајући тако флексибилност. Осим користи од смањења трошкова, виртуелизација доноси предност у бољој искористивости ресурса. Виртуелизовати се могу оперативни системи, платформе, меморијски простор на диску, мреже и апликације. Такође, омогућава постојање динамичких база података, гдје физички сервери осигуравају мноштво

ресурса који се по потреби узимају. Однос апликација за рачунање, чување и мрежне ресурсе динамички се мења како би се достигло захтевано радно оптерећење и делотворност.

Виртуализација је резултат комбинације растућих потреба и напретка ИТ-а. Последњих неколико година виртуелни уређаји постали су стандардни развојни објекти. Битна карактеристика виртуализације је повећавање прилагодљивости ситета јер их чини апстрактним до тачке да се програми могу више пута распоређивати без директне везаности за специфични физички сервер. Виртуелне апликације и уређаји садрже програме који су у потпуности или делимично програмирани тако да изводе специфичне задатке веб-сервера или сервера база података те побољшавање способности брзог стварања и развијања апликација. Имплементација апликација је одвојена од имплементације сервера, па се апликације могу брзо распоређивати и скалирати, без потребе за физичким серверима.

Архитектуру веба чини HTML (Hypertext Markup Language) који форматирањем етикета (тагова) описује информацију на веб-страници, задужен је за представљање података и њихов изглед на вебу.



Слика 1: Блок дијаграм архитектуре клијент, сервер, доступни сервиси

Управљање интернетом и веб апликацијама

Интернет као главна мрежа представља кичмени стуб (Backbone) – који повезује чворове односно све умрежене рачунаре на планетарној равни. Питање управљања интернетом је релативно мало познато огромном броју корисника одонсно учесника интернет комуникације. Официјелно не постоји јединствена или централна извршна агенција или управљачко тело (СЕО) или одбор директора за вођење интернета. Операције управљања интернетом су подељене на „стотине хиљада

чворова“ и додљене појединим функционалним јединицама, групама, тимовима или одборима:

1. Интернет друштво (*Iso – Internet Society*); чији је задатак да омогућава глобалну кооператвну комуникацију корисника са интернетом;

2. Конзорцијум веб широм света (*W3C – World Wide Web Consortium*) – означава групу која развија стандарде за веб и промовише нове веб технологије;

3. Јединица за решавање питања интернет инжењеринга (*IETF – Internet Engineering Task Force*) што подразумева развој техничких интернет стандарда и протокола;

4. Одбор за интернет архитектуру (*IAB – Internet Architecture Board*) са задатком надгледања интернет процеса и

5. Група за одобравање интернет стандарда (*IESG – Internet Engineering Steering Group*).

Развој веба представљају четири генерације а ентитети који се мрежно повезују су еволуирали од информација у документима (Web 1,0) и учесника (људи) у социјалним заједницама (Web 2,0), до знања у семантичком вебу (Web 3,0) и интелигенције у холистичком вебу (Web 4,0) стварајући огромне количине веб-страница чија је доступност корисницима омогућена програмима за претраживање (Browsers) и системима претраживања (Google, Yahoo!, Microsoft-ov Bing и посебно Baid-у за кинески језик).

За повезивање различитих комуникационих јединица као што су документи информација, учесниц (људи) као индивидуални корисници или чланови друштвених заједница, области знања са нагласком на семантичке аспекте, интелигенције као холистичког контекста данас се користе технологије Web3D. Web3D је скуп технологија намењених приказу виртуелних окружења на интернету. Дистрибуирана виртуелна окружења омогућавају географски дислоцираним корисницима повезивање кроз рачунарске мреже у реалном времену, дељење виртуелног простора, као и размену искуства у таквим окружењима. Циљ Web3D технологија јесте тродимензионална интерактивна реалистична графика, покретна у реалном времену, доступна за посматрање и манипулисање коришћењем у склопу стандардних веб-читача. Убрзани развој 3D виртуелна окружења у оквиру интернета доводе до еволуције у 3D интернет који има озбиљну пословну функцију.

Савремене веб-апликације су самостални, комплексни софтверски системи чији развој захтева методолошки исправан аналитички и дизајнерски приступ. Веб-апликације могу да имају карактеристике концентрисане на документ, на интеракцију, на трансакцију или у новије време, карактеристике семантичког веба.

Архитектуру семантичког веба чине два важна информационо-технолошка стандарда и трећи – конструкциони који носи кључну улогу. Та два стандарда су *XML* (eXtensible Markup Language) који одређује структу-

ру податка и *RDF (Resource Description Framework)* као централни протокол на вебу (заснован као W3C стандард) који описује семантичке везе између електронских извора. Најбитнији и најтеже остварив чинилац семантичког веба јесу онтологије као метаинформације (информације о информацијама) односно модели за представљање знања. За свако поље људског знања морају се креирати онтологије. Онтологије нису ни знање, а ни информације. У контексту семантичког веба, онтологије креирају везе између различитих појмова унутар информације користећи онтолошки језик. Процес интерпретације ових израза и њихових међусобних релација у оквиру информације врши се од стране инфоагената и то кроз облик дедуктивног „размишљања“ којим рачунар долази до нових информација из почетних оригиналних информација.

Интерферентни механизми су тачке у којима се комбинују достигнућа из области вештачке интелигенције са онтологијама везаним за специфичну област знања као и са упитима од стране корисника. Уз помоћ ових механизма реализује се процес дедуктивно „размишљање“, препознатљиво у генерисању нових информација заснованих на почетним информацијама. Инфоагенти су инстанце интерферентног механизма, а сваки агент ради са онтологијом за специфичну област људске делатности. У том раду они имају способност да „уче“ и учествују у процесу извођења нових информација из почетних података. За учење их оспособљава компонента вештачке интелигенције. За разлику од рачунара на данашњем вебу, где „информација представља само збир обрађених података“, концепција Web 3.0 подразумева интеграцију база знања. Базе знања се граде за поједине *области знања* попут физике, хемије, биологије, инжењерства, политике, веба, социологије, филозофије, историје, итд. Ове дисциплине могу, такође, имати и своје подгрупе.

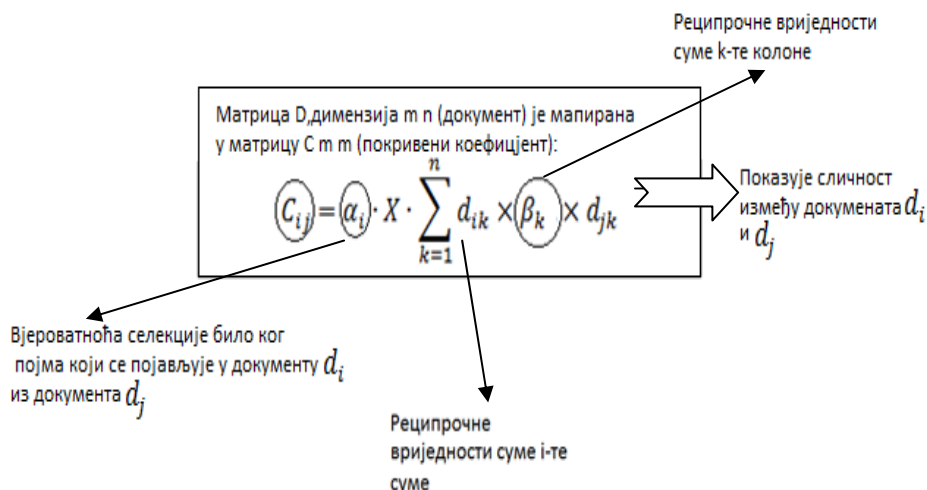
2. Програми за претраживање

Информације које се преносе кроз мрежу су организоване у *документе*, као основне информационе јединице. Проблем преоптерећења информацијама и документима се решава разним методама за филтрирање и дељење информација, које се претходно морају визуелизовати, а користе се следеће методе:

1. Структурно моделирање – фокусира карактеристике основне структуре комплексне мреже или колекције докумената.

2. Графичко представљање – модел семантичког растојања (Brooks) указује да је SDM – семантичко растојање централни концепт у одређивању релевантности и сличности докумената. *Семантичко растојање између два документа* је у генеричким стаблима дескриптора дефинисано као *број корака од једног до другог документа дуж постојећих линкова у структури*.

Матрица D , димензија $m \times n$ (документ) је мапирана у матрицу C $m \times m$ (коэффициент покривања). Концепт коэффициента покривања омогућава мерење сличности између докумената у мултидимензионалном простору. Сваки документ мора садржавати најмање један појам и сваки појам се мора појавити у најмање једном документу. Постоји и коэффициент растављања који мери колико је документ различит од свих других докумената.



WWW (World Wide Web) означава основни сервис интернета или колекцију веб-странице (Web page) а састоји се од низа HTML/XHTML докумената којима се може приступити уз помоћ веб-претраживача (browser) преко своје URL адресе. Реч документ у мрежном контексту може бити не само текст, већ и графика, звук, мултимедијални садржај или хиперлинк који упућује на неки други документ, а који се могу преносити од сервера ка клијенту. Посебно треба дефинисати и Веб-презентацију као скуп информација дизајнираних и представљених као индивидуални ентитет. Може садржати елементе као што су делови или поглавља, али је обично креирана, ажурирана и представљена као јединствен објекат. Web презентација документа може да садржи једну или више WWW страна.

По дефиници веб-сервис представља било који сервис доступан у дистрибуираним окружењима као што је интернет (или интранет мреже), а који користи стандардизовани XML систем за размену порука, те који није искључиво везан за било који оперативни систем или програмски језик.

Веб-сервис се може дефинисати као софтверски систем дизајниран да подржи интероперабилну машина–машина директну интеракцију преко мреже. Основна идеја веб-сервиса је да се омогући комуникација између софтверских ентитета без обзира на платформу за коју су развијени (оперативни систем и хардвер) и програмски језик у коме су имплементирани (C++, Java, C#, итд.). Веб-сервиси су креирани да раде „иза сцене“, искоришћавајући постојећу мрежну инфраструктуру, како би био олакшан при-

ступ подацима и информацијама, а пекомпатибилности сасвим превазилазе скупом софтверских стандарда као што су XML, SOAP, UDDI и WSDL. Ови стандарди омогућују дефинисање, паковање, приступање и извршавање података и програма преко интернета.

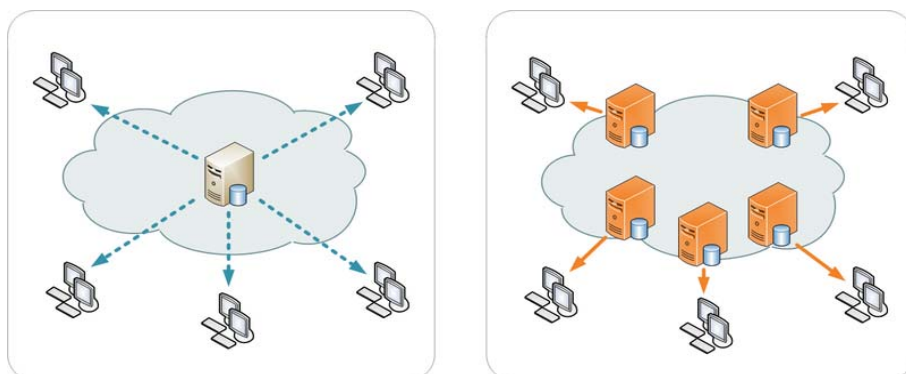
Претраживачки програми и системи омогућили су бржи развој напредне технологије и апликације познате као Web 2.0 чија је филозофија узајамно повећање *колективне интелигенције* и додате вредности за сваког учесника динамичким стварањем и дељењем информација на веб-страницама. Док Веб 1.0 само једносмерно представља податке, Веб 2.0 подразумева интерактивну колаборативну комуникацију између корисника интернета и савремених веб апликација, као и између самих корисника међусобно. Посетиоци више нису само заинтересовани примаоци информација, већ суделују у њиховом стварању, допуњавању, модификовању и преношењу Број веб-страница је огроман и константно се мења не само зато што сајтови настају и гасе се невероватном брзином већ и зато што се на свим сајтовима непрекидно мењају садржаји.

Web 3.0 се зове семантички и може се описати као интелигентни веб, односно веб „удружен“ са вештачком интелигенцијом. Семантички веб је место на коме су све информације тако категоризоване и ускладиштене да их рачунар може разумети подједнако добро као и човек. Дакле, семантички веб „учи“ рачунар шта подаци значе, а рачунар потом уз помоћ вештачке интелигенције може да изведе закључак из наученог и да га примењује у следећим претрагама.

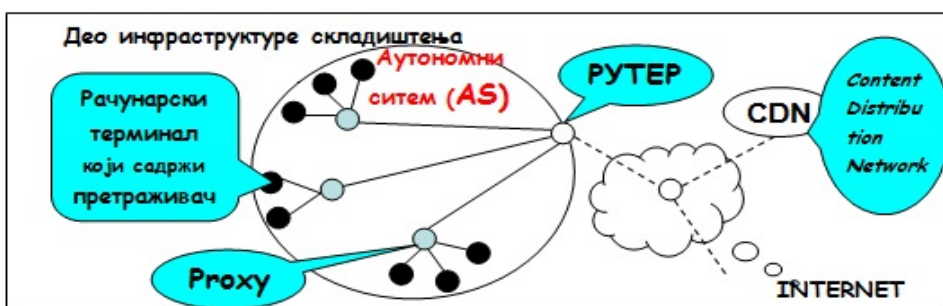
Web 3.0 доприноси ефикасном претраживању и тиме што омогућује својом концепцијом посебан начин представљања информација које се на вебу могу посматрати и као скупови глобално повезаних онлајн база података. Да би семантички веб функционисао рачунари треба да имају приступ структурисаним колекцијама информација и да утврде дефинисана правила аутоматизованог управљања. Циљ семантичког веба је представљање информација на вебу не само људима већ и у облику који је читљив машинама. Системи за претраживање на интернету као замену за недостатак значења на вебу и анализу презентација, користе кључне речи и концепте који се подударају са терминима и упутствима које поставља корисник. Следећа генерација система за претраживање је проучавала контекст аутоматизованом или мануелном провером веза (линкова) до и од страница и садржаја на вебу, преводећи кључне речи и сажетке у концепте. Аутоматизована класификација и категоризација резултата је сада уобичајена.

Складиштење није само ограничено на локалне мреже аутономних система. Различите инфраструктуре су коришћене на интернету све до 2000. године, када су појављују изузетно велике *дистрибутивне мреже садржаја* – *CDN (content distribution networks)*, способне да чувају податке на нивоу читавих географских региона. У пракси постоји проблем при избору страница које ће бити складиштене. Проблем са којим се суочавамо добро је познат у теорији комплексности под именом *subset sum* (сума подскупа).

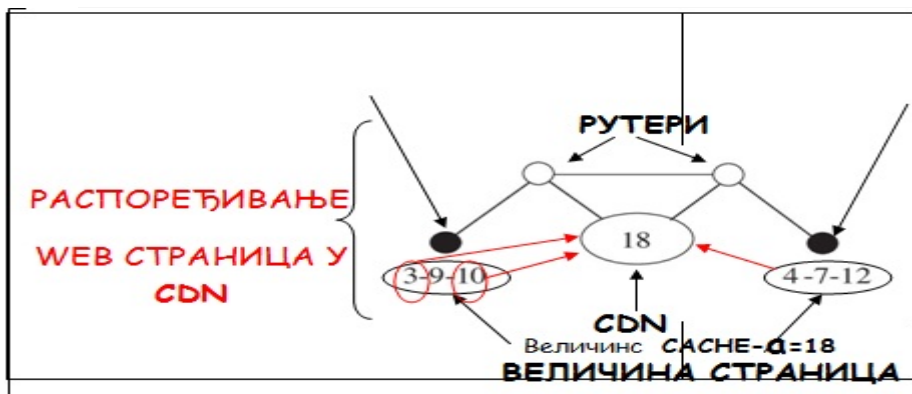
Стварна предност складиштења страница не односи се само на њихову величину, већ и на реалну удаљеност између извора странице и рачунара који је захтева.



А) Традиционална шема дистрибуције Б) *CDN* шема дистрибуције



Слика 2: Шеме дистрибуције и инфраструктура складиштења



Слика 3: Два рачунара (означени великим црним тачака) размеђују веб-странице у поједностављеној мрежи са два рутера и једним *CDN*-ом.

3. Претраживачки системи

Први претраживачки системи често су стварали више проблема него што су могли да реше, враћајући огромне листе информација без икакве рационалне основе. Претраживање интернета је био посао за програмере и експерте, док су обични људи били изгубљени у мору небитних информација.

Око 2000. године појавио се Google и постигао спектакуларан успех за веома кратко време. Оно што је Google представио била је преломна иновација, алгоритам Page Rank (низ страница) базиран на математичком концепту Марковог ланца (Markov chain) који веб-страницама додељује вредност њихове „популарности“ на основу броја долазећих веза на веб-графикону, враћајући странице са највећим вредностима заједно са онима које садрже кључне речи захтева.

Након Google-овог успеха и други претраживачки системи почели су да користе карактеристике веб-графикана како би побољшали квалитет резултата кроз популарност страница, тако да скоро сви претраживачки системи данас користе исту технологију

Напредак веб-технологија је значајно повећао примену база хипермедијалних докумената које се називају хипермедијалне базе података. Хипермедијална база података је заправо веб-страница која се састоји од хиперлинкованих мултимедијалних страна. Дистрибуирана база података је база података која се не налази у целини на једном рачунару, већ је раздвојена на више локација које су повезане комуникационом мрежом

Анатомија претраживачких система

1. *Обрађивање основне структуре података и алгоритама који су коришћени*

Претраживачки системи сакупљају огромне количине података са интернета које се морају сортирати у меморији и бити спремне да се пошаљу корисницима као одговори на њихова питања. Углавном се састоје од колона, матрица и разгранатих структура. Оно што је најважније јесте начин на који се уводе и враћају подаци, јер чак и најмања недоследност постаје драматична због величине ових структура.

Подаци су организовани у инверзном систему који се углавном састоји из три огромне табеле:

- Табела докумената D (D: DOCUMENTS),
- Табела термина T (T: TERMS),
- Табела постављања P (P: POSTING LIST).

D: DOCUMENTS

docID	URL
...	...
...	...
5	thebeatles.com
...	...
...	...
20	submarinechannel.com
...	...
...	...
90	en.wikipedia.org/wiki/Yellow_Submarine
...	...
...	...

T: TERMS

term	posting
...	...
...	...
beatles	10
...	...
...	...
submarine	70
...	...
...	...

P: POSTING LISTS

i	...	10				32	...	70					82	...	
p	...	5	8	90	6	...	\$...	20	1	90	4	...	\$...

Слика 4: Инверзни систем података са три велике табеле

- Сакупљене странице добијају цели број као идентификацију *docID* и градацијски по величини смештају се у ТАБЕЛИ D (D: DOCUMENTS). На приказаном примеру табеле су оригиналне дигитално ремастеризоване компилације са сајта Битлса – *Original Compilations Remastered – The Beatles* (docID = 5); затим на сајт о анимацији – *Submarinechannel* (docID = 20); и на сајт са причом о песми *Yellow Submarine* (docID = 90). И URL и комплетан текст страница су ускладиштени (текст странице није приказан на слици).
- Термини присутни у свим документима су смјешетни у ТАБЕЛИ T (T: TERMS) по абecedном реду. Подразумева се да су термини речи на свим природним језицима, укључујући и њихове погрешне конструкције ако их има; акроними, и-мејл (e-mail) адресе, тј. све присутне конструкције знакова и карактера.
- Место постављања (posting) термина у табели T, указује на позицију у ТАБЕЛИ P (P: POSTING LIST) од које почиње листа елемената који се односе на дати термин.

Утврђивање које странице међу хиљадама садрже кључне речи корисничког питања води до рангирања добијених докумената у односу на њихову релевантност.

2. Сакупљање података са мреже и смештање у меморије претраживачких система

Овим задатком се баве сакупљачи (*crawlers*) – рачунарски програми дизајнирани за сакупљање што вишег броја веб-страница. Велики број сакупљача ради паралелно и константно испитују мрежу.



Слика 5: Сакупљачи (*crawlers*) – рачунарски програми

За разлику од *претраживача* који се налази у рачунару корисника и дизајниран је да пронађе веб-странице чија је URL адреса позната, *сакупљач* се налази у претраживачком систему и дизајниран је да сакупи све доступне странице са ограничењем које одређује структура система –минимална количина отпада и небитних података.

Програм сакупљача користи две структуре података и то *сплет познат као QUEUE* и *две табеле, A и B*. Основна алгоритамска структура сакупљача дата је на слици 6.

```
algorithm CRAWLER 1
  starting condition:  $URL_1, \dots, URL_s$  are in QUEUE ;
  while QUEUE  $\neq \emptyset$  {
    QUEUE  $\rightarrow$  URL;
    if (URL  $\notin$  A) {
      request TEXT(URL);
      URL  $\rightarrow$  A; TEXT(URL)  $\rightarrow$  B;
      forany link L in TEXT(URL) {
        let L point to URL';
        if (URL'  $\notin$  A) URL'  $\rightarrow$  QUEUE; } } }
```

Слика 6: Алгоритам сакупљача докумената у систему претраживања

Овај веома једноставан алгоритам се користи у претраживању све док у сплету нестане URL-а адреса које треба испитивати. При томе се за задњу адресу коју треба испитивати користи завршна команда *while QUEUE $\neq \emptyset$* и она практично проверава *сплет који је празан*. Цели субграфика веб-страница се посећују и алгоритам може наставити бесконачно у случају да се константно мења садржај сајта.

Појам дубоког веба

Веб-сајтови су често организовани као комплетни субграфикони страница, као различити нивои, крећући се тако ниво по ниво са додатком у веб-адресама како би се дошло до што више прецизних података. У примеру веб-адресе



први део пуне адресе *en.wikipedia.org* је највиши ниво док је део */wiki/* нижи, а део *Uniform_resource_locator* најнижи ниво, при чему странице нижих нивоа сачињавају тзв. *дубоки веб (deep Web)*. Делове дубоког веба *сакупљачи* не узимају у обзир јер се до њих може доћи директно када претраживачки систем приказује страницу вишег нивоа која указује на ниже делове.

3. Одређивање критеријума за утврђивање релевантности странице

Релевантност $R(p,t)$ странице p представља се као функција било ког термина t који се у њој појављује. Ако велики број страница упућује на p , користећи исти термин t у њиховом анкор тексту, t постаје изузетно релевантно за p и вредност $R(p,t)$ расте учестало.

Положај термина t у страници p је од важности у појављивању t у URL -у, или у наслову, или у првим реченицама у p . Страница p' може указивати на p преко одређених речи у тексту које је могуће кликнути. Овакви делови текста се зову *anchor text* што је веома лако изводљиво у HTML опису странице. Сви претраживачки системи третирају *anchor text* као веома релевантан и за страницу која упућује и за ону на коју се упућује.

Овај механизам је различит међу претраживачким системима и најчешће је непознат и чуван у тајности.

1. *Релевантност странице на основу TFIDF* је један од два главна критеријума коришћених за утврђивање важности странице у одговарању на питање корисника.

Широко прихваћена мера комбинује учесталост појављивања термина TF (*Term Frequency*) са инверзном учесталости докумената IDF (*In-*

verse Document Frequency) названа је TFIDF (Term Frequency –Inverse Document Frequency) и базирана је на резултату:

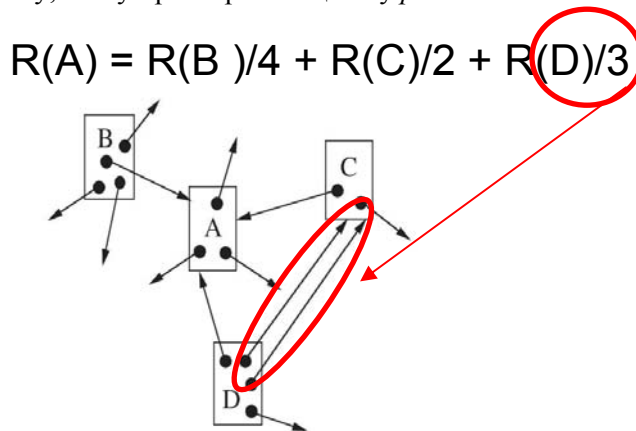
$$S(p,t) = TF(p,t) \times IDF(t),$$

где учесталост термина $TF(p,t)$ представља број појављивања t подељен са укупним бројем термина у p , а $IDF(t)$ се рачуна на следећи начин:

$$IDF(t) = \log_2 \left(\frac{C}{C_t} \right).$$

C_t представља број страница који садрже t у колекцији страница C .

2. Други критеријум за оцену релевантности је популарност странице као функција њене локације на веб-графику. Овај метод рангирања увео је Google бројећи долазеће линкове и посете на свакој страници као меру њихове популарности *Page Rank*. Релевантност $R(p,t)$ странице p представља се као функција било ког термина t који се у њој појављује. Положај термина t у страници p је од важности у појављивању t у *URL*-у, или у наслову, или у првим реченицама у p .



Слика 7: Рангирање странице независно од корисничких захтева

Страница p може указивати на p преко одређених речи у тексту на које је могуће кликнути. Овакви делови текста се зову *anchor text*. Сви претраживачки системи третирају *anchor text* као веома релевантан и за страницу која упућује и за ону на коју се упућује што је веома лако изводљиво у *HTML* опису странице.

Ако велики број страница упућује на p користећи исти термин t у њиховом анхор тексту, t постаје изузетно релевантно за p и вредност $R(p,t)$ расте учестало. Алгоритам ранга странице (*Page Rank algoritam*) је један од критеријума за утврђивање популарности странице у функцији њене локације на веб-графику. Страница A са долазећим линковима од B , C и D има ранг $R(A)$ израчунат као сума рангова страница које упућују на њу, сваки подељен са бројем одлазећих линкова.

Утврђивање које странице међу хиљадама садрже кључне речи корисничког питања води до рангирања добијених докумената у односу на

њихову релевантност. Рангирање странице је потпуно независно од корисничких захтева. Што је више долазећих линкова на једној страници, то је већа вероватноћа да ће корисник до ње доћи; а на тај начин страница добија значајније ранг место.

3. У исто време, други метод који такође користи структуру веб-графика, познат је као HITS (*Hyperlink Induced Topic Searcs*) а предложен да рангира странице искључиво на основу корисничких питања. Популарност странице је функција њене локације на веб-графику.

Страна p има не-негативну ауторитативну вредност $A(p)$ (*authority weight*) и не-негативну хаб вредност $H(p)$ (*hub weight*), које се међусобно повећавају:

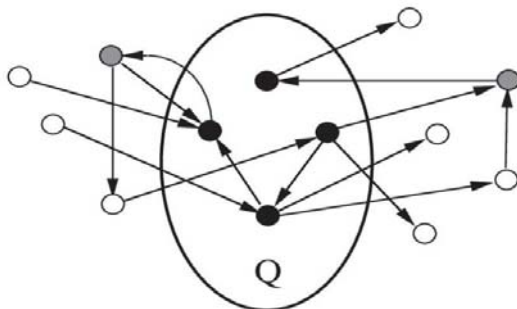
$$A(p) = \sum_{s \in S} H(s) \quad H(p) = \sum_{t \in T} A(t)$$

где је :

- S скуп страница које упућују на p , а
- T скуп термина на страницама које упућују на p .

Важан је „ауторитет страница“ на коју упућује много важних страница (hub) страница а важна (hub) страница је она која упућује на много важних ауторитета.

БАЗА ЗАХТЕВА



Слика 8: Модел hub странице

Оба метода су изузетно значајна за даљи развој претраживачких система.

4. Како одговорити на захтев корисника

Информације које сакупљачи акумулирају и рангирање страница омогућавају претраживачким системима да задовоље потребе корисника што је боље могуће. То значи производњу листе одговора на било које питање са циљем да се повећа заинтересованост корисника.

Важни елементи у задовољавању потреба корисника су: организованост табела D, T и P по редоследу *docID* елемената у опадајућем смеру како би потрага за најпопуларнијим страницама са једном или више кључ-

них речи прво приказала странице са највишим рангом, а потом прекинула операцију када би ранг прешао испод одређене границе, а онда рангирање читавих група кључних речи које се често појављују заједно у питањима као и повећавање ранга страница које су често кликнуте или чак складиштење готових одговора на најчешће постављена питања.

5. Како употреба дистрибутивних техника и паралелног процесирања омогућава финални резултат

Очигледно је да би претраживање интернета, индексирање и одговарање на корисничке задатке било немогуће остварити у оквиру једног великог рачунара. Због природе задатака, све операције претраживачких система се ефикасно обављају паралелно.

Сакупљање и индексирање подељени су међу независним машинама, са ограниченом количином посла за дистрибутивне послове и сакупљање података. У моменту када корисник постави задатак, он је достављен у географски најближе, или мање оптерећене центре и додељене одређеној машини која ће дати одговор. Странице у одговору су пронађене у глобалној структури података и узете са централних дискова који садрже копију целог вебa.

4. Претраживање и алгоритми сортирања видео-фајлова

Медији као носиоци информација у мултимедијалним системима су: текст, битмапиране слике, 3Д слике, 3Д анимације, звук и видео. Интегрисана комбинација дигитално манипулисаног текста, звука, графике, анимације и видео-елемената представља мултимедиј. Мултимедијални садржаји захтевају велики меморијски простор када се налазе у библиотеци крајњег корисника (у његовом рачунару) или велики пропусни опсег када се дистрибуирају преко мрежа које су повезане водовима (жицама), оптичким влакнима или преко бежичних мрежа.

Мултимедијалне садржаје човек, као њихов корисник, осећа својим чулима, доминантно чулом вида (осећа слику, графику, анимацију) и чулом слуха (осећа звук, музику, аудио-секвенце...). Практичан пример мултимедијалног комуникационог система код кога је заступљена комбинација ова два садржаја је телевизија, где човек оба садржаја осећа истовремено захваљујући новим функционалностима информационо-комуникационих технологија.

Основни захтев скоро свих корисника интернета је да се преузму информације повезане са једном или више кључних речи. Ове кључне речи морају бити сачуване негде на нету, заједно са показивачима који указују на то где се могу наћи повезане информације.

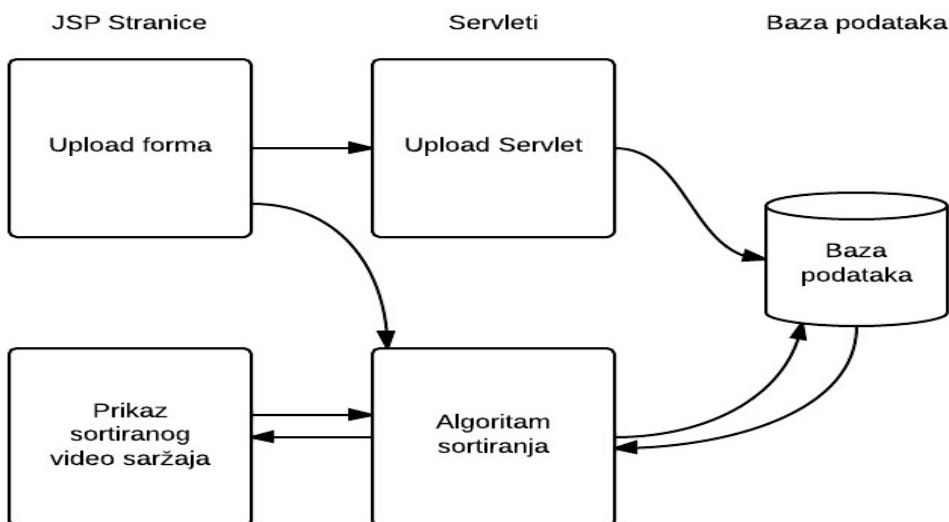
У принципу претрага је формулисана као проблем тражења датог елемента e у скупу A од n елемената, а за решавање таквих проблема користе се *алгоритми сортирања*.

Сортирање видео садржаја може се анализирати на примеру једноставне веб-апликације (види слику 9) и указује на значај дужине трајања ове операције. Апликација се састоји од три дела *корисничког, серверског и базе података*.

Кориснички део се састоји од две JSP (Java Server Pages) странице од којих једна служи за селекцију садржаја који треба бити постављен на сервер, а друга за приказивање видео-садржаја сортираног тако да се прво приказују видео-фајлови који имају краће време трајања.

Серверски део се састоји из два сервлета од којих је један задужен за постављање видео-садржаја на сервер и уписивање кључних ријечи у базу података, а други за ишчитавање из базе сортирање и приказивање на јсп страници.

Сервлет је објекат програмског језика Јава који динамички обрађује захтеве и конструише одговор на захтев. Java servlet API омогућава Java програмерима да додају садржај веб-серверу кориштењем Java платформе.



Слика 9: Блок дијаграм апликације за сортирање видео-садржаја

База података садржи основне информације о видео-садржају.

На слици 9. приказан је блок дијаграм апликације за сортирање видео-садржаја. Блок који представља форму за постављање (upload) је JSP страница која омогућава селекцију одређеног видео-садржаја са локалне машине намењеног постављању на сервер. Уједно, ово је и почетна страница која се учитава приликом покретања апликације.

Страница такође садржи линк ка страници за приказивање видео-садржаја. Upload форма комуницира преко HTTP протокола са сервлетом задуженим за постављање видео-садржаја прослеђујући му тачну локацију видео-фајла са локалне машине. Сервлет поставља видео-фајл на сервер, а

кључне информације као што су редни број, назив видео-саржаја, дужина трајања спрема у базу података. Други део апликације служи за приказивање видео-садржаја, а састоји се од JSP странице која приказује видео-клипове растућим редоследом у зависности од трајања. Сервлет који служи за сортирање ишчитава кључне податке из базе и на основу дужине трајања сортира видео-клипове растућим редоследом.

Примера ради, у бази се налазе информације о четири видео-клипа:

ID	Назив	Локација	Трајање
0	Test_Video1	Sever/video/ Test_Video1.mp4	5
1	Test_Video2	Sever/video/ Test_Video2.mp4	1
2	Test_Video3	Sever/video/ Test_Video3.mp4	7
3	Test_Video4	Sever/video/ Test_Video4.mp4	3

Табела 1: Пример базе података коју користи апликација

Примењује се алгоритам сортирања тако што ће сервлет прочитати из базе трајања свих видео-фајлова и посперемити вредности у низ.

```

1  int i,j;
2  int iMin;
3  int[] a; //Niz u koji su pospremljene vrijednosti iz baze podataka
4
5  for (j = 0; j < a.lenght-1; j++) {
6      /* Pronadi najmanju vrijednost u nizu a[j .. a.lenght] */
7
8      /* Predpostavljamo da je prvi element iz niza minimalna vrijednost */
9      iMin = j;
10     /* test against elements after j to find the smallest */
11     for ( i = j+1; i < a.lenght; i++) {
12         /* Ako je ovaj element manji onda je to minimum */
13         if (a[i] < a[iMin]) {
14             /*Nađen je novi minimum*/
15             iMin = i;
16         }
17     }
18
19     /* iMin je indeks minimalnog elementa.
20     Zamjeni element sa indeksom iMin sa trenutnom pozicijom */
21     if ( iMin != j ) {
22         swap(a[j], a[iMin]);
23     }
24 }

```

Слика 10: Алгоритам сортирања

На слици 10. приказан је *алгоритам сортирања* који користи „a“ низ у коме се налазе вредности трајања видео-фајлова. Редослед је следећи $a = \{5, 1, 7, 3\}$. Као минимум узима се први број, то јест $iMin$ варијаблу поистовећујемо са $iMin = 0$, што представља позицију првог елемента у низу.

Коришћењем *фор петље* тестирају се промењиве следећих елемената у низу уколико неки елемент има вредност мању од 5, $iMin$ промењива поистовећује се са његовим индексом. У овом случају елемент на позицији 1 има најмању вредност и његов редни број додељује се $iMin$ променљивој.

Алгоритам долази до услова где проверава да ли се $iMin$ промењива разликује од почетне задане вредности „j“. У овом случају се разликује, те елемент са $iMin$ индексом мења позицију са елементом чији је индекс j тако да се добија низ $a = \{1, 5, 7, 3\}$.

Алгоритам узима други елемент из низа, у овом случају опет вредност 5 из разлога што је у прошлом кругу нађен минимум који је био на позицији број 1. Са становишта позиција низ изгледа овако: $a[0]$, $a[1]$, $a[2]$, $a[3]$.

Алгоритам опет проверава да ли неки елемент има вредност мању од 5. Елемент на позицији 3 има вредност мању од 5 тако да се његов индекс памти и ова два елемента мењају позиције па се добива: $a = \{1, 3, 7, 5\}$. Трећи елемент има вредност 7, алгоритам тражи да ли неки елемент из низа има мању вредност.

Елемент на позицији 3 има вредност 5 што је мање од 7 и ова два елемента мењају места тако да се добива $a = \{1, 3, 5, 7\}$. Пошто је прва петља кориштена 3 пута због услова *a.length-1* алгоритам се завршава и добија се сортиран низ.

На основу претходно сортираног „a“ низа формира се *arrayList* низ, а вредности елемената узимају се из колоне „Локација“. Добива се следећа листа:

```
Sever/video/ Test_Video2.mp4
Sever/video/ Test_Video4.mp4
Sever/video/ Test_Video1.mp4
Sever/video/ Test_Video3.mp4
```

где су елементи посложени растућим редоследом тј. први елемент низа садржи локацију видео-фајла на серверу који има најкраће време трајања.

HTTP протоколом се прослеђују две промењиве на JSP страницу где је једна *arrayList* са свим елементима, а друга је дужина низа.

На слици 11, може се видети кôд JSP странице која служи за визуелизацију садржаја. Кориштен је *jstl* „c“ таг да би се на страници интегрисала петља за приказивање свих видео-фајлова. Кориштењем *html </br>* таг-а видео-фајлови се приказују један испод другог. Ово је школски примјер апликације која сортира видео-клипове у зависности од дужине трајања, алгоритам сортирања би се могао искористити за сортирање видео-фајлова у зависности од броја коментара или оцјене видео-садржаја уколико посто-

ји страница која омогућава корисницима да врше интеракцију са апликацијом. Такође, овакав тип апликације би могао служити као апликација за видео надзор и функционисати уз систем који има сензоре који покреће снимање, а садржај се аутоматски поставља на сервер и омогућава кориснику да са удаљене локације врши надзор и сортирање према разним критеријумима.

```

1  <!DOCTYPE html>
2  <@ taglib uri="http://java.sun.com/jsp/jstl/core" prefix="c" %>
3  <html>
4  <head>
5  <title>HTML5 video</title>
6  </head>
7  <!--varijabla lenght predstavlja dužinu niza
8  arrayList predstavlja listu sa lokacijom video sadržaja
9  ove dvije vrijednosti su dobijene iz servleta
10 -->
11 <body>
12 <c:forEach var="i" begin="0" end="{lenght - 1}">
13 <video width="320" height="240" controls>
14 <source src="{arrayList[i]}" type="video/mp4">
15   Pretraživač ne podržava video tag
16 </video>
17 </br>
18 </c:forEach>
19 </body>
20 </html>

```

Слика 11: Кôд JSP странице за визуелизацију садржаја

5. Квалитет мрежних сервиса и квалитет искуства корисника

Експанзију у представљању и размени мултимедијалних садржаја прати и померање фокуса у одређивању њиховог квалитета са

- критеријума квалитета услуга QoS (Quality of Service), на
- критеријуме квалитет искуства корисника QoE (Quality of Experience).

За израчунавање QoS врши се праћење параметара мреже односно перформанси комуникационог канала, као што су информациони проток, број изгубљених пакета, кашњење пакета, брзина учитавања веб странице и други.

Алгоритми за процену квалитета видеа VQA (Video Quality Assessment) користе се за аутоматску процену перципиране деградације видеа која је изазвана обрадом сигнала и процесом преноса видео-секвенци. Се-

квенце се деградирају процесом мултимедијалног кодовања и декодовања, а ефекти преноса се симулирају елиминисањем одређеног дела пакета из кодованих података, пре предаје података декодеру мултимедијалног садржаја.

Успешан дизајн и валидација различитих алгоритама за процену квалитета видеа захтева валидне податке за развој и тестирање, који у овој области попримају облик деградираних видео секвенци и средње оцене квалитета MOS (*Mean Opinion Score*). MOS метода фокусира просечног корисника а вредности су добијене у лабораторијским тестовима за процену квалитета од стране људских посматрача–оцењивача.

Код избора критеријума задовољства корисника треба истаћи да различити појединци и групе корисника реагују различито на одређене појаве и догађаје због мноштва параметара који имају непосредан и посредан утицај на то (ранија искуства корисника, степен образовања, емотивни фактор и друго)

Друга метода за процену степена корисничког задовољства апликацијом или сервисом је WQL хипотеза (WQL Hypothesis „*The relationship between Waiting time t and its QoE evaluation on a linear ACR scale is Logarithmic*“), којом се успоставља релација између QoS и QoE логаритамском функцијом времена чекања странице при преузимању, на линеарној скали ACR (*Absolute Category Rating*). скали .

Према WQL Hypothesis функција QoE може се приказати обрасцем [3]:

$$QoE = k \cdot \ln(t) + c$$

где су: k и c експерименталне константе а t је време учитавања web странице.

Резултати праћења и процењивања мобилног саобраћаја у периоду 2011–2016. указују на његов пораст више од 18 пута на крају тог периода посматрања од чега највећи део припада преносу видеа на мобилне уређаје. Те процене су у каузалитету са ширењем заступљености паметних телефона, нетбук и таблет уређаја односно 3G/4G мобилних система који омогућавају да видео-саобраћај постаје доминантна апликација. Истраживачке прогнозе указују да ће у 2016. години сваке секунде 1.2 милиона минута видео садржаја пролазити кроз мрежу.

Уместо закључка

Скоро сви корисници интернета најчешће захтевају да преузму информације повезане са једном или више кључних речи. Ове кључне речи морају бити сачуване негде на мрежи, заједно са показивачима који указују на то где се могу наћи повезане информације.

У принципу претрага је формулисана као проблем тражења датог елемента e у скупу A од n елемената, а за решавање таквих проблема кори-

сте се алгоритми сортирања. Сортирање видео-садржаја анализирано је на примеру једноставне веб-апликације и указано је на значај дужине трајања ове операције. Апликација се састоји од три дела корисничког, серверског и базе података која садржи основне информације о видео-садржају.

Највећи системи за претраживање функционишу у различитим центрима широм света и сваки садржи хиљаде рачунара груписане у блокове, где је сваки од блокова посвећен једном од горе наведених елемената. Информације које сакупљачи акумулирају и рангирање страница омогућавају претраживачким системима да задовоље потребе корисника што је боље могуће. То значи производњу листе одговора на било које питање са циљем да се повећа заинтересованост корисника.

Сви претраживачки системи пружају услуге плаћеног рекламирања, што аутоматски значи повећавање ранга одређених страница. TFIDF, и Page Rank (ранг странице) могу бити припремљени off-line и чувани у бази података и на тај начин спремни за давање одговора.

HITS, међутим, функционише зависно од постављених корисничких задатака и у том смислу може знатно успорити механизам одговарања, тако да иако HITS преовладава над Page Rank-ом у погледу квалитета није доминантан у примени рангирања добијених докумената у односу на њихову релевантност.

Данас је робустан и ефикасан пренос мултимедијалних садржаја преко бежичних мрежа озбиљан истраживачки и практичан изазов, пре свега због потребе заузимања великог пропусног опсега, захтеваног квалитета услуге и квалитета искуства коришћења, ограничења у реалном времену, различитих могућности пријемника али и грешака присутних у преносу бежичним мрежама.

Литература

- Фабрицио и др. 2012: Fabrizio Luccio and Linda Pagli with Graham Steel: *Mathematical and Algorithmic Foundations of the Internet*, by Teylor& F, LLCrancis Group;
- Сладојевић 2013: Srđan Sladojević, *Kvalitetom vođena dostava multimedijalnog sadržaja u bežičnim telekomunikacionim mrežama, doktorska disertacija*, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad.
- Рајмунд Шац и др. 2012. Raimund Schatz, Tobias Hossfeld, „*Web QoE Lecture1: Quality of Experience*“, Phd School Krakov, Cost TMA, feb. 13-17. 2012,
- Т.Хофелд и др. 2008: Hossfeld, D. Hock, P. Tran-Gia, K. Tutschku, M. Fiedler, „*Testing the IQX Hypothesis for Exponential Interdependency between QoS and QoE of Voice Codecs iLBC and G.711*“, 18th ITC Specialist Seminar on Quality of Experience, Karlskrona, Sweden, May 2008.

Стојчић 2012: Mirko Stojčić, *Algoritam izvršavanja i kreiranja programa za Nikvistove teoreme u računarskoj grafici*, diplomski rad, Saobraćajni fakultet Добој.

Интернет извори:

<http://es.elfak.ni.ac.rs/rmif/Prenos-podatak-februar-2011/Pre.-pod-%202010/Pdf-2010/Appendix-1-multimedijalne-komunikacije-novo.pdf>
<http://forum.burek.com/audio-i-video-sta-je-to-t332074.html>
http://www.axis.com/products/video/about_networkvideo/compression.htm
<http://www.videomajstor.com/kompresija-osnove>
<http://en.wikipedia.org/wiki/Codec>
<http://www.besplatniseminariskiradovi.com/Multimedija/AudioKopresija.htm>
<http://www.drummagazine.com/plugged-in/post/audio-file-formats-demystified/>
<http://www-cs-faculty.stanford.edu/~eroberts/courses/soco/projects/data-compression/lossy/mp3/concept.htm>
<http://www-cs-faculty.stanford.edu/~eroberts/courses/soco/projects/data-compression/lossy/mp3/algorithm.htm>
<http://docs.oracle.com/javafx/2/media/playercontrol.htm>
<http://docs.oracle.com/javafx/2/api/javafx/application/Application.html>
<http://geekwhorled.blogspot.com/2004/07/simple-java-questions-1-private-static.html>
<http://docs.oracle.com/javafx/2/api/javafx/stage/Stage.html>
<http://docs.oracle.com/javafx/2/api/javafx/scene/Scene.html>
<http://docs.oracle.com/javafx/2/api/javafx/scene/media/Media.html>
<http://docs.oracle.com/javafx/2/api/javafx/scene/media/MediaPlayer.html>
<http://docs.oracle.com/javafx/2/api/javafx/scene/media/MediaView.html>
<http://docs.oracle.com/javafx/2/api/javafx/scene/layout/Pane.html>
<http://hr.wikipedia.org/wiki/VLC>
<http://en.wikipedia.org/wiki/BS.Player>
<http://sr.wikipedia.org/wiki/HTML>
http://en.wikipedia.org/wiki/HTML5_video
<http://diveintohtml5.info/video.html>
http://www.w3schools.com/tags/tag_video.asp
http://www.w3schools.com/tags/tag_audio.asp
http://www.w3schools.com/tags/tag_track.asp
http://en.wikipedia.org/wiki/Adobe_Flash_Player

Секција за математику, рачунарство и физику

МАТЕМАТИЧКИ И МЕТОДИЧКИ ПОЧЕЦИ КОД СРБА

Математички почеци у Србији

Иако се чини да је средњовековна Србија тонула у мраку, није баш тако. Србија је била повезана путевима са Дубровником, Цариградом и Византијом. Преко Дубровника трговало се са Италијом и другим деловима Европе. У Србију су, поред трговаца, стизали и лекари, рудари, уметници, градитељи и др. Све то је омогућавало оптицај новца, мерење времена, употребу различитих мера, писање цифара, рачунање итд. У контексту српског средњовековног развоја треба тражити и математичке почетке.

Још у време римске владавине на тлу Србије радиле су две велике ковнице новца: Сирмиум (Сремска Митровица) и Виминацијум (Костолац). Новац се ковао искључиво од сребра. Назив основне римске монете – *денар*, задржава се у средњовековној Србији као – *динар* и тај назив се користи до данас. „Српски динар“ се први пут помиње у архивским документима с краја 1214. Од губитка самосталности 1459. године, па све до половине XIX века, престаје ковање српског новца, а у употреби је махом новац страних држава (турски *грош* и аустријски *талир*). Српска монета опет почиње да се кује за време владавине кнеза Михаила Обреновића (1823–1868). Иако се динар у немањићкој држави користи за плаћање робе, државних дажбина, глобе и др., обрачунска новчана јединица је био *перпер*. Перпер није био никакав новац, већ замишљена обрачунска новчана јединица, као мера вредности. Са увођењем српског динара обрачунска вредност перпера (преузета од Дубровчана) износила је 12 сребрних динара. Треба истаћи да су средњовековни владари поред динара ковали и *полудинаре*, *трећаке* и *мајушнике* (Димитријевић 2005).

У средњовековној Србији (XIII–XV век) запажа се велико шаренило локалних *мера*. Ипак, средњовековни владари се труде да неке (махом византијске) мере утврде правећи еталоне у чврстом стању. Разлог је био избегавање злоупотреба и неспоразума.

У даљем излагању износимо мере, које нисмо преузели из оригиналних докумената, већ из истраживачких радова академика Симе Ћирковића (1974, 1977), Владислава Скарића (1929) и Милана Влајнића (1961–I, 1964–II, 1968–III, 1974–IV). Због ограничености простора наводимо само називе мера, а детаљније о њима и њиховом међусобном односу може се наћи у споменутиим радовима.

* mirko.dejic@gmail.com

Рударске мере: *шихта, хици, товар, половац, кабао, вериче, капа, елерулук, кутао*. Осим специјалних, рударских мера, у рударству су се користиле и друге мере, које су се иначе користиле у другим сферама: *миљар, литра, урица, аскађа* итд.

Мере за дужину: *поприште, стадиј, уже, сежањ, лакат, нога, пед, прст* итд. Иначе, у разним крајевима Србије коришћене су и следеће народне мере за дужину, а неке су се задржале до данашњих дана (Јашовић 2011; Елезовић 1932, 1935): *бој, фаши, кват, прегриш, шака, туба, уруп, зенгија, конак, круг* итд.

Мере за масу: *миљар, кентенар, декалитра, литра, унција (унча), аскађа* итд.

Старе народне мере за масу, коришћене у Србији биле су и (Јашовић 2011; Елезовић 1932, 1935): *ока, анцик, ојак, бреме, два прста, деветак, кантар, кола, кудља, прегриш* итд.

Мере за површину: *модиј, дулум* (у турско време, XVI век), *велики кабал, радник, косач, плуг, рал, јарам, ектер* итд.

Мере за запремину: *кабао трговачки, кабао велики, лукно, уборак, кабао царски, ведро, килиндер, красовољ* итд.

За мерење запремине употребљаване су и следеће народне мере (Јашовић 2011; Елезовић 1932, 1935): *хват, шиник, чабар, трмка, страник, половак, куто, кондир, тестија, бисаге* итд.

Битнијих разлика у мерама које су у употребљаване у средњовековној Србији и оних које су настале у турско време нема. Исте основне мере добиле су нове турске називе уместо старих српских. Такве „турске“ мере употребљавају се до XIX века. Истакнимо чињеницу да се српске старе мере, од којих се неке употребљавају и данас, срећу на многим местима и у српском преводу *Библије*. Неке старе српске мере се појављују у *Библији*, јер су преводиоци (Ђ. Даничић и В. Карацић) нашли да су оне адекватне оригиналима (Дејић 2012).

Први механички сат у Москви, дело Србина Лазара Хиландарца

Мало је познато, или мало писано о томе, да у Русији постоје писани документи да је Србин, хиландарски монах Лазар, на позив великог кнеза Василија I, направио први механички сат који је без прекида радио пуних 217 година и красио најлепшу кулу кремљских зидина. Ево шта о том догађају пише у својеврсној богословској енциклопедији *Лицевој летописни свод* насталој у XVI веку (такође и у *Никоновском* и *Воскресенском* летопису из XVI века), која обухвата историјски период од *Књиге постања* до XVI века:

Лета 6912, Велики кнез је замислио часовник и поставио га је на свој двор иза Благовештењске цркве. Тај часовник звани часомерје, сваки час је ударао маљем у звоно, одмеравао и одбројавао је часове ноћне и дневне; није (то) ударао човек, него нешто човеку налик, самозвоно и са-

мопокретно, чудновато некако, створено људском оштроумношћу, маштом и мудрошћу. Мајстор и уметник свему био је неки монах који је скоро дошао са Свете Горе, родом Србин, по имену Лазар. Цена свега била је више од 150 рубаља.

Година 6912. исказана је по византијској (цариградској) ери, која узима да је свет створен 1. септембра 5508. године пре Христа (односно 5509, јер године почињу 4 месеца пре наших). Већина средњовековних докумената датирана је по овој ери. Година када је Лазар градио сат, према хришћанској ери, добија се одузимањем: $6912 - 5508 = 1404$. Дакле Лазар је градио сат у Москви 1404. године.

Како је тачно изгледао механизам сата, мало се зна. У једном летопису стоји да је часовник показиво и месечеве мене, а у другом тај податак није наведен.

У летопису *Лицевој летописни свод* поред сведочења о ангажовању Лазара Хиландарца да направи сат, налази се и минијатура из XVI века на којој је приказан Лазар како показује кнезу Василију I и његовој свити свој часовник, који се, како стоји у летопису, назива „часомерје“. Иза Благовештењске цркве види се велика кула са звоном, а десно је сат на коме су цифре означене старословенским словима.

Нумерација

Састављачи ћирилице и глагољице просветитељи – монаси, браћа Ћирило (827–869) и Методије (?-885), поред записивања слова, Словенима дарују и записивање цифара. Слова и бројеви се означавају по узору на грчко алфабетско означавање, с тим што су за бројеве ћирилична слова надвлачена знаком „~“ (тилда) како би се знало да се ради о цифри.

У следећој табlici дато је словенско ћирилично означавање бројева:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ѧ	Ѣ	Ѧ̃	Ѧ̄	Ѧ̅	Ѧ̆	Ѧ̇	Ѧ̈	Ѧ̉
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѧ̊	Ѧ̋	Ѧ̌	Ѧ̍	Ѧ̎	Ѧ̏	Ѧ̐	Ѧ̑	Ѧ̒
100	200	300	400	500	600	700	800	900
Ѧ̓	Ѧ̔	Ѧ̕	Ѧ̖	Ѧ̗	Ѧ̘	Ѧ̙	Ѧ̚	Ѧ̛

Словна нумерација код Старих Словена

Као што се из таблице види, нумеричка вредност слова зависи од његовог места у азбучном реду. Прва енеада (грчки *εννεα* значи девет) чини јединице, друга десетице, а трећа стотине. Укупно је било потребно $3 \times 9 = 27$ знакова.

Бројеви од 11 до 19 имали су запис као у следећој таблици:

11	12	13	14	15	16	17	18	19
АІ	ВІ	ГІ	ДІ	ЕІ	СІ	ЗІ	ИІ	ѠІ

Словенско записивање бројева од 11 до 19

Видимо да је у запису бројева од 11 до 19 прво јединица па десетица. Овакво значење је у складу са називима бројева 11, 12, ..., 19. На пример, назив за број 11 на старословенском језику био је *један на десет*, за 12 *два на десет* итд. Од 21 па на даље прво су записиване десетице па јединице.

Поред записивања бројева до 1.000, стари Словени су записивали и много веће бројеве, користећи сасвим оригиналне знаке. Велики бројеви су имали и своје називе: десетине хиљада – „тма“; стотине хиљада – „легиони“; милиони – „леодри“.

Хиљаде су означаване исто као јединице, са знаком \times испред слова. На пример, 7.000 има ознаку

$$\times \bar{3} = 7000$$

Десетине хиљада означаване су као јединице, само заокружено и без титла. Стотине хиљада писане су слично, али јединице, заокружење је било тачкицама. Ево како су означавани бројеви: 10.000, 20.000, 100.000, 200.000.



Милиони су означавани као јединице, заокружене зрацима. На пример,

$$\odot \Gamma = 3000000$$

Описана нумерација која је укључивала милионе називана је „мала количина“ (мали број).

Вишезначни бројеви записивани су у редоследу: хиљада, стотина десетица, јединица: На пример, бројеви 231 и 2.389.678 имају запис:

ЉА В Г И А Х Ђ

Словенска нумерација у потпуности копира грчку јонску нумерацију (око 500 г.п.н.е.). (Шире о доказима ове тврдње видети у: Дејић 2010. У истом раду налазе се и документи у којима налазимо српску нумерацију кроз историју.)

Рабоши

На немањихким дворовима рачунања су обављана путем абакуса. На абакусима су радили страни абацисти. Записивања цифара вршена су на рабошима, који су се задржали у употреби до XIX века. Рабоши представљају палице од дрвета или неког другог материјала на којима се налазе урезани записи (речке и шаре). Детаљније о рабошима и њиховој употреби може се наћи у: Дејић 2006.

Методички почеци у Србији

Почеци школства у Србији

У средњовековној Србији неки вид народног образовања стицао се махом у оквиру манастира и цркава, док су при дворовима постојали приватни учитељи који су образовали синове властеле припремајући их за будуће дужности. Они који су одлучили да се замонаше учили су у манастирима да читају и пишу. Такође, парохијски свештеници су били дужни да обуче млађе дечаке и припреме их за богослужења. Постојала су и училишта, где су старије дечаке подучавали световни учитељи, али о овоме, као и о томе шта се тамо учило, има мало података. У таквим условима „школовања“ тешко да је ко подучавао математику.

Падом Србије под турско ропство нестаје српска властела која је бринула о школовању и сва духовност се сели у манастире и цркве. Веома тешко је било доћи до било каквих књига за читање, па су се поуке обављале махом са колена на колена и самоуко. Све до прве половине XVIII века српски народ се искључиво описмењавао, дакле, читао и писао, из „Србуља“, старих рукописних или штампаних црквених књига (XV и XVI век), писаних црквенословенским или старословенским језиком. Такође, до Србије, на захтев црквених власти, долази и оскудна литература из Русије, а у Млечима се штампају први буквари. Један од њих је и буквар Саве Дечанца, штампан 1597. године, на чијем се једном листу налази старословенски запис бројева. Ево шта о школовању у турско доба каже Парлић-Божовић

(2011): „Што се тиче наставе у доба турске власти, ваља подвући да је она била једнопредметна, без икаквог плана и програма. Програм учења је одређен садржином књига из којих се чита, а те књиге су биле *Часловац* и *Псалтир*. Азбука није била уједначеног типа, па се, на пример, у неким књигама употребљавало и до педесет знакова за слова. Целокупан просветни рад се одвијао на *славено-сербском језику*, који није дговарао народном говорном језику. Настава није била заједничког већ хорског типа, са циљем да се учи напамет. Школска година је трајала од Митровдана до Ђурђевдана, а учитељ је увек радио са по једним учеником. С обзиром на то што се за време верских празника није ишло у школу, школска година је једва имала 60 радних дана. Радни дан је почињао ујутру *пре сунца* и завршавао се увече касно. У току наставе, ученици су имали сат времена паузе за ручак.“

Почетком XVIII века у српске крајеве стижу руски учитељи и децу уче рускословенско читање, граматику и латински језик. Од 1726. године у Београду ради и латинска школа са језуитским учитељима. За школство међу Србима посебно се бринуо митрополит Вићентије Јовановић (1689–1737) који се обраћа кијевском архиепископу за слање учитеља. На његов позив „дођоше међу Србе крајем лета 1733. године неколико нових учитеља, међу којима беше најзначајнији Емануел Козачински“ (Мирковић 1931: 142). Иначе, Козачински је од 1736. године постављен за ректора свих школа Београдско-карловачке митрополије и за главног црквеног проповедника. У то време у Русију се шаљу и српска деца на школовање, а враћајући се у домовину, они шире руску културу и духовност. Утицај руске школе међу Србима осетио се нарочито у домену језика.

Када је Стеван Стратимировић (1757–1836), 1790. године дошао на положај митрополита, већ наредне године у Карловцима се оснива прва српска гимназија и богословија.

Почетком Првог српског устанка и ослобађањем српске територије од Турака јавља се потреба за писменим људима. Увиђа се све већа потреба да се отварају школе и оне почињу да ничу широм Србије. Тако Вук истиче да „[...] за владање Црног Ђорђија у Србији биле су постављене школе готово по свим варошима и градовима и по гдекојим селима“ (Карацић 1967: 125). Већ 1807. године свака нахија има по једну школу, а крагујевачка две (Крагујевц и Топола). Те године Карађорђе поставља Доситеја Обрадовића за директора свих школа у Србији. 1808. године у Београду се основана Велика школа, тзв. „Устаничка велика школа“, која је почетна тачка на путу оснивања данашњег универзитета у Србији. У тој трогодишњој школи рачуница је била у функцији општег образовања. Велика школа је била стручног карактера и спремала је оне који ће се бавити државним пословима. Имала је елементе гимназије и универзитета. 11. септембра 1811. године Попечитељство просвештеније доноси акт по коме тадашња основна школа (мала школа) траје три године. „Прве године се учио буквар, друге године часловац, а треће псалтир, катаклизис са црквеним појањем и рачу-

ница. Употребљавани су уџбеници добијени из Војводине“ (Ђорђевић 1950: 59). Велика школа траје до 1813. године за време Карађорђа, а затим се обнавља за време Милоша 1830. године и траје до 1833. године, када је премештена у Крагујевац. Тада добија назив Гимназија. 1838. године у Крагујевцу је основана виша школа Лицеј, која је 1841. године премештена у Београд. Математика се у Лицеју учи као посебан предмет. Први општи закон о школама, тзв *Устројеније јавног училишног наставленија*, донет је 23. септембра 1844. године. Циљ овог закона је био обезбеђивање обавезног школовања у Србији. Одређено је да школовање у основним школама у селима траје три године, а у варошима четири. Дотадашњи назив *нормална* школа промењен је и усвојен нови назив *основна* школа. 1845. године издато је упутство *Наставленије за професоре гимназије и полугимназије*. Гимназија је тада била шесторазредна. Од првог до четвртог разреда изучавала се *рачуница*, а од петог до шестог *математика*. Основно школство је посебно регулисано *Устројенијем основни школа у књажевству Србије*, од 11. септембра 1863. године. 1882. године доноси се *Закон о основним школама*, којим је основна школа продужена на шест година.

Српска математичка школа у XIX веку

Сви наши математичари ствараоци из XIX века били су наставници на Високој школи где су предавали и уз наставни рад унапређивали српску математику. Њихово опредељење у тесној вези је са европским математичким достигнућем, јер су своје студије тамо завршавали.

Математички садржаји који су се изучавали на Великој школи и Лицеју веома су елементарни, што се може пратити из уџбеника математике тога времена. Један од најстаријих уџбеника из рачуна, односно једна од најстаријих математичких књига у Србији, *Численица* Јована Дошеновића (1781–1813), штампана је 1809. године. Та књига коришћена је у београдској Великој школи, за време Првог српског устанка. *Численица* Дошеновића јесте једна од најстаријих, али није најстарија. Сам Дошеновић у првој реченици предговора своје *Численице* спомиње *Аритметику* Василија Дамњановића из 1765. године. Садржаји *Численице* су сасвим елементарни, о чему се може видети у раду Косте Дошена, објављеном у *Споменици 125 година Математичког факултета*, стр. 128–138. Споменимо и уџбенике: *Алгебра* (1839) и *Елементарна геометрија* (1841) Атанасија Николића; *Рачуница* (1843) Симеона Прице; *Практична рачуница* (1850) Милоша Спасића; *Основна рачуница за употребу младежи Србске у нижим разредима учеће се младежи* (1853) А. Шапића итд.

За време владавине Михаила Обреновића извршена је реформа Лицеја (1863). Постојећа одељења Лицеја прерастају у факултете Велике школе: филозофски, правни и технички. На филозофском факултету предаје се и елементарна математика, која је припадала техничком факултету. Иначе, математика и природне науке припадале су техничком факултету, док се

виша математика предаје само на техничком факултету. Наставници који предају на Великој школи имају звања професора и суплента, а уводи се и доцентура, док је министар могао да постави хонорарног професора, независно од мишљења Академског савета. Године 1873. на филозофском факултету основана су два одсека: историјско-филолошки и природно-математички. На филозофском факултету природно-математички одсек остаје до 1947. године, када се издваја у самостални факултет. Законом о Универзитету, који је изгласан 1905. године, Велика школа је претворена у Универзитет. Као што видимо, главне промене високог школства дешавају се у XIX веку. Потреба за високошколским кадром ствара услове за развој српске математике. Наведимо неколико српских математичара који су рођени у XIX веку и имали значајан удео у развоју математичке науке и школства у том веку:

Математичар Атанасије Николић (1803–1882) ради као професор математике у тек основаном Лицеју у Крагујевцу. Упамћен је као писац првих уџбеника алгебре и геометрије. Још приликом оснивања Велике школе, 1863. године, математичар Димитрије Нешић (1836–1903) постаје њен редовни професор, а касније и ректор. Значајан је за трансформацију математичког образовања, а његови радови и расправе обележавају почетак српске математике као науке. Био је члан српског ученог друштва, члан и председник Српске академије наука, министар просвете итд. До 1887. године Нешић је био једини професор математике на Великој школи и држао сва предавања. Од почетка отварања Велике школе у њој ради и истакнути математичар Емилијан Јосимовић (1823–1897). Предавао је математику, механику и још неке техничке предмете на Лицеју (1845) и Артиљеријској школи (1854), а професор Велике школе постаје 1869. године. Један је од првих писаца уџбеника и стручних радова из математике и техничких наука у Србији. Године 1885. одлучено је да се Катедра математике подели на две катедре: за вишу и за нижу математику. Димитрије Нешић остаје као професор за вишу математику, а за наставника ниже математике на новооснованој катедри расписан је конкурс на који се јављају четири кандидата. Веће природно-математичког одсека предложило је Димитрија Данића (1862–1932). Докторирао је у Јени 1885. године и постао *први* доктор математичких наука у Срба. Богдан Гавриловић (1864–1947) написао је преко 50 научних радова и књига. Тек са Гавриловићевим радовима можемо рећи да смо ушли у ред европске математике и дали јој сопствени допринос. На филозофском факултету у Будимпешти 1886. године постаје други српски доктор математичких наука. Један од наших највећих математичара из XIX и прве половине XX века јесте и Михаило Петровић Алас (1868–1943). Положивши пријемни испит, 1890. године, примљен је у *Ecole Normale Supérieure* (Виша нормална школа) у Паризу. Одбранио је докторат 1894. године пред комисијом коју су сачињавали велики математичари Ермит (Hermite, Ch. 1822–1901), Пикар (Picard 1856–1941) и Пенлеве (Penleuve 1863–1933). Враћа се у Београд и предаје математичке предмете више од 40 година

(1894–1938) на Великој школи и на Универзитету у Београду. Године 1897. изабран је за дописног, а 1899. за редовног члана Академије наука. До 1905. године имао је 60 научних радова, објављених махом у иностраним часописима. Својим радовима стекао је светски углед у математици и промовисао српску школу математике. Један од талентованих српских математичара, који је једно време радио као приправни асистент за теоријску математику код Димитрија Нешића био је Петар Вукићевић (1862–1941). Докторирао је у Берлину 1894. Свој радни век провео је у Министарству просвете, где је дао допринос променама у школству. Као и Петар Вукићевић, српски математичар Ђорђе Петковић такође ради као приправни асистент на Великој школи. Докторирао је 1893. године на Универзитету у Бечу. Иако професор *механике* на Великој школи од 1875. године Љубомир Клерић (1844–1910) даје велики допринос развоју примењене математике у XIX веку. Иако позван да ради на Великој школи, на залагање Љубомира Клерића, математичар Петар Живковић (1847–1923) није хтео да напусти реалку у којој је радио. Био је професор у реалкама у Ужицу, Ваљеву и Београду. Изабран је за дописног члана САНУ 1894. године.

Развој методике наставе математике у Србији у XIX и почетком XX века

Тек са организованим почетком школства у Србији (почетак XIX века) отварају се врата за шире увођење математике у наставу, а самим тим и за зачетак методике наставе математике. Саме зачетке методике наставе математике на српском језику треба тражити код знаменитих педагога Срба, који су живели у Хабзбуршкој монархији (Аустроугарској) и тамо писали методичка упутства за учитеље српских основних школа. Први уџбеник педагогије за спремање учитеља у оквиру учитељских течајева, а један од њих је био у Сомбору (Норма), јесте *Ручна књига потребнаја магостром илирческих неунџатских школа* Теодора Јанковића Миријевског (1741–1814), издата у Бечу 1776. године. Уџбеник има два дела, први је општег карактера и представља домен тзв. опште методике наставе (дидактика наставе), а други је усмерен ка садржајима. Значајно је споменути још два рада Миријевског, који су издати у Русији: *Руководство учителям первого и второго классов народных училищ Росийской империи* (1783) и *Руководство к арифметике* (1784). Метељски (1989: 8) наводи да су ово први методички радови из методике наставе математике написани у Русији. Иначе, Миријевски је по позиву руске царице Катарине II отишао у Русију и тамо основао прво министарство просвете, а због својих заслуга постао члан руске Академије наука. Године, 1794. у Будиму излази први приручник за наставу рачуна, намењен српским учитељима: *Руководство к науци числителној: во употребленије славено-сербских народных училишта* од Аврама Мразовића (1756–1826). Био је то заправо уџбеник математике, са мало методичких упутстава, намењен учитељима сомборске Норме. Још неколико

Срба који су живели у Хабзбуршкој монархији писало је радове везане за методiku у којима видно место заузимају и упутства везана за методiku наставе рачуна: Урош Стефан Несторовић (1765–1825) – *Педагогија и методика либо руководство к науку воспитанија и наставленија* (за употребење славено-србских восточнога исповеданија неунијатских наставников всевисочајше одобрено и к преподаванју предуготовническаја јуности благоутробно прописано (Будим, 1817); Ђорђе Натошевић (1821–1887) – *Кратко упутство за српске народне учитеље* (1857), *Упутство за предавање букварских наука учитељима народних училишта у Аустријском царству* (1858); Платон Атанацковић (1788–1867) – *Књига упражненија при наставленју у рачунању: за ученике II и III разреда србских народних училишта у Аустријском Царству* (1855), *Књига упражненија у рачуну за сеоске школе у Аустријском Царству* (1860); Петар Радуловић – *Српска народна основна школа (дидактика и методика)* (1879). Петар Радуловић – *Српска народна основна школа (дидактика и методика)* (1879). За шире упознавање са методиком рачуна у Хабзбуршкој монархији упућујемо на рад: Вујисић Живковић, Зељић (2012).

У првој половини XIX века у Кнежевини Србији, као што је наглашено, децу уче махом учитељи који су школовани у Хабзбуршкој монархији. Неки су били школовани у сомборској Норми (Препарандији), али многи и су били без учитељске спреме, са мало писмености стечене у богословији или гимназији. Да би се превазишло стање нестручности за учитељске позиве Попечитељство просвештенија штампа посебна упутства за учитеље, *Наставленија* која су чинила саставни део наставних програма. Поред општих информација везаних за педагошки рад учитеља, *Наставленија* су садржавала и методичка упутства у вези са сваким наставним предметом.

Према мишљењу професора Трифуновића (2004: 35) прва српска методика наставе математике јесте приручник *Практична рачуница за учитеље основних училишта*, др Милована Спасића (1817–1908). Приручник је штампан у Београду 1850. године и има 60 страница. Иначе, Спасић је био директор свих основних школа западног дела Србије и члан Школске комисије. Године 1855. Милован Спасић објавио је још један приручник, *Педагошко-методичко упутство за учитеље основних школа*.

Спасићева *Рачуница* обухвата сва три разреда основне школе. Књига садржи шира објашњења математичких појмова и поступака и даје основну математичку писменост. У њој се налазе бројеви структурисани по блоковима, основне рачунске операције, таблице новца и мере, просто правило тројно итд. Често се користе очигледна наставна средства и животне ситуације. Операције и релације Спасић исказује речима, не користи симболику (на пример, „1 путъ 11 есу 11“).

Педагогично-методично наставление садржи методичка упутства за сваки предмет. Методика наставе рачуна изложена је на две стране. Ту „Спасић даје знатно разрађенију методичку концепцију у односу на ону коју је изложио у *Рачуници*. Повезивање општих педагошких (методичких)

принципа (који су и за наше време актуелни и важећи) са конкретним математичким садржајима представља важан корак у развоју методике рачунице, али с обзиром на обим садржаја дела упуства који се односи на наставу рачуна, још увек не можемо да говоримо о целовитој и разрађеној теорији учења математике“ (Вујисић Живковић, Дејић, Зељић 2011). Слично Спасићевом *Педагогично-методичном наставленију*, Милан Ђ. Милићевић (1831–1908), објавио је своје *Педагогјске поуке за учитеље и родитеље и све пријатеље народног образовања* (1870).

За напредак рачунске наставе у Србији велики допринос дао је методичар Стеван Д. Поповић (1844–1902). Када се вратио са студија у Немачкој држао је *Практична предавања из рачуна*, која под истим именом штампа као приручнике (1869, 1870). Такође, издаје и *Рад у школи (Методика)* – за ученике *Учитељске школе и учитеље основних школа – по Карлу Керу* (1872), где методика рачуна заузима посебно место. Слободно можемо рећи да са овом Поповићевом књигом у Србији методика наставе рачуна почиње да се одваја од практичних упутстава за учитеље и да се базира на принципима педагошке и психолошке науке. Његови методички захтеви да се у настави користи очигледност, систематичност, правилан распоред градива, јасност, мотивисаност и занимљивост, индуктивни поступак, решавање задатака на више начина итд. користили су се дуги низ година. Све те захтеве темељио је на, до тада, развијеним достигнућима из педагогије и психологије. Поповићеве педагошке и методичке принципе даље разрађује и продубљује др Војислав Бакић (1847–1929). Бакић захтева да се у програму користи принцип поступности и „логичког поретка садржаја“. Велику пажњу Бакић посвећује и васпитној страни школе и своје ставове исказује у књизи *Наука о васпитању* (1878). Од значаја је споменути и Јована Миодраговића (1853–1926), методичара и наставника практичара, који је практична искуства, која је стекао радећи као учитељ, преточио у методичка упутства. Написао је методичко дело *Рад у I разреду основне школе* (1880) и посебно обрадио методiku рачуна.

Пред сам крај XIX века и почетком XX века значајан допринос методици наставе математике даје Јован Јовановић (1875–1952). Он покушава да постави темеље реформском покрету у области методике рачуна. Познато дело му је *Методика рачунске наставе у народној школи* (1905, 1921, 1926). Бави се психолошким основама наставе, проучава структуру градива итд.

Последњих деценија XIX века литература из области методике рачуна постала је веома богата. На овом месту навешћемо попис методичких приручника који су изашли на српском језику у овом периоду (Вујисић Живковић, Дејић, Зељић, 2011): Светозар Милетић, *Практичан поступак при настави у рачуну за I разред српске народне школе* (Панчево, 1877), затим за II (Панчево, 1879) и IV разред основне школе (Панчево, 1878), *Поступак при настави у десетним разломцима за основне школе* (Београд, 1894); Гаврило Витковић, *Практична рачуница за рачуне са просторским*

количинама и поука о мерама, новцима и оцени разних ствари (Београд, 1869); Сима Милојевић, *Упутство у практичном рачунању за учитеље почетних школа* (Београд, 1872); Петар Радуловић, *Српска народна основна школа: (дидактика) и методика* (Панчево, 1879); Аркадије Вуковић, *Упутство за наставу у рачуну у народној школи, I књига* (Тамишград, 1880) и *Упутство за наставу у рачуну у народној школи, II књига* (Нови Сад, 1880); Мита Нешковића, *Употреба руске рачунаљке у основној школи* (Нови Сад, 1880); Стојана Ј. Марковић, *Мали рачуница* (Београд, 1887); Коста Петровић, *Рачунски задаци (с објашњењем) за IV разред српске основне школе* (Београд, 1896).

Закључак

Укратко смо изнели развој математике и методике њене наставе у Србији до почетка XX века. Ограничени простором, нисмо били у могућности да сагледамо многе детаље који би боље осветлили тематику којом смо се бавили. У излагању смо следили хронолошки пут, а у дубље улажење у тему посветићемо се у неком другом тексту, са много више простора. Што се математике тиче, видели смо да њени почеци, бар писани, у Србији сежу од тренутка примања писмености, добијања писма, које у Србију доносе браћа Ћирило и Методије, а касније ту писменост шире и њихови ученици. У доба Немањића нема математичких открића, пре би се рекло да смо презентовали неке видове коришћења математике (нумерација, новац, мере и мерења).

Што се тиче методике наставе математике њен развој смо пратили у кроз следеће фазе: делатности истакнутих српских педагога у Хабзбуршкој монархији, који су писали рачунице и давали упутства учитељима како да уче децу; прва половина XIX века у кнежевини Србији; друга половина XIX века.

У прве две фазе, методика наставе математике налази се на нивоу чистих упутстава учитељима како нешто треба урадити. Тек у другој половини XIX века и са појавом Сапасићеве *Практична рачуница за учитеље* (1850) и *Педагошко-методичког упутства за учитеље основних школа* (1855) можемо рећи да се јавља прекретница у развоју методике рачунске наставе у Кнежевини Србији. Спасић у својим књигама не износи само сувопарне садржаје, већ трага за логичко-математичким објашњењем појмова и поступака. Даља истраживања у методици наставе математике у XIX веку у Србији иду у корак са тадашњим достигнућима на пољу педагогије и психологије. Трага се за методама и принципима, структурише се садржај, врши се већа диференцијација тих садржаја, тежи се да настава математике буде очигледна и деци приступачна итд.

Ако се зна да је природни развој Српског царства заустављен у XIV веку најездом Турака и да су српске земље све до XIX века биле под страним окупацијом, можемо бити задовољни стањем математике и развојем

школства у XIX веку. Иако су неке српске области стекле независност нешто раније, фактичка независност Србије остварена је на Берлинском конгресу 1878. године. Убрзо после тога први Србин, Димитрије Данић стиче докторат из математике. Радови неких математичара, попут Михаила Петровића и Богдана Гавриловића, сасвим се уклапају у математичку науку тада најразвијених земаља у свету. Поред Данића докторате из математике у XIX веку стичу још четири Србина: Богдан Гавриловић, Ђорђе Петковић, Михаило Петровић и Петар Вукићевић. Нису сви докторати и написани математички радови српских математичара XIX века од великог научног значаја, али за српску историју и културу имају велики значај.

На крају, направимо кратак преглед развоја методике наставе математике у Србији у XX веку. Иако почетак XX века обележава реформистички покрет широм света, који захтева осавремењавање и унапређивање садржаја, метода и средстава у настави математике, у Србији се и даље пишу спорадично уџбеници и приручници намењени наставницима практичарима основних школа.

Тек са предавањима Светомира Игњатовића на Филозофском факултету и штампања у облику скрипта *Методике настааве рачуна у основној школи* (1952, 1953) врши се покушај одређивања основних задатака методике наставе математике. Године 1961. у Београду је одржано значајно саветовање *Проблеми наставе математике*. Око тридесетак учесника покушава да одреди предмет, задатке, методе, циљеве итд. методике наставе математике и на тај начин сврста методичку наставу математике у науку. Истакнимо једног од најзаслужнијих за развој наставе математике у Србији, Станка Првановића, аутора многих уџбеника и радова из области наставе математике. Са овим ствараоцем методика наставе математике не само да налази место у систему наука, већ експериментално улази и у школе. Развоју методике наставе математике у нашој земљи, својим дјелатностима, данас доприносе и Друштво математичара Србије и Друштво младих математичара „Архимедес“. Математички конгреси имају секцију за наставу математике. Методика наставе математике уведена је на математичким факултетима као предмет, уводи се и као смер на докторским студијама и дају докторати. На учитељским факултетима методика наставе математике, заједно са другим методикама, чини матичност тих факултета. Десетине доктората из области методике наставе математике већ је одбрањено на учитељским факултетима, што методичку све више утврђује као науку. Нажалост, још увелико трају полемике о томе да ли је методика наставе припада педагогији или струци. Иде се и дотле да се тврди да методика наставних предмет није наука, већ је то само вештина.

Писање овог рада јесте мали допринос утврђивању методике наставе математике као интердисциплинарне науке која мора имати, пре свега, своју историју.

Литература

- Болгарский 1979: Б. В. Болгарский, *Очерки по истории математики*, Минск: Вышэйшая школа.
- Влајинац 1961–I, 1964–II, 1968–III, 1974–IV: М. Влајинац, *Речник наших траних мера: у току векова (I–IV)*, Београд: Научно дело – САНУ.
- Вујисић Живковић, Дејић, Зељић 2011: Н. Вујисић Живковић, М. Дејић, М. Зељић, Развој методике основношколске наставе рачунице у Кнежевини (Краљевини) Србији у XIX веку, у: *Из историје наставе математике у основним и средњим школама у Србији*, Београд: Педагошки музеј, 41–96.
- Вујисић Живковић, Зељић 2011: Н. Вујисић Живковић, М. Зељић, Наставни планови и програми из рачунице у основним школама у Србији у XIX веку, Београд: *Педагогија*, LXVI–1, 146–160.
- Вујисић Живковић, Зељић 2012: Н. Вујисић Живковић, М. Зељић, Развој методике наставе рачунице за српске основне школе у Хабзбуршкој монархији (Аустроугарској) у XVIII и XIX веку, Београд: *Педагогија*, LXVII–3, 427–441.
- Дејић 1998: М. Дејић, Кратак преглед историје методике математике, у: *Методика научна и наставна дисциплина*, Јагодина: Учитељски факултет у Јагодини, 185–195.
- Дејић 2006: М. Дејић, Почети записивања броја помоћу штапа и канапа, у: *Методички аспекти наставе математике*, Београд: Учитељски факултет у Београду, 82–93.
- Дејић 2008: М. Дејић, Словенска (српска) нумерација, у: *Иновације у основношколском образовању – од постојећег ка могућем*, Београд: Учитељски факултет у Београду, 179–191.
- Дејић 2010: М. Дејић, Старословенско записивање цифара и њихово порекло у: *Буквар и букварска настава*, Београд: Педагошки музеј, 135–147.
- Дејић 2012: М. Дејић, Систем мера у Библији, Београд: *Иновације у настави*, 1, 79–87.
- Димитријевић 2005: С. Димитријевић, *Нове врсте средњовековног новца*, Београд: Српско нумизматичко друштво.
- Ђорђевић 1950: Ж. С. Ђорђевић, *Школа и просвета у Србији 1700–1830*, Београд: БИГЗ.
- Елезовић 1932: Г. Елезовић, *Речник косовско-метохиског дијалекта* књ. I, Београд.
- Елезовић 1935: Г. Елезовић, *Речник косовско-метохиског дијалекта* књ. II, Београд.
- Јашовић 2011: Г. Јашовић, Простор, време, небо, мере и мерила у говору Угљара код Косова Поља и у речнику Глише Елезовића, у: *Развој астрономије код Срба VI*, Београд: Астр. друш. „Руђер Бошковић“, бр. 10, 827–843.
- Караџић 1967: В. С. Караџић, *Сабрана дела*, Београд: Народна књига.

- Кулунџић, 1957: З. Кулунџић, *Хисторија писма*, Загреб: НИП.
- Метельский 1989: Н. В. Метельский, *Пути совершенствования обучения математике*, Минск: Университетское.
- Мирковић 1931: Ј. Мирковић, *Старине фрушкогорских манастира*, Београд: Геца Кон.
- Парлић-Божовић 2011: Ј. Парлић-Божовић, *Образовање Срба у време турске власти*, у: *Зборник радова Филозофског факултета, XLI*, Косовска Митровица: Универзитет у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици, 554–568.
- Скарић 1929: В. Скарић, *Старо рударство и техника у Србији*, Београд: Задужбина Милана Кујунџића.
- Тошић, Тадић 2004: Г. Тошић, М. Тадић, *Хиландарски монах Лазар први српски часовничар*, Крагујевац: Каленић.
- Трифунковић 2004: Д. Трифунковић, *Таблица множења*, Београд: Архимедес.
- Ћирковић 1977: С. Ћирковић, *Мере у средњовековном рударству Србије и Босне*, у: *Зборник Хисторијског института Југославенске академије знаности и умјетности*. Вол. 8.
- Ћирковић 1974: С. Ћирковић, *Мере у средњовековној српској држави*, Београд.
- Ћунковић 1970: С. Ћунковић, *Школство и просвета у Србији у XIX веку*, Београд: Педагошки музеј.
- Шнајдер, Прешаћ 1998: З. Шнајдер, С. Прешаћ, *Поглед на развој Математичког факултета Универзитета у Београду*, у: *Споменица 125 година Математичког факултета*, Београд: Математички факултет, 3–42.

ПОВЕЋАЊЕ ИНТЕРАКТИВНОСТИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ ПРИМЕНОМ КОНВЕНЦИОНАЛНИХ СРЕДСТАВА

Увод

Значај квалитетног општег и стручног образовања у савременом друштву условљен је, пре свега, изузетно брзим напретком науке и технологије. Сваки појединац у свакодневним активностима, посебно радним, принуђен је да мање или више интензивно и квалитетно размишља. Услов за наведено је ефикасно и квалитетно образовање свих облика и нивоа, које мора бити приступачно и прилагођено свима. Подразумева се да од основног или општег образовања зависе дometи осталих облика и нивоа. Значај математичког образовања, и његову улогу у подизању нивоа општег образовања и когнитивних способности ученика, није потребно посебно образлагати.

У конвенционалној настави математике, која се реализује у складу са програмским садржинама на уобичајен начин, често се потцењује улога савремених дидактичких система, метода и облика рада, а прецењује улога наставних средстава. Међутим, њиховом применом се у довољној мери може повећати ефикасност наставе, а да се притом користе уобичајена и свима доступна наставна средства. Наша истраживања и методичка пракса показала су да је то у статистички значајној мери могуће, посебно за повећање интерактивности наставе математике као једног од најбитнијих показатеља њене ефикасности.

Резултати истраживања у образовним наукама условљавају измене у образовним системима и наставној пракси, при чему не узимамо у обзир примену рачунара. Као пример наводимо улогу математике у образовном систему Словеније, која већ више година прилагођава образовни систем у складу са наведеним истраживањима и структуром са три триаде у основном образовању. Математика је један од темељних општеобразовних предмета у основној школи са бројним образовно-информативним, функционално-формативним и васпитним задацима. У најопштијем смислу, учење математике је намењено изградњи појмовног апарата и упознавању таквих

* mirelamrdja@gmail.com

поступака који ће појединачно омогућити укључивање у културу савременог живљења.

Учење темелних, и за сваког понаособ значајних математичких појмова, мора бити посебно усклађено са дечијим когнитивним развојем, са индивидуалним способностима, прилагођено својствима личности ученика које су последица животног окружења. Учећи математику, ученици треба да усвоје основне математичке појмове и структуре, развијају различите облике мишљења и мисаоних процеса, стичу способност стваралачке делатности, добију формална знања и способности да практично примене математику. Учење математике не утиче само на когнитивни развој ученика, већ и на психомоторни развој деце и на развој целовите личности, што је детаљније изнето у општим и специфичним циљевима учења математике. Општи циљеви одређени су предметом проучавања математике. Они се односе на сваког ученика у складу са његовим могућностима и његовим добом.

У образовном систему Србије се примењује прелазни облик ка структури основног образовања у три триаде. Наиме, једну годину чини обавезно предшколско образовање, четири године разредна настава и четири године предметна настава. Таква структура образовања, посебно математичког, захтева знатно већи обим пропедевтичке наставе неких садржина у млађим разредима, које се иначе налазе у програмима неких старијих разреда.

Између осталог, у обавезном предшколском образовању и првом разреду основне школе постоји превише понављања програмских садржина, а притом нису у довољној мери искоришћене могућности за одговарајући развој когнитивних способности ученика. У остала три разреда такође постоји, али у мањој мери, нефункционално понављање програмских садржина. Ако би се оно смањило могло би се реализовати пропедевтичко учење области као што су садржине о разломцима, проширење појма броја приближним одређивањем мерних бројева са већом тачношћу, основе комбинаторике и статистике, и сл. Имајући наведено у виду, као и друге ометајуће факторе, део деце има проблема са учењем математике почевши од петог разреда основне школе.

Математика треба да буде средство комуникације и оруђе које се користи у свакодневном животу, да представља везу између дечјег доживљавања света и математичких структура, да развија систематичност и стваралаштво у раду. Математичко знање може послужити да се многе појаве и предмети представе нумерички, графички, или на други начин, што је од изузетне важности при размени идеја, информација и њихових интерпретација.

Савремена методика наставе математике захтева да се дидактички принцип свесне активности ученика посебно поштује у поређењу са улогама осталих принципа. То би подразумевало наставу математике у којој су ученици главни и активни чиниоци који учествују, не само у процесу на-

ставе, већ и у избору методике рада. Тиме се појачава њихова мотивација, компетентност и одговорност за свој рад. На тај начин се учење математике може назвати *интерактивним*.

Појам и карактеристике интерактивне наставе

Активним учењем научено се боље користи у новим ситуацијама учења математике, трансфер учења је већи, научено се дуже памти. Активно учење подразумева долажење ученика до знања, самостално или уз вођење наставника, путем мисаоних поступака: посматрање и компарација, апстракција и генерализација, аналогичност, анализа и синтеза. Притом, своје активности ученици треба да обављају уз флексибилност у мишљењу и израженију креативност.

У ширем значењу, појам интеракције дефинише се као активност која се размењује између најмање два субјекта. *Интерактивна настава/учење*, као најзаступљенија стратегија савременог образовања, ужи је појам интеракције јер се доминантно односи на интерперсонални однос. За припрему и реализацију интерактивне наставе користе се сви савремени образовни системи, методи, облици и средства. Њихов избор зависи од доба ученика, циљева и задатака наставе, као и програмских садржина сваке теме и наставне јединице.

У интерактивној настави/учењу математике централно место заузима активност ученика, а улога наставника је да га усмери, подстакне и научи како би требало да се учи математика. Иза сваке активности ученика неопходна је повратна информација наставника (тутора), односно, оцена исправности рада и резултата до којих је дошао, јер је то доказана психолошка потреба сваког појединца. Сажето речено, уместо претераног меморисање чињеница и формализама у интерактивној настави математике, неопходно је обогатити наставу већим ангажовањем мисаоних активности ученика. Наведена истраживања, укључујући и наша искуства у методичкој пракси, показују да интерактивно учење математике ефикасније утиче на развој когнитивних и конативних способности ученика, поспешује критичност, креативност, а научено се трајније памти.

Интерактивну наставу математике морамо изводити као интеракцијски процес у којем су ученик и наставник у сарадничком (кооперативном) односу, при чему се активност ученика постепено повећава. Притом се и ученик и наставник, осим когнитивно, ангажују и емоционално и интенционално.

Интеракција подразумева активан однос или комуникацију између ученика, наставника, родитеља и других субјеката. „Зависно од природе и типа знања, ученик се у процесу учења сусреће са разноврсним интелектуалним проблемима и у сусрету са њима развија специфичне облике активности“ (Пешикан, Ивић 2000: 164). Интерактивном наставом и учењем ме-

њамо укупне ставове и понашање ученика, те је због тога веома важно да се правилно и доследно спроводе.

Досадашња дидактичко-методичка сазнања у први план стављају оно знање ученика до којег долази сам активним учествовањем у процесу наставе и учења, односно, личним радом и експериментисањем. Исходи таквог рада треба да повећају ефекте, као што су оптималан развој когнитивне и конативне способности, критичност, креативност и сл. „Интерактивним учењем, захваљујући социјалној интеракцији, вршимо промјене у размишљању, у емоцијама и понашањима људи“ (Милијевић 2003: 38).

Методика наставе математике нуди различите начине рада чијом се комбинацијом може успешно постићи интерактивност наставе и учења. За припрему и реализацију интерактивне наставе користе се сви савремени системи, методи, облици и средства. Њихов избор зависи од доба ученика, циљева и задатака наставе, као и од програмских садржина сваке теме, односно, наставне јединице. За анализу сваке интеракције у настави Сузић (2005: 133) предлаже четири аспекта: *когнитиван, емоционалан, циљан и делатан*.

Шира и ужа друштвена средина утиче на формирање појединих карактеристика и понашања сваког појединца. У социјалној средини долази до различитих интеракција и узајамног деловања. Притом је могуће и чешће деловање више појединаца социјалне средине или групе на понашање појединца, а могуће је и обрнуто. Сви утицаји могу бити *директни* или *индиректни*, *јачи* или *слабији*, али су увек присутни. Стога се у функционисању група говори о облицима психосоцијалне интеракције: *имитацији, сугестији, симпатији и антипатији, идентификацији, социјалном притиску, фацитилитацији и инхибицији*. Они су изузетно важни не само у интерактивној настави, него и шире, у организацији интерактивног учења уопште. „Интерактивно учење је процес који резултира релативно перманентним промјенама у размишљању и понашању које настају на основу искуства, традиције и праксе остварене у социјалној интеракцији“ (Сузић и др. 1999: 24).

Модел интерактивне организације учења полазе од успостављања повољне климе у одељењу за укупно постигнуће ученика, како у процесу учења, тако и у целокупном социјалном развоју. У групама се учење одвија на природан начин уз социјализацију, што је потврдило и истраживање које је обавио Веб са сарадницима (Webb et al. 1995).

Друго истраживање је показало да, радећи у малим групама при интерактивном учењу, ученици остварују боље школско постигнуће и јачу мотивацију за учење него када раде сами (Johnson, Johnson 1999). Осим тога, показало се да учење које се одвија у добро организованим и структурираним малим групама служи као превенција вршњачких сукоба и многих социјалних проблема са којима се срећу адолесценти (Johnson et al. 2001). Истраживања (Gillies 2003) су показала да се кооперација и интеракција

при учењу најбоље и најефикасније реализују у малим групама од четири до шест ученика које имају јасне циљеве и задатке.

По Сузићу и сарадницима (2003) разумевање социјалних процеса који се дешавају када ученици раде у малим групама, те сазнања о томе како ученици перципирају своја искуства у интерактивном учењу, како доживљавају тај процес, представљају кључно полазиште за интерактивно учење. Његова истраживања, као и наша искуства из методичке праксе, показују да већина ученика који уче интерактивно и кооперативно остварују боље резултате од ученика који раде индивидуално, посебно у учењу решавања математичких проблема. У резултатима својих истраживања Сузић издваја четири чиниоца: социјална подршка, услови за примање помоћи, структура задатка и перцепција ученика о раду у малим групама.

Ученици уче ефикасније када пружају помоћ другима, а више напредују ка самосталном учењу када примају минималну помоћ од других. При размени својих идеја они вербално комуницирају и размењују улоге током сагледавања проблема, скицирају и гестикулишу. Размена искустава у раду ученика, без обзира на облик који се остварује, изузетно је корисна за оне који на тај начин примају помоћ, као и за оне који је дају. „При пружању помоћи другима ученици су често у ситуацији да когнитивно реструктурирају информације, тако да их други разумеју и могу употребити“ (Gillies 2003: 137). У том процесу се дешава да и они који пружају помоћ отворе нове видике и властите спознаје у дијалогу са другима који траже допунска објашњења. У сваком случају, социјално промотивни аспекти давања инструкција чине врло снажан мотивациони ефекат интерактивног и кооперативног учења.

Истраживања (Gillies, Ashman 1998; Terwel et al. 2001) су потврдила да ученици који су научили да примају и пружају помоћ у школском учењу показују виши ниво одговорности за помоћ вршњацима којима је она потребна. Услови за примање помоћи повећавају се трајањем интерактивног учења. Што су дуже заједно, ученици све више развијају интуитивни смисао за потребе својих другова. Деца су когнитивно, емоционално и бихејвиорално ближа једно другом него својим наставницима. „Деца могу бити свеснија о томе шта други ученици не разумеју него њихови наставници и често пружају објашњења која боље осветљавају оно што њихови вршњаци не могу схватити“ (Gillies 2003: 138).

Структура задатка је врло битан аспект групне интеракције јер се на основу ње најчешће детерминише тип интеракције. Добро структурирани задаци, у којима сви чланови групе имају посебну улогу, у интерактивном учењу помажу на три начина: *интергрупном разменом информација, пружањем објашњења и тражењем помоћи*. Коен (Cohen 1994) је утврдио да овакви задаци не захтевају значајнију интеракцију, али да снажно подржавају учење у групној кооперацији. Супротно добро структурираним задацима, задаци у којима активности ученика нису унапред утврђене, могу се решавати учењем путем открића. Ученици притом развијају виши ниво ин-

теракије и кооперације, дискутују о начину рада, размењују идеје и информације. Учење је у тим условима интензивније и ефикасније. Овакве задатке Коен назива „слабо структурираним“, те закључује да продуктивност групе и појединца на таквим задацима зависи од нивоа интеракције. Задаци битно детерминишу интеракцију, а наставници би требало да знају у којој структури задатака је неопходна посебно квалитетна и интензивна интеракција. „Ако желимо квалитетну интеракцију ученика, задаци треба да буду оријентисани на: упутства, помоћ вршњака и олакшавање учења“ (Gillies, Ashman 1998: 747).

Истраживања (Ross 1995) су показала да постоји позитивна корелација између примања помоћи и склоности ученика да пружи помоћ у интерактивном учењу. Такође је утврђено да склоност ученика да траже и пружају помоћ расте уколико наставник обезбеди повратну спрегу о томе како се та помоћ може реализовати. Када примају помоћ од вршњака, ученици имају позитивне емоције што је карактеристично и за давање помоћи. Бити сусретљив и од помоћи другима, бити вољен, промовисати успех својих вршњака, својства су која интеракцију чини значајним елементом учења, чему већина ученика даје предност у свом учењу. Сва истраживања показују да ученици имају позитивну перцепцију о примању и пружању помоћи у вршњачкој интеракцији.

За потпуно остваривање дидактичког принципа индивидуализације наставник мора да изабере одговарајућу методiku реализације наставне садржине и то за сваког ученика појединачно. Такав индивидуалан третман сваког ученика у одељењу, није практично изводљив. За разлику од тога, настава у којој се доминантно користи интеракција између ученика применљива је у пракси, чак и у одељењима са већим бројем ученика, а снажно доприноси индивидуализацији учења. Како се у литератури ретко наглашава улога ученика који су у међусобној интеракцији, на крају наводимо резултате два истраживања, релативно старијег датума. „Пријатељски односи дефинитивно имају позитиван ефекат на напредовање у учењу и помажу у смањењу школских проблема“ (Krappmann, Oswald 1985: 322). „Ученици у настави усмереној ка њима развијају већи степен самопоуздања, превазилазе социјалне предрасуде, показују позитивнији став према школи и другим ученицима и склапају више пријатељстава него што је то случај са наставом која је такмичарска и индивидуалистички оријентисана“ (Johnson, Johnson 1989: 720).

Методички приступ интерактивној настави математике

Општи циљеви и задаци, као и оперативни задаци, нису у довољној мери прецизирани наставним програмима математике. Усвајање програмских садржина, развијање или формирање појмова, стицање знања, умења, вештина и навика, савладавање градива, упознавање са основним карактеристикама појмова и правила и оспособљавање за примену, неке су од од-

редница којима се описује начин остваривања наведених циљева и задатака.

Осим наведеног, садржинама програма математике, називима и сажетим објашњењима за обраду одређене су и програмске целине. Међутим, наведени елементи програма не прецизирају у довољној мери оптимум и минимум очекиваних исхода наставе и учења математике, као и начине долажења до таквих исхода. Услед тога, основни задатак методичара наставе математике је да применом савремене методике и иновацијама утичу на максимално повећање ефикасности наставе математике. То практично значи да су исходи наставе и учења променљива величина која не зависи само од наставних програма. У нашем истраживању определили смо се да интерактивном наставом математике у основном образовању утичемо на повећање ефикасности учења.

Квалитет интерактивности наставе/учења математике зависи првенствено од квалитета активности сваког појединца у групи, односно у одељењу. Највећи допринос повећању квалитета активности ученика, осим посебно надарених, чини помоћ наставника. Она може бити директна или индиректна са повратном информацијом. У односу на сврху и ниво помоћи разликујемо: стратегијску помоћ, мотивациону помоћ, стратегијску помоћ усмерену на садржај и садржајну помоћ. Стратегијска помоћ се односи на општи приступ, односно фазе решавања проблема, а ученици би требало да је усвоје најкасније до трећег разреда.

Оптимална индивидуализација у настави математике чини неопходан услов за квалитетну интерактивну наставу и учење. Ми смо се определили да тај услов испунимо коришћењем првенствено флексибилне диференцијације, односно диференциране помоћи наставника или најбољих ученика у малим групама. Притом, подразумевамо да су наставници добро упознати са правилним пружањем диференциране помоћи и да су оспособљени за њено квалитетно креирање. Ученике који у групном раду другом пружају помоћ, наставници морају да обуче и увежбају тако да их они у поменутој улози квалитетно замењују.

Уводећи у интерактивну наставу/учење реално могућу индивидуализацију, чинимо најбитнији корак у обезбеђивању квалитета њене реализације и жељених исхода. У складу са описаним теоријским основама истраживања, други корак представља оптималан избор наставних метода и дидактичких система, као и одговарајуће повезивање и интегрисање наставе.

Од описаних наставних метода, односно методских облика, првенствено ћемо примењивати разговор, рад са уџбеником или приручником, илустративно-демонстративан метод, као и елементе експерименталног рада. При интерактивном учењу једноставнијих математичких појмова и правила углавном ћемо се ослањати на мини-егземпларну наставу. Под њом подразумевамо примену погодно изабраног егземплара за интерактивну обраду наставних јединица или мањих тема. Систем проблемске наставе чи-

ниће основу за учење сложенијих математичких појмова, правила и решавања проблема.

За јасне и прецизне описе интерактивне обраде наставних јединица или одговарајућа упутства, неопходно је утврђивање оквирне структуре наставних часова за обраду задатака. Ми смо се определили за структуру која садржи следећи опис уобичајених фаза у реализацији часова обраде наставних јединица.

Препаративна фаза:

Интерактивно понављање предзнања ученика која су у непосредној вези са обрадом садржина за оперативну фазу.

Оперативна фаза:

а) Интерактивна обрада једноставнијих појмова и правила

1. Наставник *одређује егземплар* (пример или скуп примера), усклађен са уџбеником.

2. Ученици мисаоним активностима (посматрањем, поређењем са елементима анализе и синтезе) *уочавају* битне елементе за формирање појма или усвајање (схватање и утврђивање тачности) правила.

3. Ученици *анализирају* текстове који одређују *појам* или *правило*. Тиме врше *уопштавање* које захтева примену мисаоних поступака апстракције и генерализације.

4. Обрадом нових примера ученици *потврђују, проширују и обједињују* стечена знања.

У нашем приступу (мини-примена егземпларне наставе) израда нових примера представља потврђивање, обједињавање и проширивање текстуалног одређења појма или усвајања правила. Тиме се додатно, аналогично, ангажују мисаоне активности ученика, односно оптимизују, док се непотпуна индукција примењује смањеним бројем примера, а задржава улогу значајног облика закључивања.

б) *Интерактивну обрада сложенијих правила и проблемских задатака:*

1. Наставник одређује проблемску ситуацију, најчешће постојећим уводним примером из уџбеника или његовом текстуалном допуном, а проблем дефинише уз учешће надарених ученика.

2. Ученици уз диференцирану помоћ наставника (најчешће индиректна помоћ) функционално постављеним питањима са повратном информацијом, декомпонују и решавају проблем.

3. На основу решења проблема ученици формулишу или анализирају записано правило, а ако је у уџбенику предвиђено, текст правила допуњавају речима.

4. Обрадом нових примера потврђујемо, проширујемо и обједињујемо усвајање сложенијих правила или начине решавања аналогних проблема.

Верификативна фаза:

Верификативни резиме усмеравамо на обраду егземплара (решавања проблема) и део урађених примера (1–2) за потврђивање, проширивање и обједињавање. Затим следи задавање домаћег рада.

У припреми обраде наставне јединице за интерактивну наставу/учење, узимају се у обзир и најпогоднији облици рада за реализацију обраде са оптималним исходима. У току једног часа, најрационалније је комбиновање фронталног облика рада са радом у паровима. Ако је битна примена шире интеракције у малим групама, пожељно је да се о томе обавесте ученици на претходном часу, првенствено због распореда ученика у клупама. При том узимамо у обзир и могућност коришћења одговарајућих наставних средстава.

Уџбеник у интерактивној настави/учењу математике представља најбитнији извор математичких знања и умења, али је он и основно наставно средство. Услед тога га користимо у припремању и реализацији обраде већине наставних јединица. Погодан уџбеник за интерактивну наставу мора садржати уводни задатак, односно дидактички материјал, из којег се може сачинити егземплар или проблемска ситуација за први део обраде наставне јединице. Осим наведеног, он мора садржати довољан број примера и задатака за потпуну обраду наставне јединице, по раније описаној структури.

Наставни листићи и образовни рачунарски софтвер (ОРС) сачињавају се тек након завршене комплетне припреме за интерактивну обраду и реализацију часа. Квалитетан ОРС, који је у функцији ефикасније обраде наставне јединице, углавном препоручујемо за учење у оквиру домаћег рада ученика, самостално или у групи.

Визуелна, аудитивна и аудио-визуелна наставна средства често помажу повећању интерактивности у настави математике, али њихова употреба зависи и од општих услова за рад у школи. Лична наставна средства, која ученици поседују, или их могу, уз помоћ родитеља, сами сачинити, користимо у складу са оперативним задацима наставне јединице.

Игра у интерактивној настави/учењу математике у основном образовању има изузетно велики значај. Подразумева се да избор конкретних игара, или режирање нових, зависи првенствено од оперативних задатака наставне јединице. Међутим, морамо имати у виду да на часовима математике у млађим разредима основне школе, па и када формално није укључена ниједна конкретна игра, час мора садржавати карактеристике игре. Један од најтежих задатака у припреми часа интерактивне наставе математике је-

сте одређивање оних активности које ће оптимално омогућити да час добије карактеристике игре.

Како је у интерактивној обради практично сваке наставне јединице присутна флексибилна диференцијација, најчешће путем индиректне помоћи ученицима, у временском интервалу између пружања помоћи и повратне информације постоји простор за уношење елемената игре. На пример, такмичење у брзини и прецизности формулисања повратне информације, шаљиве допунске инструкције наставника и слично. У сваком случају, о избору и учешћу игре наставник одлучује при крају припреме за обраду наставне јединице, али са њеним приоритетним значајем. У прилозима овог рада дате су припреме за обраду две наставне јединице, са повећаном интерактивности.

Закључак

Основно математичко образовање ученика млађег доба условљено је њиховим психофизичким особинама, знатно више од осталих образовних области. Ако се узму у обзир и значајне разлике међу ученицима истог доба, с правом констатујемо да је у настави и учењу математике знатно теже остварити довољну мотивацију за рад и свесну активност свих ученика. Имајући у виду речено, ми смо се определили да представимо само део истраживања у методици наставе математике, која значајно доприносе мотивацији, индивидуализацији и свесној активности ученика.

Мотивација за учење математике природно се заснива на радозналости, активности и афирмацији ученика. Осим наведеног, на мотивацију значајно утичу идентификација, маштање, компензација и наткомпензација и слични фактори који спадају у развојно-одбрамбене механизме. Улога наставника (његов начин рада, личне особине, стручан ауторитет и сл.) такође спада у значајне факторе који утичу на мотивисаност ученика за учење математике. Ресурси за мотивисање ученика налазе се и у повезивању наставе математике са осталим наставним предметима. На тај начин се „позајмљују“ мотиви из других наставних предмета, што је посебно значајно и лако изводљиво када наставу одржава само један наставник, учитељ.

Осим подразумевајућих дидактичких принципа, васпитне усмерености, научности и савремености, у интерактивној настави математике дат је апсолутан приоритет *принципима индивидуализације и свесне активности*. Међутим, принципи се не могу остваривати у потпуности, без обзира на њихов приоритет. То значи да у научним истраживањима и иновацијама у настави математике морамо давати допринос повећању њихове реализације. Да би се они максимално остварили, користимо комбинацију свих савремених наставних система, метода, облика и средстава рада.

Од савремених наставних система и метода посебно истичемо примену *проблемске, егземпларне и флексибилно диференциране наставе*. У савременим облицима наставног рада посебно истичемо рад у малим хете-

рогеним групама. Њиховом правилном употребом и повезивањем постижемо повећану *интерактивност* у настави/учењу математике, што је најбитнији циљ и задатак, како у методичкој теорији, тако и у наставној пракси. Емпириска истраживања коаутора овог рада, др Миреле Мрђа, на изради докторске дисертације чине основу за позитивну евалуацију овог рада.

Емпириски део истраживања извршен је на популацији ученика четвртих разреда основних школа у Сомбору, методом уједначених група. У току школске године експериментална група је радила по упутствима за повећану интерактивност у обради сваке наставне јединице, а контролна група је радила на уобичајени начин. При крају школске године ученици су тестирани два пута. У првом тесту налазили су се задаци из садржаја предвиђених за прво полугодиште, а у другом тесту из садржаја за друго полугодиште. Тиме је омогућено мерење трајности стечених знања и умења ученика. Такође су посебно уједначене и упоређиване подгрупе ученика са добрим, врлодобрим и одличним успехом из математике у трећем разреду.

На основу табеларних и графичких приказа, као и тестирања значајности разлике међу аритметичким срединама закључујемо да су постигнућа ученика Е групе, на оба финална теста, статистички значајно боља од постигнућа ученика К групе, на нивоу статистичке поузданости 0.95. Исти закључак се односи и на све подгрупе ученика. Осим наведеног, закључено је да је највећи напредак постигла Е подгрупа са врло добром оценом из математике у трећем разреду, али без статистичке значајности. На истом нивоу значајности, закључено је и да је трајност знања и умења ученика Е групе већа у односу на К групу, јер је већа разлика аритметичких средина на првом финалном тесту него на другом.

Литература

- Gillies 2003: R. M. Gillies, The behaviors, interactions, and perceptions of junior high school students during small-group learning, *Journal of Educational Psychology*, Washington, DC, 95 (1), 137–147.
- Gillies, Ashman 1998: R. M. Gillies, F. A. Ashman, Behavior and interactions of children in cooperative groups in lower and middle elementary grades, *Journal of Educational Psychology*, Washington, DC, 90, 746–757.
- Johnson, Johnson 1989: D. W. Johnson, R. T. Johnson, *Cooperation and competition: Theory and research*, Interaction Book Company, Edina, MN.
- Johnson, Johnson 1999: D. W. Johnson, R. T. Johnson, Making cooperative learning work, *Theory Into Practice*, 38(2), 67–74.
- Johnson, D. W., et al. *Cooperative learning methods: A meta-analysis*. <www.clcrc.com/pages/cl-methods.html>. 25. 1. 2005.
- Krappmann, L., Oswald, H. Schulisches Lernen in Interaktionen mit Gleichaltrigen, In: *Zeitschrift für Pädagogik*, 31 (3), S. 321–337. <http://www.fachportal-paedagogik.de/fis_bildung/suche/fis_set.html?FId=47451>. 9. 12. 2006.

- Милијевић 2003: С. Милијевић, *Интерактивна настава математике*, Бања Лука: Друштво педагога Републике Српске.
- Мрђа 2013: М. Мрђа, *Интерактивна настава математике у млађим разредима основне школе*, докторска дисертација.
- Пешикан, Ивић 2000: А. Џ. Пешикан, I. Ivić, Interaktivna nastava – aktivno учење као вид осавременјаванја nastave, Београд: *Nastava i vaspitanje*, бр. 1–2, 160–170.
- Ross 1995: J. Ross, Effects of feedback on student behavior in cooperative learning groups in a Grade 7 math class, *The Elementary School Journal*, 96, 125–143.
- Сузић и др. 1999: Н. Сузић и др., *Интерактивно учење*, Бања Лука: Министарство просвјете Републике Српске и УНИЦЕФ канцеларија у Бањој Луци.
- Сузић и др. 2003: Н. Сузић и др., *Интерактивно учење II – друго издање*, Бања Лука: Teacher training centre, Триопринт.
- Сузић 2005: Н. Сузић, *Pedagogija za XXI vijek*, Бања Лука: ТТ-Сентар.
- Terwel et al. 2001: J. Terwel, R. Gillies, P. van den Eden, D. Hoek, Cooperative learning processes of students: A longitudinal multilevel perspective, Washington: *British Journal of Educational Psychology*, Washington, DC, 71, 619–649.
- Webb et al. 1995: N. M. Webb, J. D. Troper, R. Fall, Constructive activity and learning in collaborative small groups, Washington: *Journal of Educational Psychology*, Washington, DC, 87, 406–423.

Прилог 1

Припрема за интерактивну обраду наставне јединице Заокругљивање бројева

Препаративна фаза (15 мин.)

У овој фази часа наставник интерактивним дијалогом упознаје ученике са најчешће коришћеним записом бројева и појмом *тачне* и *приближне* вредности величине.

У рачунању најчешће користимо бројеве у декадном или децималном запису. Када одређујемо такве бројеве на основу модела величина, они не морају увек бити тачни, односно представљати праву вредност величине.

Када кажемо књига садржи 172 странице, а део књиге који чине странице са сликама је $\frac{21}{172}$, обе величине смо одредили тачним вредностима.

Када кажемо да је пут између два насеља дужине 172 километра, а део пута који није асфалтиран је $\frac{21}{172}$, величине нисмо одредили тачним, већ приближним вредностима.

Ако је неко мерио растојање од центра до центра два насеља и измерио 172,398 км, мерни број не представља тачну, већ приближну вредност.

Помоћу савремених средстава за мерење величину можемо измерити тако да њена приближна вредност задовољава потребну тачност за одређену намену.

Претходно одређен мерни број дужине пута можемо записати изостављајући цифре иза зареза. Тим поступком *заокругљујемо број*, запис \approx читамо *приближно је једнако*.

Искажи речима запис $172,398 \approx 172$.

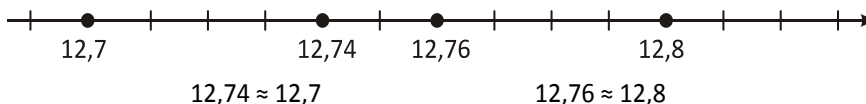
Повратна информација: сто седамдесет два зарез триста деведесет и осам приближно је једнако сто седамдесет и два.

Да ли је заокругљена вредност мерног броја дужине пута довољна, за сваку намену? Наведи одговарајући пример.

Повратна информација: Није довољна за сваку намену. На пример, возачима је заокругљена вредност довољна, а путарима није.

Оперативна фаза (20 мин.)

За егземплар користимо следећи пример. Претпоставимо да су нам задати бројеви 12,74 и 12,76 које желимо заокруглити на једну децималу. Притом морамо поштовати захтев да се заокругљени број разликује од задатог, *што је могуће мање*. У сврху обраде егземплара наставник и ученици одређују задате бројеве на одговарајућем делу полуправе.



На основу текста примера и скице дела бројевне полуправе, ученици уочавају да је тачка 12,74 ближа тачки 12,7 него тачки 12,8. То потврђују и рачунањем: $12,74 - 12,7 = 0,04$ и $12,8 - 12,74 = 0,06$. Због тога број 12,74 заокругљују на једну децималу записом $12,74 \approx 12,7$.

За потврђивање тачности записа $12,76 \approx 12,8$ ученици допуњавају следећи текст.

Уочавамо да је тачка 12,76 _____ тачки _____ него тачки _____. То потврђујемо и рачунањем: $12,8 - \underline{\hspace{2cm}} = 0,04$ и $12,76 - \underline{\hspace{2cm}} = 0,06$. Значи да се број _____ мање разликује од _____ него од _____, због чега ћемо га заокруглити на једну децималу записом $12,76 \approx 12,8$.

На основу обрађеног егземплара и захтева да се заокругљени број разликује од задатог, што је могуће мање, ученици хеуристичким вођењем наставника усвајају правила заокругљивања бројева.

1° Ако је прва цифра коју изостављамо мања од 5, преостале цифре не мењамо.

2° Ако је прва цифра коју изостављамо једнака 5 и после ње има цифара различитих од нуле, последњу преосталу цифру увећамо за 1, а остале цифре не мењамо.

3° Ако је прва цифра коју изостављамо једнака 5 и после ње нема цифара различитих од нуле, односно запис се завршава са 5, тада:

а) Ако је последња преостала цифра парна, преостале цифре не мењамо.

б) Ако је последња преостала цифра непарна, њу увећамо за 1, а остале цифре не мењамо.

4° Ако је прва цифра коју изостављамо већа од 5, последњу преосталу цифру увећамо за 1, а остале цифре не мењамо.

Обрадом следећих задатака ученици потврђују, проширују и обједињују усвојена правила.

Поред записа заокругљивања бројева, настави да записујеш ознаку примењеног правила.

$0,025 \approx 0,02$ – примењено је правило 3° а).

$70\ 253 \approx 70\ 250$ – _____.

$40,07 \approx 40,1$ – _____.

$8,102501 \approx 8,103$ – _____.

$2,5555 \approx 2,556$ – _____.

Верификативна фаза (10 мин.)

Након верификативног резимеа, ученици започињу решавање задатака, које довршавају код куће.

1. Број $\frac{1}{3}$ у децималном запису означавамо скраћено са $0,\bar{3}$.

Међутим, с обзиром да наведени број садржи бесконачно много децимала, у пракси смо принуђени да га заокруглимо.

За пример заокругли га на четири децимале, $\frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Заокругли бројеве на две децимале.

а) $\frac{31}{11} = 2,8\bar{18} \approx \underline{\hspace{2cm}}$. б) $0,15427 \approx \underline{\hspace{2cm}}$.

в) $173,5450 \approx \underline{\hspace{2cm}}$. г) $92,08501 \approx \underline{\hspace{2cm}}$.

3. Заокругли бројеве на хиљаде.

а) $8\ 120\ 305 \approx \underline{\hspace{2cm}}$. б) $325\ 500,01 \approx \underline{\hspace{2cm}}$.

Прилог 2

Интерактивно учење таблице множења

Таблицу множења ученици памте постепено, употребом у рачунању. За проверавање тачности запамћеног, ако је један чинилац мањи или једнак пет, ученици бројеве множе сабирањем једнаких сабирака. Ако су оба чиниоца већа од пет тада могу користити правило које ћемо доказати и објаснити. Претпоставимо да су m и n природни бројеви мањи од 5. Бројеви чији производи чине доњи десни део таблице множења имају тада облик $10-m$ и $10-n$, а оба припадају скупу $\{6, 7, 8, 9\}$. Множењем наведених бројева добијамо:

$$\begin{aligned}(10 - m) \cdot (10 - n) &= 10 \cdot 10 - m \cdot 10 - n \cdot 10 + m \cdot n = \\ &= (10 - m - n) \cdot 10 + m \cdot n = \\ &= \underline{[10 - (m + n)] \cdot 10 + m \cdot n}.\end{aligned}$$

За примену добијеног израза, при израчунавању производа наведених бројева, прво ћемо описати улогу бројева m и n . Број m одређује за колико је први задати чинилац мањи од 10, а број n исто то за други чинилац. Производ је једнак збиру у којем први сабирак садржи најмање две десетице јер је $10 - (m + n) \geq 2$, а други највише једну десетицу јер је $m \cdot n \leq 16$ ($4 \cdot 4 = 16$).

Описан начин одређивања производа може се одредити употребом прстију на спојеним шакама, длановима према себи. У том положају, палчеви су крајњи прсти и увек се савијају. Укупан број савијених прстију на левој шаци једнак је описаном броју m , а на десној n . Испружени прсти

представљају десетице, односно први сабирак, а други сабирак је производ савијених прстију. Тако описан поступак множења, можемо назвати *множење на прсте*. На тај начин се убрзава проверавање тачности десног дела таблице множења, који ученици најтеже памте.

Примери.

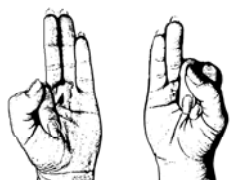
1. Израчунавање формулом:
 $9 \cdot 9 = [10 - (1 + 1)] \cdot 10 + 1 \cdot 1 =$
 $1 =$
 $= [10 - 2] \cdot 10 + 1 = 80 + 1 =$
 81

Илустрација рачунања на прсте
 $9 \cdot 9 = 8 \cdot 10 + 1 \cdot 1 = 80 + 1 = 81$



2. Израчунавање формулом:
 $8 \cdot 7 = [10 - (2 + 3)] \cdot 10 + 2 \cdot 3 =$
 $\cdot 3 =$
 $= [10 - 5] \cdot 10 + 6 = 50 + 6 =$
 56

$8 \cdot 7 = 5 \cdot 10 + 2 \cdot 3 = 56$



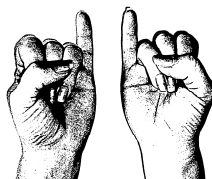
$7 \cdot 8 = [10 - (3 + 2)] \cdot 10 + 3 \cdot 2 =$
 $2 =$
 $= [10 - 5] \cdot 10 + 6 = 50 + 6 =$
 56

$7 \cdot 8 = 5 \cdot 10 + 3 \cdot 2 = 56$



3. Израчунавање формулом:
 $6 \cdot 6 = [10 - (4 + 4)] \cdot 10 + 4 \cdot 4 =$
 $\cdot 4 =$
 $= [10 - 8] \cdot 10 + 16 = 20 + 16 =$
 36

$6 \cdot 6 = 2 \cdot 10 + 4 \cdot 4 = 36$



Егземплар за интерактивну обраду наставне јединице *Множење броја 6 и бројем 6* чине 2. и 3. задатак на стр. 17 – 26 уџбеника. Интерактивну обраду 3. задатка допунити описаним множењем на прсте.

ПРОШИРИВАЊЕ САДРЖАЈА О РАЗЛОМЦИМА У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Увод

Изузетан значај основног образовања, посебно математичког, захтева велики број иновација у настави које доприносе модернизацији, рационализацији и ефикасности наставног процеса. Нови модели наставе мењају устале улоге наставника и ученика у којима наставник предаје, а ученик хвата белешке (Brown et al. 1991). У настави математике, односно аритметике у млађим разредима основне школе, наставни садржаји, односно наставне теме и јединице, могу се увести потпуном обрадом, или само пропедевтички (Глејзер 1997; English 1999; Watt 2004; Jordan 2006; Крекић 2007). Појам пропедевтика потиче од грчке речи *propaideuo*, што значи претходно проучавање, предшкола, знање које служи као увод и припрема, припремна обука, припремна настава, и сл.

У нашем истраживању циљ је да укажемо на недовољну примену пропедевтичког увођења математичких појмова и правила, како би се у значајнијој мери започињало правовремено са учењем свих садржаја математике предвиђених за основно образовање. На пример, деца најмање пет година уче појмове и специфична правила операција у скупу N_0 . Тај временски интервал математичког образовања остаје неискоришћен за пропедевтичко проширивање програмских садржаја, или увођење нових. Након тога им се у свега две године намеће убрзано настава и учење аритметике у скупу Z и Q . Због тога је тешко и замислити простор за учење ране алгебре и развој алгебарског мишљења. Наведено је последица инерције у образовним системима и тешком прихватању озбиљних промена, посебно у домену методичке трансформације.

Ми смо се определили да у истраживању приоритетно користимо стратегију повезивања садржаја у настави и учењу математике. Припрему и реализацију експерименталне наставе вршићемо у складу са коришћењем дидактичких принципа свесне активности ученика и индивидуализације. У ту сврху ослањамо се на истраживања интерактивне наставе и учења математике, кооперативног учења и флексибилне диференцијације. Да би се ученици у млађим разредима основне школе оптимално оспособили за ра-

* lazicbsaa@yahoo.com

но увођење алгебре и алгебарског мишљења, неопходно је пропедевтичко проширивање аритметике са основним елементима алгебре. У нашим условима наглашено ће се користити интегративни приступ у настави где приоритет чини методичка трансформација аритметике која обухвата пропедевтику одређених садржаја о разломцима. Да би примена пропедевтичке наставе и учења била оптимална, на учитељским и педагошким факултетима, потребно је у настави математике и методици наставе математике повезати и адекватно методички трансформисати програмске садржаје математике, закључно са шестим разредом основне школе или бар са петим разредом. У нашем истраживању фокусирамо се на скуп позитивних рационалних бројева Q^+ . Под тим првенствено подразумевамо проширивање појма броја, са N_0 на подскуп елемената Q^+ . Осим тога планирамо да пропедевтички уводимо релацију поретка и операције са разломцима истих именилаца, скраћивање и проширивање разломака, децимални запис и сл. На основу теоријских (математичких) основа, сачинили смо методички приступ који обухвата методичку трансформацију и методичке оквире за пропедевтичко проширивање појма разломка као елемента Q^+ , са конкретним моделима часова. При одређивању методичког приступа првенствено смо респектовали прописане *Опште образовне стандарде постигнућа* у првом циклусу образовања за предмет *Математика*, који између осталих, обухватају и садржаје о разломцима.

За успешно учење најповољније би било поновити пут којим је човечанство прошло кроз историју, али како је то у реалној настави математике неостварљиво, важно је извршити избор садржаја који ће ученике довести до нивоа са ког могу успешно наставити усвајање математичких садржаја, према програмски предвиђеним циљевима (Мићић 2004).

У Европи, назив *разломак* уводи Леонардо Фибоначи у *Књизи о Абаку*, (1202), преузевши га од Арапа. Као симбол дељења, он први користи разломачку црту да одвоји бројилац од имениоца (дељеник од делиоца). Облик (јединичног) разломка $\frac{1}{n}$ је настао од $1^f n$, где f значи *разломак*

(од италијанске речи *fratto*, што значи *подељен, разломљен*). Како је историјски развој математичких појмова, симбола и правила једна од основа за одређење методичког приступа, а наше истраживање је усмерено ка пропедевици, методички приступ започећемо улогом јединичних разломака. Притом, најпогоднији конкретни примери су они јединични разломци чији су имениоци декадне јединице. У пропедевтичкој обради употребљаваћемо само $\frac{1}{10}$ – *једну десетнину*, и $\frac{1}{100}$ – *једну стотнину*, које означавамо у децималном запису са 0,1 и 0,01 и читамо са *један десети*, односно *један стоти*.

Пропедевтичко проширивање појма и могућности упоређивања разломака

Опис општег методичког приступа садржајима о разломцима у млађим разредима основне школе налазимо код аутора Дејић и Егерић (2010), из чега издвајамо следећи цитат:

„У почетној настави математике ученици треба да упознају разломак као део целине; да науче да разломке записују и упоређују; као и да одређују део ако је дата целина (број) и да одређују целину (број) ако је познат његов део“ (Дејић, Егерић 2010: 210).

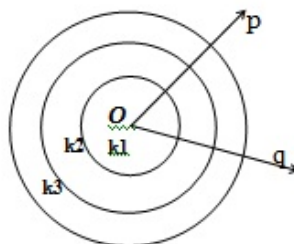
Према наведеном, ученицима наглашавамо да су сви делови целине међусобно једнаки. Пропедевтички је могуће да се тако одређен појам разломка схвати као број и прикаже на бројевној полуправи, као део јединичне дужи, за основне разломке. Тако постављеним циљем и задатком, пропедевтички можемо проширити и појам осталих позитивних разломака. За то су најпогодније наставне јединице у којима се уче правила дељења, односно одређивање количника. То значи да најкасније у трећем разреду, уводимо једнакост ознака за количник и разломак, односно назначени колич-

ник $a : b$ има исто значење као разломак у запису $\frac{a}{b}$. Тиме изједначавамо

и улогу дељеника у количнику са улогом бројиоца у разломку, као и улогу делиоца у количнику са улогом имениоца у разломку. У ту сврху наводимо следећи цитат који се односи на појам разломка:

„Требало би да се сталност изабране јединице у одређеном контексту, чије делове означавамо разломцима, помери према стицању могућности да се она може појавити у више идентичних примерака, и чињеници да се та целина одржава приликом њеног дељења на делове на различите начине. Занемарујући различитост садржаја формирамо апстрактан појам разломка, за који означавање одговарајућих делова различитих целина представља примере“ (Мићић 2004: 42).

Имајући у виду циљ, којим пропедевтички формирамо појам разломка као позитиван рационалан број, битно је да се апстрахује целина, односно искључи њена улога. На пример, коришћењем три концентрична круга и њиховом деобом двама полуправим, чија је почетна тачка центар кругова (слика 1), формирамо егземплар.



Слика 1: Модел за уопштавање појма разломка

Хеуристичким вођењем наставника, ученици изводе закључак да је однос (количник $a:b$) тако добијених кружних исечака *једнак* за све кругове, односно представља разломак $\frac{a}{b}$ као јединствен број. На почетку наведеног процеса користимо конкретан пример (егземплар) полуправих, које образују прав угао и чине исечке којима се приказује разломак $\frac{1}{4}$.

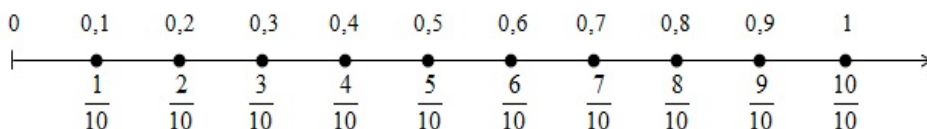
Применом правила *промена количника у зависности од промене дељеника*, можемо допунити формулисање појма позитивног разломка $\frac{a}{b}$.

Наиме, правило *ако се дељеник повећа одређени број пута и количник се повећа исти број пута* је еквивалентно правилу, *ако се бројилац повећа одређени број пута и разломак се повећа исти број пута*. Према наведеном,

важе једнакости: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot 1}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$. На пример, разломак $(\frac{3}{4})$ схватамо као

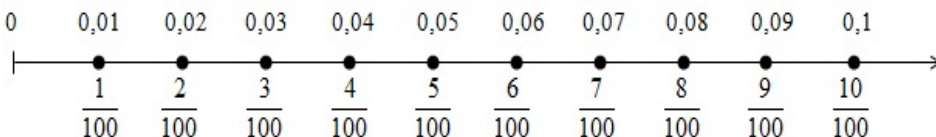
троструки јединични разломак $(\frac{1}{4})$, односно $\frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{1}{4}$, и можемо га користити као егземплар.

За пропеедвтичко проширивање појма *разломка десетнине* посматрамо дељење јединице природним бројевима $a \leq 10$, и користимо га као егземплар. Притом користимо повезивање са делом садржаја који се односи на разломке типа $1/a$, $a \leq 10$. Уређени низ приказујемо на бројевној полуправој, у облику разломака и децималног записа (слика 2):

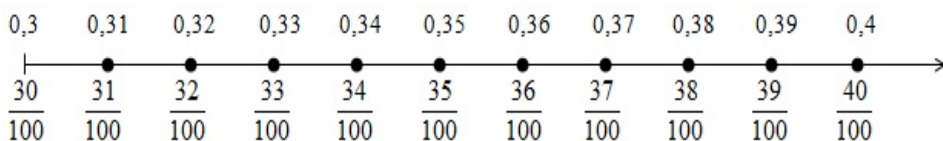


Слика 2: Бројевна полуправа десетнина од 0 до 1

Аналогно, на бројевној полуправој приказујемо и низ *стотнина* у интервалима од 0 до 0,1, односно од 0,3 до 0,4 (слике 3 и 4).



Слика 3: Бројевна полуправа стотнина од 0 до 0,1

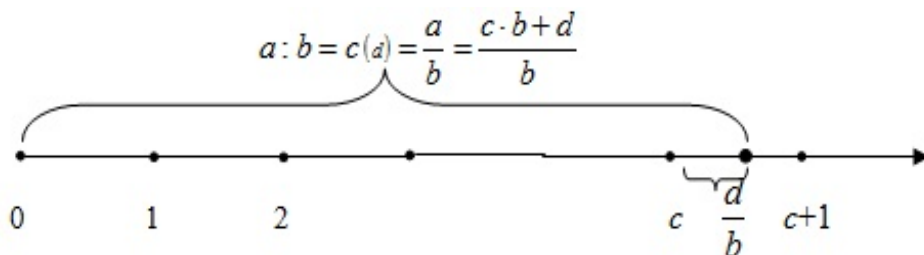


Слика 4: Бројевна полуправа стотнина од 0,3 до 0,4

Основу за разломке у децималном запису налазимо у њиховом представљању у облику збира разломака са именицима степена основе 10, и називамо их *децимални разломци*. На пример, на основу уведене еквиваленције два записа $\frac{1}{10} = 0.1; \frac{1}{100} = 0.01, \dots$ имамо да је,

$$0.37 = 3 \cdot \frac{1}{10} + 7 \cdot \frac{1}{100}, \text{ што можемо користити за егземплар.}$$

За пропедевтичко увођење појма разломака већих од јединице (неправи разломци), користимо наставне јединице које се односе на *дељење са остатком*. Прво одређујемо значење остатка при дељењу, погодним примерима, а свакако и приказом на бројевној полуправој. Притом, не користимо назив и запис мешовитог разломка, већ описно одређујемо разломак у целини са његовим местом на бројевној полуправој, на следећи начин (слика 5):



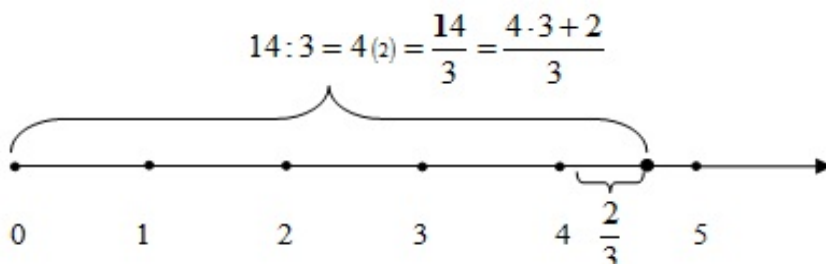
Слика 5: Приказ неправих разломака и остатка

Потврду за наведено налазимо у следећем цитату:

„Уосталом, записивање неправих разломака у облику мешовитих бројева подесно је само за непосредно уочавање њихових целих делова и правих разломака уз, традиционално (и ничим оправдано), изостављање знака +“ (Мићић 2004: 84).

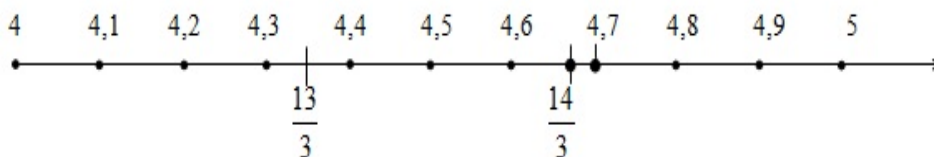
Егземплар за пропедевтичку обраду: $\frac{14}{3} = 14 : 3 = 4(2)$, интерпретирамо као број већи од пет а мањи од шест, што значи да се на бројевној полуправој налази између бројева 4 и 5. Остатак 2 представља неподељени

део дељеника (бројиоца), односно $2 : 3$ или $\frac{2}{3}$, што нам омогућује прецизније одређивање места, броја $\frac{14}{3}$ (слика 6).



Слика 6: Бројевна полуправа за $\frac{14}{3}$

На аналоган начин одређујемо број $4,7 = \frac{47}{10} = 47 : 10 = 4^{(7)}$, што нам такође омогућује прецизније одређивање и његовог места на бројевној полуправи (слика 7).



Слика 7: Бројевна полуправа за $4,7$

Из бројевне полуправе издвојили смо интервал између бројева 4 и 5 и приказали га довољно великим да бисмо могли приказати и трећине, односно десетнине у њему. Међутим, хеуристичким вођењем наставника ученици закључују да се испред приказаног интервала налази интервал између бројева 0 и 4, који садржи четири јединице, односно дванаест трећина или четрдесет десетнина. На тај начин они потпуније схватају разлоге за одређивање тачака које представљају бројеве: $\frac{14}{3} = \frac{12+2}{3} = \frac{12}{3} + \frac{2}{3} = 4 + \frac{2}{3}$ и

$$4,7 = \frac{47}{10} = \frac{40+7}{10} = \frac{40}{10} + \frac{7}{10} = 4 + 0,7.$$

Притом, коришћење знака „+“ између разломака пропедевтички уводимо као *надбројавање* интервала на бројевној полуправој: трећина или десетнина на постојећих 12, односно 40, а не као одређење операције саби-

рања. Ово је потпуно аналогно аксиоматском увођењу сабирања природних бројева, које називамо *надбројавање* јер бројање настављамо од задатог броја. На пример, $12 + 2 = 12 + 1' = (12 + 1)' = 13' = 14$.

Након уведене једнакости количника и разломка, могуће је и *упоређивање разломака, слободном проценом* или текстуално израженим *правилма упоређивања*. У оба случаја користимо односе бројилаца и именилаца упоређиваних разломака. Примена правила, које наводимо, чине једини сигуран начин упоређивања разломака и приступачна су за пропедевтичко увођење.

- Ако су једнаки имениоци, мањи је разломак чији је бројилац мањи.
- Ако су бројиоци једнаки, мањи је разломак чији је именилац већи.
- Ако је бројилац једног разломка мањи, а именилац већи, онда је он мањи од другог разломка.

Користећи остале односе бројилаца и именилаца можемо једино повећати сигурност слободне процене релације $<$, односно $>$. Међутим, на основу изједначавања количничког и разломачког записа можемо пренети сва правила, која се односе на промене количника у односу на промене дениоцима или делиоца, на одговарајућа правила промене разломака. Користећи наведено уводимо и правило којим можемо упоређивати све разломке.

- Ако разломке проширимо тако да именилац за оба разломка чини производ њихових именилаца, можемо применити прво правило.

$(\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} \text{ и } \frac{c}{d} = \frac{b \cdot c}{b \cdot d})$, уз наведене ознаке упоређивање разломка сводимо на упоређивање проширених бројилаца $a \cdot d$ и $b \cdot d$)

Као први конкретан пример (део егземплара), наводимо упоређивање разломака $\frac{3}{5}$ и $\frac{8}{11}$. Приказаћемо два начина упоређивања од којих се у првом повећава сигурност процене, а у другом упоређивање одређује са сигурношћу, на основу поменутих правила.

1. Проширивањем првог разломка са 2, упоређивање датих разломака сводимо на упоређивање $\frac{6}{10}$ и $\frac{8}{11}$. Сада се упоређивање проценом -

заснива на уочавању следећих односа. Бројилац првог разломка мањи је за 2 од бројиоца другог разломка, а именилац *само* за 1. Притом разлика бројилаца има *већу улогу* у упоређивању разломака, јер су бројиоци мањи - од именилаца (основни разломци). Уочавање наведених односа чини довољан услов да сигурнијом проценом упоредимо разломке, односно

$$\frac{3}{5} < \frac{8}{11}$$

2. Проширивањем првог разломка са 5, а другог са 2, упоређивање датих разломака сводимо на упоређивање $\frac{15}{25}$ и $\frac{16}{22}$. У овом облику, бројилац првог разломка је мањи од бројилоца другог разломка, а именилац већи. Како је то једно од наведених правила, са сигурношћу упоређујемо задате разломке, односно $\frac{3}{5} < \frac{8}{11}$.

У другом делу егземплара, описаним проширивањем именилаца упоређујемо задате разломке $\frac{3}{5}$ и $\frac{8}{11}$: $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 11}{5 \cdot 11} = \frac{33}{55}$ и $\frac{8}{11} = \frac{5 \cdot 8}{5 \cdot 11} = \frac{40}{55}$, а како је $33 < 40$ закључујемо да је и $\frac{3}{5} < \frac{8}{11}$.

Користимо и пример у коме су имениоци разломака сложени бројеви, односно упоређујемо разломке $\frac{7}{12}$ и $\frac{5}{8}$. Притом прво примењујемо опште правило: $\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 8}{12 \cdot 8} = \frac{56}{96}$ и $\frac{5}{8} = \frac{12 \cdot 5}{12 \cdot 8} = \frac{60}{96}$, а како је $56 < 60$ закључујемо да је $\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$. Након тако решеног задатка, захтевамо од ученика да

покушају проширити разломке тако да добију заједнички именилац, али мањи од 96. Притом не користимо правило одређивања најмањег заједничког садржаоца, односно имениоца, већ се ослањамо на креативне идеје ученика. На пример, утврђивањем дељивости са 2 оба задата имениоца и већ формираног заједничког имениоца (парни бројеви), ученик може проширивање разломака преполовити. ($\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 4}{12 \cdot 4} = \frac{28}{48}$ и $\frac{5}{8} = \frac{6 \cdot 5}{6 \cdot 8} = \frac{30}{48}$), а како је $28 < 30$ закључујемо да је

$$\frac{7}{12} < \frac{5}{8}.$$

Упоређивање основних разломака у децималном запису, са једном или две децимале, реализујемо изражавајући их у облику разломака једнаких именилаца. Нпр. $0,7 < 0,9$ ($\frac{7}{10} < \frac{9}{10}$) и $0,73 < 0,75$ ($\frac{73}{100} < \frac{75}{100}$). На аналоган начин упоређујемо и разломке веће од 1, на пример $3,7 < 3,9$ ($\frac{37}{10} < \frac{39}{10}$) и $214,75 < 215,73$. Међутим, разломке у децималном запису можемо упоређивати и директно на основу правила, која наводимо, а присутачна су за пропедевтичко увођење.

- Ако разломци у децималном запису испред децималне тачке - имају различите цифре, мањи је онај у коме те цифре одређују мањи природан број.
- Ако разломци у децималном запису испред децималне тачке имају једнаке цифре, а различите цифре које означавају десетнине, мањи је онај чији је број десетнина мањи.
- Ако разломци у децималном запису испред децималне тачке и на првом месту иза ње имају једнаке цифре, мањи је онај чији је број стотнина мањи.

Примери, респективно редоследу примене наведених правила:

$$342,72 < 352,72; 342,7 < 742,9 \text{ и } 342,72 < 342,75.$$

Применом правила промена количника у зависности од промене дељеника, можемо одредити правило множења позитивних разломака

$\frac{a}{b}$ природним бројем. У ту сврху користићемо једно од еквивалената помених правила, ако се бројилац повећа одређени број пута и разломак се повећа исти број пута. Према наведеном важи једнакост: $\frac{n \cdot a}{b} = n \cdot \frac{a}{b}$. Ко-

ристећи симетрију једнакости, односно $n \cdot \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{b}$, можемо формулисати правило множења позитивних разломака природним бројем.

Разломак помножимо природним бројем тако што бројилац помножимо тим бројем, а именилац препишемо.

Примери за егземплар:

$$1) 327 \cdot 12,3 = 4022,1$$

$$\begin{array}{r} 654 \\ 981 \\ \hline 40221 \end{array}$$

$$2) 23 \cdot 35,71 = 821,33$$

$$\begin{array}{r} 10713 \\ 7142 \\ \hline 82133 \end{array}$$

При пропедевтичком увођењу сабирања и одузимања ученике прво упознајемо са следећим правилом. *Када се количник збира или разлике (дељеник) и задатог броја (делилац) записује разломком, израз се не ставља у заграду јер дужина записа разломачке црте замењује заграду.* Притом користимо два примера (егземплар), којима стварамо основу за апстраховање.

$$1. \frac{13+5}{4} = (13+5):4 = 13:4 + 5:4 = \frac{13}{4} + \frac{5}{4}$$

$$2. \frac{13-5}{6} = (13-5):6 = 13:6 - 5:6 = \frac{13}{6} - \frac{5}{6}$$

Пре апстраховања ученици, посматрањем, компарацијом и елементима анализе, уочавају да је у првом случају разломак разложен на збир разломака чији су имениоци једнаки, а бројиоце чине сабирци задатог раз-

ломка. На аналоган начин уочавају правило и за други разломак, чији је бројилац разлика. Симболично записано, апстраховањем задатих бројева, записујемо уопштавање уочених правила.

$$1. \frac{a+b}{c} = (a+b) : c = a : c + b : c = \frac{a}{c} + \frac{b}{c},$$

$$2. \frac{a-b}{c} = (a-b) : c = a : c - b : c = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}.$$

При уопштавању другог правила напомињемо услов $a > b$, а услов о дељивости бројева изостављамо у оба правила, јер се ради о разломцима. У наставку, хеуристичким вођењем, ученици уочавају да на десној страни једнакости сабирамо, односно одузимамо разломке са једнаким имениоцем. То омогућује да применом симетрије једнакости запишемо правила сабирања, односно одузимања разломака са једнаким имениоцем у оба записа, симболично и текстуално.

$$1. \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad 2. \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Разломке са једнаким имениоцем сабирамо, односно одузимамо, тако што бројилоце саберемо, односно одузмемо, а именилац препишемо.

Као и при упоређивању разломака, користећи пренета правила са количника на разломке, уводимо и правило којим можемо сабирати или одузмати све разломке.

– Ако разломке проширимо тако да именилац за оба разломка чини производ њихових имениоца, можемо применити раније наведена правила сабирања или одузимања разломака са једнаким именио-

цем. Прво проширујемо разломке: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d}$ и $\frac{c}{d} = \frac{b \cdot c}{b \cdot d}$, а затим

$$\text{их сабирамо: } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{b \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

Имајући у виду неопходну рационалност у пропедевтичкој настави/учењу, посебно рационално коришћење расположивог времена, наводи-мо аналогне примере коришћеним примерима при упоређивању разломака, за формирање егземплара.

Пример 1: *Сабирање разломака* $\frac{3}{5}$ и $\frac{8}{11}$

Наведене разломке сабирамо користећи наведено правило, односно најпре их проширујемо и „сводимо“ на исте имениоце, $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 11}{5 \cdot 11} = \frac{33}{55}$ и

$$\frac{8}{11} = \frac{5 \cdot 8}{5 \cdot 11} = \frac{40}{55}, \text{ а затим примењујемо правило сабирања разломака са јед-}$$

наким имениоцем: бројиоце саберемо а именилац препишемо,
 $\frac{3}{5} + \frac{8}{11} = \frac{33}{55} + \frac{40}{55} = \frac{73}{55}$.

Пример 2: Одузимање разломака $\frac{7}{12}$ и $\frac{5}{8}$

Аналогно претходном примеру, прво примењујемо опште правило проширивања: $\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 8}{12 \cdot 8} = \frac{56}{96}$ и $\frac{5}{8} = \frac{12 \cdot 5}{12 \cdot 8} = \frac{60}{96}$, а затим правило одузимања разломака са једнаким имениоцем: бројиоце одуземо а именилац препишемо, $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} = \frac{60}{96} - \frac{56}{96} = \frac{60-56}{96} = \frac{4}{96}$.

На крају наводимо текстуално задат пример са описом тока решавања и одговарајућом анализом, уз хеуристичко вођење наставника.

Ученику су два друга мерила кораке, а притом је он корачао по правој линији.

А) Ученик је направио два корака у истом смеру, омогућујући друговима да њихову дужину измере мерењем растојања „од пете до пете“. Ако је мера првог корака 85 cm, а другог 78 cm, колику дужину су укупно измерили изражено у метрима.

1. начин – Ученици сабирају задате мерне бројеве 85 и 78, а затим меру изражавају израчунатим мерним бројем (збиром) и задатом јединицом мере: 163 cm. Након тога дељењем са 100 или разломком $\frac{163}{100}$ одређују мерни број, а мерену дужину записују на тражени начин $\frac{163}{100}$ m.

2. начин – Задате мере ученици изражавају у метрима: $\frac{85}{100}$ m и $\frac{78}{100}$ m. Након тога сабирају тако добијене мерне бројеве $\frac{85}{100}$ и $\frac{78}{100}$, а затим меру изражавају израчунатим мерним бројем (збиром) и траженом јединицом мере: $\frac{163}{100}$ m.

После решавања задатка ученици анализирају и упоређују оба начина, уз хеуристичко вођење наставника.

Б) Ученик је направио два корака, први у једном смеру завршавајући га спајањем пета. Притом је омогућио друговима да његову дужину измере након искорача, мерењем растојања од пете до пете. Затим је супротним смером (корак уназад) направио други корак на претходно описан начин. Ако је мера првог корака 85 cm, а другог 78 cm, на ком растојању се

његове пете налазе од места на коме су биле пре корачања, изражено у метрима.

1. начин – Ученици одузимају задате мерне бројеве 85 и 78, а затим меру изражавају израчунатим мерним бројем (разликом) и задатом јединицом мере: 7 cm. Након тога дељењем са 100 или разломком $\frac{7}{100}$ одређују мерни број, а мерену дужину записују на тражени начин, $\frac{7}{100}$ m.

2. начин – Задате мере ученици изражавају у метрима: $\frac{85}{100}$ m и $\frac{78}{100}$ m.

Након тога одузимају тако добијене мерне бројеве $\frac{85}{100}$ и $\frac{78}{100}$, а затим мерену дужину изражавају израчунатим мерним бројем (разликом) и траженом јединицом мере: $\frac{7}{100}$ m.

По решавању задатка ученици, као и у претходном примеру, анализирају и упоређују оба начина уз хеуристичко вођење наставника.

Коришћењем приказаног задатака повезујемо наставу математике са физичким васпитањем и познавањем природе. Потпунији методички приступ примене повезивања наставе математике са садржајима других предмета, као и више приказаних задатака налазимо у радовима: Милинковић, 2011; Милинковић, Богавац 2011; Петровић, Лазић 2012; Лазић и др. 2012; Липковски и др. 2012.

Закључак

У овом раду бавили смо се теоријским и практичним аспектима пропедевтичког проширења садржаја о разломцима у млађим разредима основне школе. У складу са описаном потребом „...увођења нових и квалитетних методички трансформисаних математичких садржаја који су у функцији бржег и ефикаснијег основног математичког образовања...“ (Ros 1994: 37), теоријски, практично смо потврдили да се наведено односи и на пропедевтичко проширивање појма разломка. У раду смо повезали одговарајуће садржаје о операцији дељења и предвиђени ниво формирања појма разломка, са пропедевтичким проширењем, за млађе разреде основне школе. Првенствено смо се фокусирали на приказ конкретних примера за одређивање егземплара, као најбитније основе за примену егземпларне или проблемске наставе (пример или скуп примера) при обради наставних јединица. Имајући у виду теоријске (математичке) основе, за рад експерименталне групе сачинили смо методички приступ који обухвата методичку тран-

сформацију и методичке оквира за пропедевтичко проширивање појма разломка, као елемента Q^+ са конкретним моделима часова.

На основу одговарајућих модела рада, односно обраде наставних јединица којима смо обрадили пропедевтички део, извршили смо емпиријска истраживања, чији су резултати позитивно евалуирани. Часови за експерименталну групу су одржани по наведеним методичким оквирима и одговарајућим моделима. Притом смо се ослањали на емпиријски део истраживања у вези са докторском дисертацијом првог коаутора овог рада. Узорак за истраживање одређен је из популације ученика четвртог разреда из две основне школе у Сомбору, приближно истих карактеристика, уједначавањем контролне (К) и експерименталне (Е) групе (једнак број ученика са истим успехом из математике и једнаком аритметичком средином добијених бодова на тесту при иницијалном мерењу). Из популације од по четири одељења укупно тестираних ученика у обе школе, издвојено је по 70 ученика за контролну (К) и експерименталну (Е) групу. На тај начин експериментом је било обухваћено 140 ученика, док су по одређеној експерименталној и традиционалној методици паралелно радили сви ученици. Експериментом је обухваћено и анкетирање свих ученика у паралелним групама, као и наставника који раде у разредној настави у поменути школама. Тестирањем које је реализовано у два дела, били су обухваћени садржаји о разломцима за четврти разред. Прво тестирање обављено је након првог, а друго током другог полугодишта. Резултати финалног тестирања ученика истих одељења које је обављено након завршетка првог полугодишта петог разреда, применом оних садржаја који су предвиђени планом и програмом, практично су потврдили остварљивост полазних теоријских поставки.

Компаративном анализом реализованих часова и статистичком обрадом података, закључили смо да је остварен висок ниво пропедевтичког формирања појма разломка, у оквирима програмски предвиђених аритметичких садржаја. Другим речима, структура и садржај часова су максимално усклађени са дидактичким принципима, посебно свесне активности и рационалности. Применом савремених дидактичких система, наставних метода, облика и средстава остварена је боља мотивација ученика и значајно бољи исходи наставе и учења. Повећана заинтересованост и пажња ученика, првенствено у деловима часа пропедевтичке обраде, потврђује наведене карактеристике и значај пропедевтичке наставе.

Литература

- Brown et al. 1991: A. L. Brown, J. C. Campione, R. A. Reeve, R. A. Ferrara, A. S. Palincsar, Interactive learning and individual understanding: The case of reading and mathematics, in: Landsmann, L. T. (Ed.), Culture, schooling, and psychological development, Norwood, NJ: Ablex Publishing Co., 136–170.

- Глејзер 1997: Д. Г. Глејзер, Геометрија у школи: проблеми и просуђивања, Норма III, 1–2/97, Сомбор: Учитељски факултет, 9–20.
- Дејић, Егерић 2010: М. Дејић, М. Егерић, Методика наставе математике, Београд: Учитељски факултет.
- English 1999: L. English, *Reasoning by Analogy: A Fundamental Process in Childrens Mathematical Learning*, Developing Mathematical Reasoning in Grades K–12, National Council of Teachers of Mathematics.
- Jordan et al. 2006: NC Jordan, D. Kaplan, L. Nabors Olah, M. Locuniak, Number Sense Growth in Kindergarten: A Longitudinal Investigation of Children at Risk for Mathematics Difficulties, *Child Development*, 77, 153–175.
- Крекић 2007: В. Крекић, *Савремене методичке трансформације елемената комбинаторике у почетној настави математике*, докторска дисертација, Београд: Учитељски факултет.
- Lazic et al. 2012: В. Lazic, J. Milinkovic, A. Petojevic, Connecting mathematics in propaedeutic exploration of the concept of fraction in elementary grades, in: N. Brankovic (edit.), *Theory and Practice of Connecting and Integrating in Teaching and Learning Process*, Sombor: Faculty of Education, 123–135.
- Lipkovski et al. 2012: A. Lipkovski, M. Rakonjac, В. Lazic, The connection of geometric and algebraic content in the sixth and seventh grade of primary school, in: N. Brankovic (edit.), *Theory and Practice of Connecting and Integrating in Teaching and Learning Process*, Sombor: Faculty of Education, 137–157.
- Мићић, Јоцковић 2004: В. Мићић, В. Јоцковић, *Приручник уз уџбеник математике за пети разред основне школе*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Milinković 2011: J. Milinković, Problem Solving in Integrated Curriculum“, *The Results of an Action Research Project 1*, Serbia: University of Belgrade.
- Милинковић, Богавац 2011: Ј. Милинковић, Д. Богавац, Монтесори метода – основа интегрисаног учења математике, *Методички обзори*, вол. 6/1, бр. 11, Пула: Свеучилиште Јурја Добрила, 135–143.
- Петровић, Лазић 2012: Н. Петровић, Б. Лазић, Модел повезане и интегрисане наставе математике и физичког васпитања, у: Н. Вуловић (ур.), *Методички аспекти наставе математике II*, књига 12, Јагодина: Факултет педагошких наука, 267–280.
- Правилник о образовним стандардима за крај првог циклуса обавезног образовања за предмете српски језик, математика и природа и друштво 2010: *Просветни гласник Републике Србије* бр. 5, Београд.
- Ros 1994: A. A. Ros, *Samenwerking tussen leerlingen en effectief onderwijs: De invloed van de leerkracht*, Groningen: Rijksuniversiteit, RION.
- Watt 2004: HMG Watt, Development of adolescence self – perceptions according to gender and domain in 7th through 11th grade in Australian students, *Child Development*, 75, 1556–1574.

ЗНАЧАЈ ТЕОРЕМА О ИЗОМОРФИЗМУ У НАСТАВИ УНИВЕРЗАЛНЕ АЛГЕБРЕ

1. Увод

Настанак Булових алгебри се везује за радове енглеског математичара и филозофа Џорџа Була. Иако идеја интерпретације формалних објеката у конкретним математичким структурама у његовом добу није била у потпуности развијена, може се рећи да је он имао у виду двије интерпретације својих идентитета. Прва интерпретација односи се на оно што данас називамо двоелементном Буловом алгебром, тј. на алгебру $2 = \{0,1\}$. У другој интерпретацији, Бул је имао у виду „алгебру класа“ у којој његовим операцијама одговарају операције уније, пресека и комплементације.

Као математичке структуре у строгом смислу, дакле као класа алгебарских структура која задовољава одређене идентитете, Булове алгебре изучавају се тек почетком двадесетог вијека. Међутим, показало се да је Бул, у односу на обје интерпретације био у праву, тј. да је у оба случаја формулисао комплетну аксиоматизацију. Емил Пост је 1921. године доказао да се сваки идентитет који важи у двоелементној Буловој алгебри може извести из Булових идентитета. Са друге стране, 1936. године, Маршал Стон је доказао да свака алгебра која задовољава Булове идентитете мора бити изоморфна алгебри скупова (Вујошевић 1996). Значај Булових резултата свакако превазилази оквире теорије Булових алгебри. Осим у логици и теорији скупова, гдје су настале и гдје и данас имају највећи значај, Булове алгебре се природно јављају и у другим областима математике. На примјер: у топологији, гдје одређују класу тотално неповезаних, компактних Хауздорфових простора; у теорији мјере, гдје се јављају као алгебре мерљивих скупова; у функционалној анализи, као алгебре пројекција Банаховог простора итд. (Chiswel 2007).

1.1. Основна својства

Булова алгебра се може дефинисати на два начина: као парцијално уређење $\mathfrak{B} = (B, \leq)$ са одређеним својствима или као алгебра

* dusanjok@yahoo.com

$$\mathfrak{B} = (B, \vee, \wedge, *, 0, 1)$$

у уобичајеном смислу која задовољава одређене идентитете.

Мрежа је парцијално уређење $\mathfrak{L} = (L, \leq)$ у коме сваки пар елемената $x, y \in L$ има супремум, који означавамо са $x \vee y$, и инфимум, који означавамо са $x \wedge y$.

Ако је \mathfrak{L} мрежа тада за све $x, z \in L, x \leq y$ ако и само ако $x \wedge y = x$ ако и само ако $x \vee y = y$. Такође, у свакој мрежи L , за произвољне $x, y, z \in L$ задовољене су следеће једнакости:

$$\begin{array}{ll} x \wedge y = y \wedge x & x \vee y = y \vee x \\ x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z & x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z \\ x \wedge (x \vee y) = x & x \vee (x \wedge y) = x \end{array}$$

Из претходног слиједи да мрежу можемо дефинисати на два начина: као парцијално уређење $\mathfrak{L} = (L, <)$, у коме сваки пар елемента има супремум и инфимум, или као структуру $\mathfrak{L} = (L, \vee, \wedge)$ са двије бинарне операције која задовољава претходне једнакости. У даљем дајемо примјере мрежа:

- i. Свако линеарно уређење $(X, <)$ је мрежа. У том случају, за све $x, y \in X$, $x \wedge y = \min(x, y)$ и $x \vee y = \max(x, y)$.
- ii. За сваки скуп X , скуп свих подскупова $P(X)$ скупа X је мрежа, с обзиром на инклузију у којој за све $x, y \in P(X)$, $x \wedge y = x \cap y$ и $x \vee y = x \cup y$.
- iii. Фамилија отворених скупова тополошког простора је мрежа у односу на инклузију. Конјункција и дисјункција такође одговарају скуповним операцијама пресека и уније.
- iv. Нека је $|$ бинарна релација на скупу природних бројева ω , таква да за све $x, y \in \omega$, $x | y$ ако и само ако x дели y . Структура $(\omega, |)$ је мрежа у којој је $x \wedge y$ највећи дјелитељ, а $x \vee y$ најмањи садржалац бројева x и y .
- v. У векторском простору \vee над пољем F , скуп $S(V)$ свих подпростора простора V , с обзиром на инклузију као поредак, чини мрежу у којој је дисјункција произвољних потпростора M и N потпростор генерисан са $M \cup N$, а конјункција једнака $M \cap N$. Слично, скуп свих подгрупа $S(G)$ дате групе чини мрежу у којој је дисјункција двије подгрупе једнака групи коју генерише њихова унија, а конјункција једнака њиховом пресеку. Појам мреже је и

настао у овом контексту, дакле као структура подгрупа дате групе. Општије, за произвољну структуру M , класа свих њених подструктура $S(M)$ чини мрежу у односу на инклузију као поредак.

Мрежа \mathcal{L} је дистрибутивна ако су за све $x, y \in L$ задовољене следеће једнакости:

$$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$$

$$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$

Ако је X произвољан скуп елемената мреже \mathcal{L} са $\bigvee X$ уколико постоји, означавамо супремум скупа X , а са $\bigwedge X$ његов инфимум. Сваки коначан скуп елемената мреже има супремум и инфимум. За бесконачне скупе то не мора бити случај. Ако сваки скуп елемената мреже \mathcal{L} има супремум (инфимум) тада је \mathcal{L} *комплетна мрежа*. У том случају, инфимум се може дефинисати помоћу супремума $\bigwedge X = \bigvee \{x \in L : \forall y \in X (x \leq y)\}$ и обратно.

На примјер: За сваки скуп X , партитивни скуп $P(X)$ је комплетна мрежа у којој супремуму и инфимуму одговарају скуповно операције уније и пресека. Мрежа отворених скупова тополошког простора је такође комплетна. Притом, супремуму одговара скуповна унија, а инфимуму отворење скуповног пресека.

Елемент x мреже \mathcal{L} је најмањи елемент у \mathcal{L} ако за све $y \in L$, $x \leq y$, а највећи ако за све $y \in L$, $y \leq x$. Уколико постоје, најмањи и највећи елементи мреже су јединствено одређени. Означаваћемо их редом са 0 и 1 .

Мрежа \mathcal{L} са најмањим и највећим елементом је *комплементирана* ако за свако $x \in L$ постоји $y \in L$ такво да $x \vee y = 1$, $x \wedge y = 0$. Булова алгебра је дистрибутивна комплементирана мрежа са највећим и најманим елементом. У даљем наводимо примјере Булових алгебри:

i. Нека је $P(X)$ скуп подскупова скупа X . Структура

$(P(X), \cup, \cap, C, \emptyset, X)$ је Булова алгебра. Ако је X празан скуп,

тада се алгебра $P(X)$ своди на једноелементну или тривијалну Булову алгебру. У даљем, ако то посебно не нагласимо, увијек подразумевамо нетривијалне Булове алгебре. Дакле, у свакој Буловој алгебри важи неједнакост $0 \neq 1$. Свака фамилија скупова затворена за пресеке, уније и комплементе је Булова алгебра (алгебра скупова). Алгебре скупова су подалгебре Булових алгебри облика $P(X)$. За сваку фамилију $M \subseteq P(X)$, пресјек свих подалгебри скупова које садрже M је такође алгебра скупова. То је заправо најмања алгебра скупова која садржи M .

ii. Ако је X једноелементни скуп тада $P(X)$ има два елемента \emptyset и

X које, слиједећи скуповно теоретску нотацију, означавамо са 0 и 1 , а Булову алгебру $P(X)$ са $2 = \{0,1\}$.

iii. Нека је X бесконачан скуп кардиналности k . Подскуп x скупа X је коначан у X ако је x^c коначан скуп. Нека је

$$F(X) = \{x \subseteq X : x \text{ је коначан или коконачан у } X\}.$$

Није тешко провјерити да је фамилија скупова $F(X)$ затворена за унију, пресјек и комплементацију, тј. структура $(FP(X), \cup, \cap, C, \emptyset, X)$ јесте Булова алгебра, који називамо Фрешеова алгебра.

iv. Нека је X тополошки простор и $C(X)$ фамилија свих истовремено и отворених и затворених скупова у X . Структура $(C(X), \subseteq)$ је Булова алгебра.

v. Нека је $P = (P, \leq, 0)$ линеарно уређење са најмањим елементом.

За произвољне $x, y \in P$, $[x, y) = \{z \in P : x \leq z < y\}$ је полуотворени интервал у P . За свако $x \in P$, $[x, \infty) = \{z \in P : x \leq z\}$ је

такође полуотворени интервал у P . Фамилија $L(P)$ свих коначних унија полуотворених интервала је Булова алгебра (интервална алгебра над P). Због једноставности доказ наредне теореме изостављамо.

Теорема 1. Нека је (B, \leq) Булова алгебра. За све $x, y \in B$, важе

слиједеће једнакости:

- i. $x \vee x = x$ и дуално, $x \wedge x = x$,
- ii. $x \vee y = y$ ако и само ако $x \wedge y = x$,
- iii. $x \vee 0 = x$ и дуално, $x \wedge 1 = x$,
- iv. $x \wedge 0 = 0$ и дуално, $x \vee 1 = 1$,
- v. $x^{**} = x, 0^* = 1$ и $1^* = 0$,
- vi. Ако $x^* = y^*$ тада $x = y$,
- vii. $(x \vee y)^* = x^* \wedge y^*$ и дуално $(x \wedge y)^* = x^* \vee y^*$.

О особинама бесконачних супремума и инфимума говори слиједећа теорема (Вујошевић 1996):

Теорема 2. Ако је \mathfrak{B} Булова алгебра тада за свако $a \in B$ и свако $S \subseteq B$ важе слиједеће једнакости:

- i. $a \wedge \bigvee S = \bigvee \{a \wedge x : x \in S\}$ и $a \vee \bigwedge S = \bigwedge \{a \vee x : x \in S\}$,
- ii. $(\bigvee S)^* = \bigwedge \{x^* : x \in S\}$ и $(\bigwedge S)^* = \bigvee \{x^* : x \in S\}$.

Доказ теореме је тривијалан.

Пресликавање $f : A \rightarrow B$ је хомоморфизам Булових алгебри \mathfrak{A} и \mathfrak{B} ако за све $x, y \in A$ важи

$$f(x \vee y) = f(x) \vee f(y), f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y),$$

$$f(x^*) = f(x)^*, f(0) = 0 \text{ и } f(1) = 1.$$

Теорема 3. Нека је $f : A \rightarrow B$ хомоморфизам тада:

- i. Скуп $f[A] = \{y \in B : \text{постоји } x \in A, y = f(x)\}$ је подалгебра алгебре \mathfrak{B} , тј. класа Булових алгебри је затворена за хомоморфне слике.
- ii. f је мономорфизам ако и само ако за свако $x \in A, f(x) = 0$ имплицира $x = 0$.
- iii. Ако је $g : A \rightarrow B$ хомоморфизам тада: $f = g$ ако и само ако f и g имају једнаке вриједности на неком генератором скупу алгебре \mathfrak{A} .

Сљедеће двије теореме такође дајемо без доказа.

Теорема 4. Нека је X генераторни скуп алгебре \mathfrak{A} и $f : X \rightarrow B$ функција са вриједностима у Буловој алгебри \mathfrak{B} . Функција f се може проширити до хомоморфизма алгебре \mathfrak{A} ако и само ако за свако $n \in \omega$, за све $x_1, x_2, \dots, x_n \in X$ и све $e_1, e_2, \dots, e_n \in \{+1, -1\}$

$$x_1^{e_1} \wedge \dots \wedge x_n^{e_n} = 0 \text{ имплицира } f(x_1)^{e_1} \wedge \dots \wedge f(x_n)^{e_n} = 0.$$

Теорема 5. Нека је \mathfrak{A} подалгебра Булове алгебре \mathfrak{C} и $f : A \rightarrow B$ хомоморфизам у комплетну Булову алгебру \mathfrak{B} , тада се f може проширити до хомоморфизма алгебре \mathfrak{C} у \mathfrak{B} .

Ако су \mathfrak{A} и \mathfrak{B} Булове алгебре њихов производ, у ознаци $A \times B$, је Булова алгебра са доменом $A \times B$ у којој су операције дефинисане тако да за све $x, x_1, x_2 \in A, y, y_1, y_2 \in B$,

$$(x_1, y_1) \vee (x_2, y_2) = (x_1 \vee x_2, y_1 \vee y_2),$$

$$(x_1, y_1) \wedge (x_2, y_2) = (x_1 \wedge x_2, y_1 \wedge y_2),$$

$$(x, y)^* = (x^*, y^*), 0 = (0, 0) \text{ и } 1 = (1, 1).$$

Нека је \mathfrak{B} Булова алгебра и $a \in B$, тада дефинишемо $(B|a) = \{x \in B : x \leq a\}$.

Теорема 6. (Chiswel 2007) За свако $a \in A, A \cong (A|a) \times (A|a^*)$.

Доказ. Пресликавање $g : A \rightarrow (A|a) \times (A|a^*)$ дефинисано тако да за свако $x \in A, g(x) = (x \wedge a, x \wedge a^*)$ је хомоморфизам. Са друге стране, пресликавање $h : (A|a) \times (A|a^*) \rightarrow A$ дефинисано тако да за све

$y, z \in A, h(y, z) = y \vee z$ је такође хомоморфизам. Притом, g и h су једно другом инверзни.

Иако сасвим једноставна, претходна конструкција има кључну улогу у изучавању својстава производа Булових алгебри. На примјер, прва од њених последица је следећа теорема репрезентације коначних Булових алгебри која репрезентује коначне Булове алгебре као алгебре облика партитивног скупа.

Теорема 7. За сваку коначну Булову алгебру \mathfrak{B} , постоји $n \in \omega$, такав да је $B \cong 2^n$.

Доказ. Индукцијом по кардиналности Булове алгебре \mathfrak{B} . Ако је $|B| = 2$ тада је $B \cong 2$. Претпоставимо да је $|B| > 2$ и да теорема важи за све Булове алгебре кардиналности $< |B|$. Према претходној теорему, постоји $a \in B, a \neq 0$ и $a \neq 1$, такво да је $B \cong (B|a) \times (B|a^*)$. Како су кардиналности $|B|$ мање од $|B|$ то, према индуктивној претпоставци, постоје $m, n \in \omega$ такви да је $(B|a) \cong 2^m$ и $(B|a^*) \cong 2^n$, па дакле $B \cong 2^{m+n}$.

Теорема о факторизацији облика $B \cong (B|a) \times (B|a^*)$ важи у много општијем виду. Да би се то разумјело треба примијетити да је у претходном случају кључно било то да су елементи a и a^* дисјунктни и да је њихова сума једнака јединици, тј. да они чине партицију јединице.

3. Филтри у Буловим алгебрама

У универзалној алгебри, језгро хомоморфизма $f : A \rightarrow B$ је релација \sim скупа A таква да за све $x, y \in A, x \sim y$ ако и само ако $f(x) = f(y)$. Из чињенице да је f хомоморфизам слиједи да је тако дефинисана релација \sim сагласна са свим операцијама алгебре \mathfrak{A} , тј. да је \sim конгруенција у \mathfrak{A} . Обрнуто, ако је \sim конгруенција алгебре \mathfrak{A} тада је на количничком скупу $A_{/\sim}$ природно одређена количничка структура типа алгебре \mathfrak{A} .

Природни хомоморфизам $h : A \rightarrow A_{/\sim}$ који сваком $x \in A$ придружује његову класу еквиваленције \tilde{x} , с обзиром на релацију \sim јесте хомоморфизам чије је језгро управо конгруенција \sim . Иако се заправо ради о језгрима хомоморфизама Булових алгебри, због њихове блиске везе са тополошким просторима, појам филтра, односно идеала, има значајну улогу у скуповно теоретској топологији, а тиме и у топологији уопште.

Непразан скуп $F \subseteq B$ је филтер у Буловој алгебри \mathfrak{B} ако:

- i. за свако $x \in F$ и свако $y \in B$, ако $x < y$ тада $y \in F$ и
- ii. за свако $x, y \in F$, $x \wedge y \in F$.

Дуално, непразан скуп $I \subseteq B$ је идеал у Буловој алгебри \mathfrak{B} ако су

задовољени сљедећи услови: прво, за свако $x \in I$ и свако $y \in B$, ако $y \leq x$ тада $y \in I$ и друго, за свако $x, y \in I$, $x \vee y \in I$.

У дефиницији филтра услови i и ii се могу замијенити сљедећим условима: ако $1 \in F$ и за све $x, y \in B$, $x \wedge y \in F$ ако и само ако $x \in F$ и $y \in F$, тада је $F \subseteq B$ филтер у Буловој алгебри B . Дуализацијом ове дефиниције добија се слична дефиниција идеала: ако $0 \in I$ и за све $x, y \in B$, $x \vee y \in I$ ако и само ако $x \in I$ и $y \in I$ тада је $I \subseteq B$ идеал Булове алгебре \mathfrak{B} . Убудуће говорићемо само о филтрима, али треба имати у виду да се свако њихово својство може дуализовати.

Филтер $F \subseteq B$ је главни филтер ако $F = \{x \in B : a \leq x\}$ за неко $a \in B$. Филтер F је тривијалан филтер ако је $F = \{1\}$, а прави филтер ако $0 \notin F$, тј ако је $F \neq B$. Убудуће, под термином филтер, подразумевамо прави филтер. Дакле, сваки филтер задовољава услов $0 \notin F$.

Теорема 8. Скуп $X \subseteq B$ се може проширити до филтра ако и само ако X има својство коначних пресека (Halmos 1963).

Доказ: Ако постоји филтер који садржи X тада, по дефиницији филтра, X има својство коначних пресека. Обрнуто, нека X задовољава својство коначних пресека. Ако је $X \neq \emptyset$ тада ставимо $F = \{1\}$. Ако је $X \neq \emptyset$ нека је и

$$F = \{y \in B : \text{за неке } x_1, \dots, x_n \in X, x_1 \wedge \dots \wedge x_n \leq y\}.$$

Услов (i) дефиниције филтра је тривијално задовољен. Ако су $x, y \in F$ тада за неке $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m \in X, x_1 \wedge \dots \wedge x_n \leq x$ и $y_1 \wedge \dots \wedge y_m \leq y$ па мора бити $x_1 \wedge \dots \wedge x_n \wedge y_1 \wedge \dots \wedge y_m \leq x \wedge y$, тј. $x \wedge y \in F$. Како X задовољава својство коначних пресека то $0 \notin F$, тј. F је филтер Булове алгебре \mathfrak{B} .

Филтер F у доказу претходне теореме је филтер генерисан скупом $X \subseteq B$. Наиме, једноставно се показује да је F најмањи филтер у \mathfrak{B} који садржи скуп X , тј. да је филтер F једнак пресеку свих филтера алгебре \mathfrak{B} који садрже X .

Теорема 9. Нека је $h : B \rightarrow A$ хомоморфизам Булових алгебри. Скуп $h^{-1}[1] = \{x \in B : h(x) = 1\}$ је филтер у Буловој алгебри \mathfrak{B} . Ако је F филтер у \mathfrak{B} тада постоји хомоморфизам алгебре \mathfrak{B} чије је језгро управо филтер F .

Доказ: Непосредно се провјерава да је $h^{-1}[1] = \{x \in B : h(x) = 1\}$ филтер у Буловој алгебри \mathfrak{B} . Обрнуто, претпоставимо да је F филтер у \mathfrak{B} . Дефинишимо релацију \sim_F тако да за све $x, y \in B, x \sim_F y$ ако и само ако постоји $z \in F$ такво да је $x \wedge z = y \wedge z$.

Релација \sim_F је релација еквиваленције скупа B . Више од тога, \sim_F је конгруенција алгебре \mathfrak{B} , тј. за све $x, y, x', y' \in B$, ако је $x \sim_F y$ и $x' \sim_F y'$ тада је $x \vee x' \sim_F y \vee y', x \wedge x' \sim_F y \wedge y'$ и $x^* \sim_F y^*$.

Релација \sim_F је сагласна са операцијама \vee и \wedge . Нека је $x \sim_F y$. По дефиницији то значи да постоји $z \in F$ такво да је $x \wedge z = y \wedge z$.

Сада је $z = z \wedge (x \vee x^*) = (z \wedge x) \vee (z \wedge x^*) = (z \wedge y) \vee (z \wedge x^*)$ па дакле $y^* \wedge z = z^* \left((z \wedge y) \vee (z \wedge x^*) \right) = (y^* \wedge x^*) \wedge z$. Потпуно аналогно добијемо и да је $x^* \wedge z = (y^* \wedge x^*) \wedge z$, што значи да постоји $z \in F$ такво да је $x^* \wedge z = y^* \wedge z$, тј. да је $x^* \sim_F y^*$.

За произвољно $x \in B$ нека је $|x| = \{y \in B : x \sim_F y\}$ класа еквиваленције елемента x и $B/F = \{|x| : x \in B\}$ количнички скуп с обзиром на релацију \sim_F . Сагласност операција Булове алгебре \mathfrak{B} са релацијом \sim_F омогућава да на количничком скупу B/F дефинишемо структуру Булове алгебре тако да за произвољне $x, y \in B$, $|x| \vee |y| = |x \vee y|$, $|x| \wedge |y| = |x \wedge y|$, $|x|^* = |x^*|$. Притом, за свако $x \in B$, $|x| = 1$ ако и само ако $x \in F$ и $|x| = 0$ ако и само ако $x^* \in F$, тј. у алгебри B/F , $1 = F$ и $0 = F^* = \{x \in B : x^* \in F\}$.

С обзиром на тако дефинисане операције B/F је количничка алгебра алгебре \mathfrak{B} по филтру F . Пресликавање $h : B \rightarrow B/F$ такво да за свако $x \in B$, $h(x) = |x|$ је природни хомоморфизам алгебре \mathfrak{B} на B/F . Филтер F је језгро хомоморфизма h .

Филтер $F \subseteq B$ је максималан ако за сваки филтер G , $F \subseteq G$ имплицира $F = G$, F је прост ако за све $x, y \in B$, $x \vee y \in F$ имплицира $x \in F$ или $y \in F$ и F је ултрафилтер ако за свако $x \in B$, $x \in F$ или $x^* \in F$ (али не оба).

У Буловим алгебрама максимални филтри, прости филтри и ултрафилтри коинцидирају (Мијајловић 1989).

Теорема 10. Ако је F филтер Булове алгебре \mathfrak{B} тада су следећи услови еквивалентни:

- i. $B/F \cong 2$,
- ii. F је језгро хомоморфизма алгебре \mathfrak{B} на алгебру 2 ,
- iii. F је максималан филтер алгебре \mathfrak{B} ,
- iv. F је прост филтер у \mathfrak{B} и
- v. F је ултрафилтер алгебре \mathfrak{B} .

Теорема 11. Сваки филтер се може проширити до ултрафилтра.

Доказ: Нека је F филтер Булове алгебре \mathfrak{B} и нека је P фамилија свих филтра у \mathfrak{B} који садрже филтер F . (P, \subseteq) је парцијално уређење. Нека је $L \subseteq S$ ланац у (P, \subseteq) и $C = \cup L$. Тврдимо да је C филтер Булове алгебре \mathfrak{B} који садржи F .

За произвољне $x, y \in B$, ако $x, y \in C$ тада постоје $G_1, G_2 \in L$ такви да $x \in G_1$ и $y \in G_2$. Како је L ланац то мора бити $G_1 \subseteq G_2$ или $G_2 \subset G_1$. Претпоставимо да је $G_1 \subseteq G_2$. Тада $x, y \in G_2$ па, како је G_2 филтер у \mathfrak{B} , мора бити $x \wedge y \in G_2$ тј. $x \wedge y \in C$. Из истих разлога, ако је $x \in C$ и $y \in B$ такав да је $x \leq y$ тада, за неко $G \in L$, $x \in G$ па како је G филтер у \mathfrak{B} то мора бити $y \in G$, тј. $y \in C$. Како за свако $G \in L$, $0 \notin G$ то $0 \notin C$, тј. C је филтер алгебре \mathfrak{B} . Јасно, $F \subseteq C$.

Како сваки ланац у парцијалном уређењу P има горње ограничење то, према Зорновој леми, P садржи максималан елемент G . Дакле, G је ултрафилтер у \mathfrak{B} који проширује дати филтер F .

У доказу теореме о ултрафилтру је користили смо аксиому избора, односно Зорнове лему. Иако обрнуто не важи, тј. аксиома избора се не може извести из теореме о ултрафилтру, ипак је теорема о ултрафилтру, као принцип, сасвим блиска принципу избора.

4. Стоунова теорема репрезентације

Најзначајнији резултат у теорији Булових алгебри је Стоунова теорема репрезентације. У даљем дајемо њену тополошку интерпретацију (Halmos 1963).

Теорема 12. Свака Булова алгебра изоморфна је алгебри скупова.

Доказ: За произвољну Булову алгебру \mathfrak{B} нека је SB скуп свих ултрафилтера алгебре \mathfrak{B} . За свако $x \in B$ нека је $s(x) = \{F \in SB : x \in F\}$. Пресликавање $s : B \rightarrow P(SB)$ је мономорфизам Булових алгебри.

s је хомоморфизам јер, за све $x, y \in B$ и сваки ултрафилтер $F \in SB$, $F \in s(x \wedge y)$ ако и само ако $x \wedge y \in F$ ако и само ако $x \in F$ и $y \in F$ ако и само ако $F \in s(x) \cap s(y)$, тј. $s(x \wedge y) = s(x) \cap s(y)$. Такође, $F \in s(x^*)$ ако и само ако $x^* \in F$ ако и само ако $x \notin F$ ако и само ако $F \in s(x)^c$, тј. $s(x^*) = s(x)^c$.

s је 1-1 јер, за све $x, y \in B$, ако $x \neq y$ постоји ултрафилтер F који садржи рецимо x и не садржи y тј. $F \in s(x)$ и $F \notin s(y)$ што значи да је

$s(x) \neq s(y)$. Алгебра \mathfrak{B} је изоморфна подалгебри $s[B]$ алгебре $P(SB)$. Операције у $s[B]$ су скуповне операције, тј. \mathfrak{B} је изоморфна алгебри скупова.

Тополошки простор X је нуладимензионалан ако је карактеристична алгебра CX база топологије на X . Компактан Хауздорфов и нуладимензионалан простор је Булов простор.

Примјери:

- i. Простор ирационалних бројева са топологијом индукованом топологијом реалне праве је нуладимензионалан. Његову базу чине скупови ирационалних бројева који припадају отвореним интервалима облика (a, b) , где су a и b рационални бројеви.
- ii. Сваки коначан дискретан простор је Булов простор. Специјално, са 2 ћемо означавати Булов простор над скупом $2 = \{0, 1\}$ и дискретном топологијом.
- iii. Производ сваке фамилије Булових простора је Булов простор.

Производ $X = \prod_{i \in I} X_i$ Булових простора је Хауздорфов простор.

Према теорему Тихонова, X је компактан. За произвољно $i \in I$ и $b_i \in CX_i$ нека је $s(b_i) \subseteq X$ такав да

$s(b_i) = \{x \in X : x(i) \in b_i\}$. Тада важи:

- i. X је тотално неповезан.
- ii. Ако је $B \subseteq CX$ база простора X затворена за коначне уније тада је $B = CX$.
- iii. Ако је $Y \subseteq X$ затворен тада је $CY = \{u \cap Y : u \in CX\}$.
- iv. Ако су $Y_1, Y_2 \subseteq X$ дисјунктни затворени скупови тада постоји затворено отворен скуп $u \in CX$ такав да $Y_1 \subseteq u$ и $Y_2 \subseteq u^c$.

У даљем дајемо још двије важне теореме репрезентације Стоунових односно Булових простора (Halmos 1963).

Теорема 13. Стонов простор Булове алгебре \mathfrak{B} је Булов простор и алгебра \mathfrak{B} је изоморфна са CSB .

Теорема 14. Сваки Булов простор хомеоморфан је Стоновом простору своје карактеристичне алгебре.

Доказ: Нека је X Булов простор и SCX Стонов простор његове карактеристичне алгебре. Тврдимо да је функција $t : X \rightarrow SCX$ дефинисана, тако да за свако $x \in X$,

$$t(x) = \{u \in CX : x \in u\}$$

хомеоморфизам Булових простора X и SCX .

За свако $x \in X$, $t(x)$ је ултрафилтер у алгебри CX јер за свако

$u \in CX$, $x \in u$ или $x \in u^c$, тј. $u \in t(x)$ или $u^c \in t(x)$. То показује и да је за свако $x \in X$, $t(x) \in SCX$, тј. да функција t заиста пресликава X у SCX .

Пресликавање t је 1-1 јер, ако су $x, y \in X$ различити тада, како је X Хауздорфов простор, постоје дисјунктни базни скупови $u, v \in CX$ такви да $x \in u$ и $y \in v$ па дакле, $t(x) \neq t(y)$.

t пресликава X на SCX јер, претпоставимо да је F ультрафилтер у CX . F је фамилија затворених подскупа компактног простора X са својством коначних пресека па постоји тачка простора $x \in X$ таква да за свако $u \in F$, $x \in u$ тј. $F \subseteq t(x)$. Како је F ультрафилтер то мора бити $F = t(x)$.

За свако $u \in CX$ нека је $s(u)$ скуп свих ультрафилтера алгебре CX који садрже u , тј. $s(u)$ је базни отворен скуп у простору SCX . За свако $u \in CX$ и свако $x \in X$, $x \in t^{-1}[s(u)]$ ако и само ако $t(x) \in s(u)$ ако и само ако $u \in t(x)$ ако и само ако $x \in u$, што значи да је $u = t^{-1}[s(u)]$.

Дакле, инверзна слика базног отвореног скупа је базни отворен скуп, t је непрекидна функција. Како су X и SCX компактни Хауздорфови простори, t је хомеоморфизам.

Литература

- Бел 2007: J. L. Bell, *Set theory*, Oxford: Clarendon Press.
- Вита 2011: M. Vita, P. Cintula, *Filters in algebras of fuzzy logics*, EUSFLAT-LFA, Aix-les-Bains, France.
- Вујошевић 1996: С. Вујошевић, *Математичка логика*, Подгорица: ЦИД.
- Левиц 1979: K. Levitz, H. Levitz, *Logic and Boolean algebra*, Baroon's educational series, Woodbury.
- Мијајловић 1987: Ž. Mijajlović, *An introduction to model theory*, Novi Sad: Faculty of Science, Institute of Mathematics.
- Халмос 1963: P. R. Halmos, *Lectures on Boolean Algebras*, New York: van Nostrand Mathematical Studies.
- Чисвел 2007: I. Chiswel, W. Hodges, *Mathematical logic*, Oxford: Oxford University Press.

ПРИМЈЕНА МЕТОДА МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛОВАЊА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Увод

NCTM (The National Council of Teachers of Mathematics – Национални савјет наставника математике) је још 1980. године на конференцији у Сијетлу донио одлуку о увођењу новог приступа у наставу математике који се заснива на рјешавању проблема. У том контексту, савремени трендови у настави математике стављају акценат на учење решавањем математичких проблема преко модела из реалног живота, чиме математика постаје средство предвиђања могућих исхода реалних животних ситуација.

С друге стране, присутност математике у свим сегментима савременог живота допринијела је да Европски парламент и Вијеће у кључне компетенције за цјеложивотно учење, одмах након језичких компетенција, уброји и математичке компетенције које се дефинишу као способност развоја и примјене математичког мишљења, како би се ријешило низ проблема у свакодневном животу. Према томе, математичка писменост представља једну од кључних компетенција за успјешно суочавање са различитим изазовима савременог друштва, а односи се на коришћење математичких знања, симбола, формула и процедура, комуницирање коришћењем језика математике, размишљање на математички начин, употребу математике у различитим контекстима, укључујући и коришћење математике у новим животним ситуацијама.

Имајући у виду да се методика наставе усмјерене на ученика огледа у оријентацији на исказивање образовних исхода у виду компетенција, те да се под *општим математичким компетенцијама* подразумијева *рјешавање проблема методама математичког моделовања*, насупрот посебним компетенцијама везаним за програмске садржаје, неопходно је том аспекту дати значајно мјесто у настави математике у млађим разредима основне школе.

1. Математичко моделовање у млађим разредима основне школе

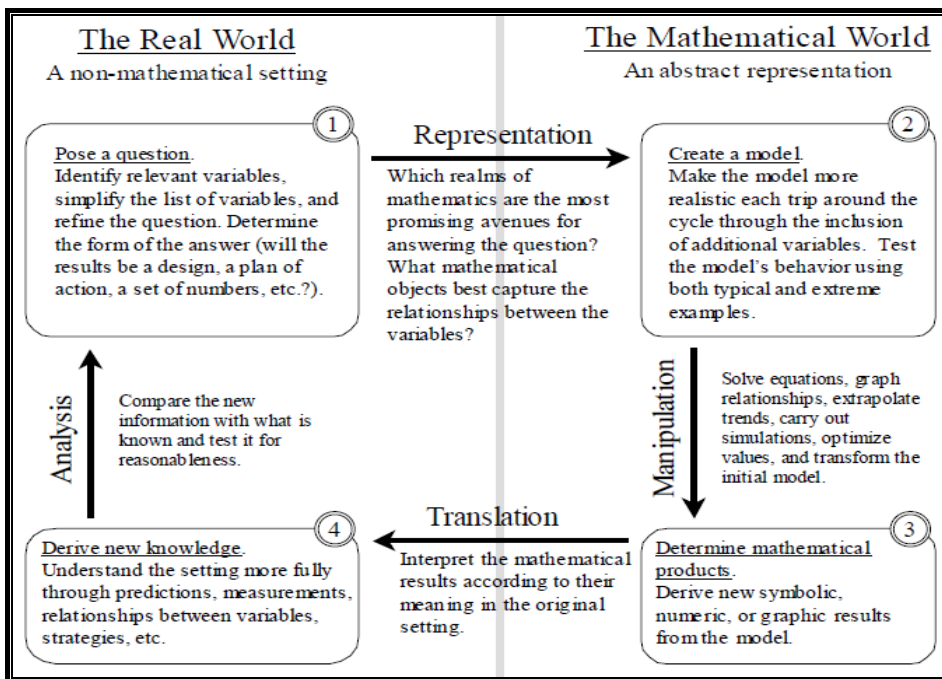
Моделовање у почетној настави математике тежи да код ученика развије боље разумијевање математичких концепата, учи их разумијевању математичких проблема, уочавању чињеница, формулисању и рјешавању проблема који су резултат специфичних реалних ситуација, те развијању

* sadra@teol.net

критичког и стваралачког мишљења. Велики број радова и истраживања у свијету указује на позитивне карактеристике математичког моделовања, али оно још увијек није потпуно интегрисано у почетну наставу математике, односно постоји празан простор између традиционалне наставе и оваквих наставних форми у млађим разредима основне школе.

Моделовање у настави математике прати дидактички круг који почиње упознавањем ученика са стварним проблемом из живота и преко својих фаза води ка развоју математичког мишљења и рјешењу проблема. Моделовање у настави симулира реалне ситуације и припрема ученике за изазове у којима ће се наћи изван школе, последице завршетка школовања. Њиме се омогућава развијање способности као што су интерпретација, описивање, тумачење података као и конструисање и управљање комплексним системима. Схема која слиједи (схема 1) представља улогу моделовања у успостављању веза између математике и реалног свијета коју је дао Џошуа Пол Абрамс (Joshua Paul Abrams, *Mathematical Modeling: Teaching the Open-ended Application of Mathematics*).

Евидентно је да се полази од реалног проблема (оригинала) и у првој фази врши његова анализа (идентификовање познатих и непознатих података и односа међу њима). Слиједи размишљање о представљању проблема математичким језиком, односно о математизацији реалне ситуације, те о математичким појмовима и правилима неопходним у процесу рјешавања. У другој фази се формира математички модел, те врше испитивања на њему, а по потреби и одређене трансформације. У трећој фази се формулише математичко рјешење проблема, те врши његова интерпретација и верификација на оригиналу, тј. реалном проблему. На крају се нове „информације“ и стратегије, односно знања стечена у процесу рјешавања проблема анализирају и упоређују са раније стеченим знањима, те врши њихово усвајање на нивоу разумијевања, како би била примјенљива у моделовању и рјешавању сличних реалних проблема.



Шема 1.

Математичким моделовањем су се бавили многи истраживачи математичког образовања и о његовој примјени у млађим разредима основне школе постоје различита схватања. Galbraith, Blum, Booker, Huntley своје теорије заснивају на квалитету знања ученика и сходно томе сматрају математичко моделовање непримјенљивим у почетној настави математике. Kagan, Barbosa, Schoenfeld истичу да моделовање треба подстицати у разредној настави, а Doerr, English да га је неопходно примјењивати с обзиром да дјеца тог узраста „активно учествују у стварању нових модела“.

Имајући у виду кључну улогу математичког моделовања у цјеложивотном учењу, те захтјеве Наставног плана и програма за основну школу Републике Српске према коме се операционализација основног циља наставе математике у IV и V разреду између осталог остварује и овладавањем основним математичким методама и њиховим примјенама у различитим областима живота (математичко моделовање), неопходно је темељније истраживање значаја, могућности и ефеката његове примјене у млађим разредима основне школе.

2. Методолошки приступ истраживању

Предмет овог истраживања произашао је из наведених теоријских поставки којима се наглашава улога методе моделовања у рјешавању математичких проблема, те проблема из свакодневног, професионалног и друштвеног живота, а оријентисан је на утврђивање образовних ефеката и степена примјене моделовања у почетној настави математике, те ограничавајућих фактора у данашњој наставној пракси.

Циљ истраживања је да се испитају и критички оцијене ставови наставника о математичком моделовању и њихова усклађеност са квалитетом оваквог приступа настави математике у млађим разредима основне школе.

Дефинисани циљ има свој теоријски и практични смисао који доприноси значају истраживања, а огледа се у бољем схватању и разумијевању математичког моделовања чија се ефикасност у савременој настави математике све више наглашава и подстицању примјене методе моделовања у наставној пракси у нашим школама.

У оквиру постављеног циља истраживања, као релевантни могу се дефинисати сљедећи *задачи истраживања*:

1. Испитати ставове наставника према математичком моделовању у почетној настави математике.
2. Утврдити степен информисаности наставника о образовно-васпитним ефектима који се остварују примјеном методе моделовања.
3. Испитати степен оспособљености наставника за примјену математичког моделовања.
4. Утврдити ограничавајуће факторе учесталије примјене методе моделовања у почетној настави математике.
5. Испитати да ли учесталост примјене метода моделовања зависи од хронолошке доби испитаника.

На основу изнијетих теоријских разматрања, те предмета, циља и задатака истраживања, могу се поставити *општа* и *помоћне хипотезе*:

X_0 – Математичко моделовање, сходно ставовима наставника, значајно доприноси квалитету наставног процеса, али је његова примјена на незадовољавајућем нивоу.

$X_{П1}$ – Наставници ће исказати позитиван став према математичком моделовању у почетној настави математике.

$X_{П2}$ – Наставници ће исказати опредјељења за примјену метода моделовања у рјешавању проблемских задатака.

$X_{П3}$ – Оспособљеност наставника за примјену метода моделовања није на одговарајућем нивоу.

$X_{П4}$ – Програмски саджаји и садржаји уџбеника нису прилагођени примјени математичког моделовања.

$X_{П5}$ – Методе моделовања у наставној пракси чешће примјењују наставници млађе хронолошке доби.

Формулисани циљ и задаци истраживања условили су избор *методе теоријске анализе* и *сервеу методе* као најадекватнијих за тестирање постављених хипотеза, те *скалирања* као истраживачке технике.

Опредијелили смо се за скалу ставова Ликертовог типа за испитивање степена оријентисаности наставника на примјену метода моделовања у рјешавању математичких и практичних животних проблема.

Ваљаност скале је обезбијеђена коришћењем ставки у којима се директно помиње предмет мјерења (*очигледна ваљаност*), те прелиминарном примјеном на еквивалентном узорку, *тестирањем значајности разлика између група наставника* са позитивним и негативним ставом према општој тврдњи „Математичко моделовање веома често примјењујем у рјешавању проблемских задатака.“

Истраживање је реализовано школске 2012/2013. године на узорку од 169 наставника (професора) разредне наставе из 36 основних школа Републике Српске, уз помоћ студената студијских програма разредне наставе Универзитета у Источном Сарајеву.

Структура узорка с обзиром на хронолошку доб испитаника презентована је табелом 1.

Табела 1: Хронолошка доб испитаника

Хронолошка доб испитаника	f	%
до 40 година	93	55,03
41 и више година	76	44,97
Укупно	169	100,00

У првој фази је обављена прелиминарна примјена скале ставова, извршено тестирање значајности разлика Ни–квадрат тестом (табела 2), те утврђена коначна верзија скале.

Табела 2: Тестирање значајности разлика између група

Група	Скала ставова		<i>Математичко моделовање веома често примјењујем у рјешавању проблемских задатака</i>					
			Интензитет става					
			Изразито позитиван	Умјерено позитиван	Колебљив	Умјерено негативан	Изразито негативан	Σ
1	Потпуно се слаже	f	4	11	2	0	0	17
		%	2,72	7,48	1,36	0,00	0,00	11,56
	Углавном се слаже	f	2	19	5	0	0	26
		%	1,36	12,93	3,40	0,00	0,00	17,69
	Неодлучан	f	4	27	14	3	1	49
		%	2,72	18,37	9,52	2,04	0,68	33,33
2	Углавном се не слаже	f	0	13	17	1	0	31
		%	0,00	8,85	11,56	0,68	0,00	21,09
	Уопште се не слаже	f	0	9	10	3	2	24
		%	0,00	6,13	6,80	2,04	1,36	16,33
	Σ	f	10	79	48	7	3	147
		%	6,80	53,76	32,64	4,76	2,04	100,00

χ^2 (Pearson-ов Хи-квадрат) 59,061; $df = 12$; $p = 0,000$.

Евидентно је да су групу 1 сачињавали испитаници који су се у потпуности или дјелимично сложили са тврдњом: *Математичко моделовање веома често примјењујем у рјешавању проблемских задатака* ($N = 43$), а групу 2 испитаници који се углавном или уопште нису сложили ($N = 55$), те да у анализу нису били укључени „неодлучни“ испитаници ($N = 49$). На основу података из табеле, израчунати су основни статистички показатељи: χ^2 тест чија је вриједност 59,061 статистички значајна на нивоу $p = 0,000$ уз $df = 12$, што доказује да је обезбијеђена задовољавајућа ваљаност скале ставова о примјени метода математичког моделовања у почетној настави математике, с обзиром да се у истраживању може очекивати статистички значајна разлика између испитаника са позитивним и негативним ставом, те да се иста може користити као истраживачки инструмент.

У другој фази је проведено истраживање, а у трећој извршена статистичка обрада података коришћењем софтвера за статистику на персоналном рачунару, те интерпретација добијених резултата.

3. Резултати истраживања и њихова интерпретација

Ставови наставника (професора) разредне наставе према математичком моделовању, односно степен слагања или неслагања са појединим аспектима математичког моделовања, доприносе њиховом општем односу

према моделовању који може имати значајне импликације на његову при-мјену у настави.

У циљу потпуније анализе општег односа према математичком мо-деловању, неопходно је сагледати појединачне резултате сваког наставника који су у интервалу од 15 до 75, с обзиром да су одговори бодовани од 1 (потпуно неслагање) до 5 (потпуно слагање) (табела 3 и графикон 1).

Табела 3: Општи однос наставника према математичком моделова-њу

Интензитет става	Скална вриједност	f	%
Изразито негативан	до 1,50	6	3,55
Умјерено негативан	од 1,51 до 2,50	7	4,14
Колебљив	од 2,51 до 3,50	29	17,16
Умјерено позитиван	од 3,51 до 4,50	73	43,20
Изразито позитиван	од 4,51 до 5,00	54	31,95

χ^2 (Pearson-ов Хи-квадрат) 98,000; df = 3; p = 0,000.

Графикон 1: Општи однос наставника према математичком моделовању



Примјеном наведене подјеле утврђено је да 3,55% наставника има изразито негативан однос према математичком моделовању, 4,14% умјерено негативан, док их је у категорији колебљивих 17,16%. Евидентно је да знатно већи број наставника (75,15%) има позитиван општи однос према

математичком моделовању (43,20% умјерено позитиван, 31,95% изразито позитиван), што доказује и средња скална вриједности (3,96).

Статистичком обрадом наведених података утврђено је да је разлика између броја наставника са позитивним и негативним општим односом према математичком моделовању исказана Пирсоновим χ^2 тестом (98,000) значајна на нивоу $p = 0,000$ за $df = 3$.

Преглед појединачних резултата према тврдњама које садржи скала омогућава сагледавање односа наставника према различитим аспектима математичког моделовања.

Значајно је истаћи, а што ће потврдити и нумерички показатељи који слиједе, да су највеће разлике у просјеку прихваћености код тврдњи које се односе на примјену математичког моделовања у настави. Прва у рангу, скалне вриједности 4,66, а истовремено најмање прихваћена је тврдња: *Не бих примјењивао математичко моделовање у настави, без обзира на његове предности*, док је друга у рангу прихваћених (скална вриједност 4,56) тврдња: *Волио бих да имам више могућности за примјену математичког моделовања у почетној настави математике*. С друге стране, посљедња по степену прихваћености је тврдња: *Математичко моделовање веома често примјењујем у рјешавању проблемских задатака*, чија је скална вриједност 2,89, коју не прихвата 45,56% наставника (10,65% интензитетом „уопште се не слажем“, 34,91% „углавном се не слажем“), а прихвата 31,95% (13,61% интензитетом „потпуно се слажем“, 18,34% „углавном се слажем“), док је 22,49% колебљивих наставника. Добијени резултати показују да наставници у рјешавању проблемских задатака не примјењују често методе моделовања, али изражавају спремност и определијеленост за његову примјену, не прихватајући тврдњу у којој се примјена математичког моделовања доводи у питање (95,86%), а истовремено прихватајући тврдњу да би вољели да имају више могућности за његову примјену (89,35%).

Сљедећа по степену прихваћености (скална вриједност 4,02), међу тврдњама које изражавају ставове наставника о примјени математичког моделовања, је тврдња: *Од математичких модела и метода најчешће примјењујем методу једначина*, коју прихвата 79,88% наставника, док је колебљивих и оних који не прихватају по 10,06%. Слиједи тврдња: *Математичко моделовање примјењујем при повезивању школских знања са непосредним друштвеним окружењем*, чији је просјек прихваћености 3,59% (51,48% позитиван однос, 19,52% негативан однос, 28,99% колебљив однос).

Према тврдњама које карактеришу математичко моделовање као иновативан методички приступ, који омогућава брже и квалитетније остваривање циљева у почетној настави математике, наставници исказују позитиван и колебљив однос. Према индексу скалне вриједности, редослиједом наставници су прихватили сљедеће тврдње: *Математичко моделовање доприноси развијању математичких способности и математичког мишљења* (скална вриједност 4,30); *Математичко моделовање доприноси развијању способности ученика за рјешавање математичких задатака* (скална

вриједност 4,23); *Математичко моделовање представља један од начина осавремењавања почетне наставе математике* (скална вриједност 3,96); *Математичко моделовање доприноси стицању квалитетнијих, трајнијих и примјенљивијих знања* (скална вриједност 3,90); *Математичко моделовање доприноси активнијем учењу ученика свих нивоа знања у рјешавању проблемских задатака* (скална вриједност 3,64); док су колебљив однос исказали према тврдама *Математичко моделовање доприноси мотивисању ученика за учење математике* (скална вриједност 3,35) и *Настава у којој се примјењује математичко моделовање је знатно квалитетнија од класичне наставе* (скална вриједност 3,34).

Анализа општег односа наставника према математичком моделовању, осим сагледавања квалитета оваквог приступа почетној настави математике и одређености, односно мотивисаности наставника за његову примјену, подразумијева сагледавање фактора који у мањој или већој мјери отежавају његову учесталију примјену у наставном процесу. Увид у презентоване резултате показује да је просјек прихваћености редослиједом 4,49 за тврдњу *Садржаји уџбеника нису прилагођени примјени метода моделовања*, 4,38 за тврдњу *Обимност програмских садржаја негативно се одражава на учесталију примјену математичког моделовања*, а 4,14 за тврдњу *Наставници немају одговарајућа математичка и методичка знања за примјену математичког моделовања*. Добијени резултати потврђују да 89,35% наставника исказује позитиван став према тврдњи о неприлагођености садржаја уџбеника примјени метода моделовања (сасвим се слаже 63,91%, углавном се слаже 25,44%, неодлучно је 7,69%, углавном се не слаже 1,78%, уопште се не слаже 1,18%), 85,20% према тврдњи да се обимност програмских садржаја негативно одражава на учесталију примјену метода моделовања (сасвим се слаже 56,80%, углавном се слаже 28,40%, неодлучно је 11,24%, углавном се не слаже 2,96%, уопште се не слаже 0,59%), а 82,84% према тврдњи да наставници немају одговарајућа математичка и методичка знања за примјену метода моделовања (сасвим се слаже 52,07%, углавном се слаже 30,77%, неодлучно је 4,14%, углавном се не слаже 5,33%, уопште се не слаже 7,69%).

Учесталост примјене метода моделовања с обзиром на хронолошку доб испитаника неопходно је сагледати кроз став према тврдњи: *Математичко моделовање веома често примјењујем у рјешавању проблемских задатака*. Општи однос испитаника старије и млађе хронолошке доби према наведеној тврдњи представљен је табелом 4.

Табела 4: Однос према примјени метода моделовања с обзиром на хронолошку доб испитаника

Интензитет става	Хронолошка доб испитаника					
	до 40 година			41 и више година		
	f	%	Σ	f	%	Σ
Изразито негативан	1	1,08	3,23	5	6,58	13,16
Умјерено негативан	2	2,15		5	6,58	
Колебљив	7	7,53		22	28,94	
Умјерено позитиван	46	49,46	89,24	27	35,53	57,90
Изразито позитиван	37	39,78		17	22,37	
Σ	93	100,00		76	100,00	

Евидентно је да су испитаници млађе хронолошке доби у највећем броју (89,24%) исказали позитиван став према наведеној тврдњи, и то 39,78% изразито позитиван, а 49,46% умјерено позитиван, док их је колебљивих 7,53%, а са негативним ставом 3,23%. С друге стране, наведену тврдњу прихвата 57,90% наставника старије хронолошке доби (изразита прихваћеност 22,37%, умјерена прихваћеност 35,53%), не прихвата 13,16% испитаника, а неодлучних је 28,94% испитаника. На основу тако дистрибуираних резултата према тврдњи: *Математичко моделовање веома често примјењујем у рјешавању проблемских задатака*, можемо закључити да наставници млађе хронолошке доби чешће примјењују методе моделовања у рјешавању математичких проблема него наставници старије хронолошке доби.

Сагледавањем укупних резултата можемо потврдити да су основна и помоћне хипотезе истраживања потврђене, те да, на нивоу увјерења, доминира позитиван однос наставника према примјени математичког моделовања у млађим разредима основне школе, исказан вредновањем појединачних тврдњи о квалитету оваквог приступа и његовој заступљености у почетној настави математике.

Закључак

На основу теоријских поставки истраживања, те квантитативних и квалитативних показатеља који представљају потврду опште и свих помоћних хипотеза, можемо извести сљедеће релевантне закључке:

- Примјена математичког моделовања у млађим разредима основне школе није у складу са квалитетом ове наставне форме, односно са образовно-васпитним ефектима, те са његовом улогом у рјешавању свакодневних проблема у реалном животу.

- У циљу изграђивања компетенција наставника у области математичког моделовања, у наставним плановима учитељског студија дати значајно мјесто овом дијелу методике наставе математике.
- Иновирањем наставних планова и програма, а у складу с тим и уџбеничке литературе, створити услове за учесталију примјену метода моделовања, с обзиром на одређеност и мотивисаност наставника за интензивирањем активности у овој области.
- Математичко моделовање примјењивати у циљу превазилажења традиционалних рутинских модела, који у први план стављају усавршавање технике рачунања и рјешавање разних „готових“ математичких модела.
- Математичко моделовање заснивати на структурираним математичким знањима и примјењивати га у оном обиму у којем не иде науштрб главних садржаја.

Литература

- Abrams, J. P. *Mathematical Modeling: Teaching the Open-ended Application of Mathematics*. <<http://www.meaningfulmath.org/modeling>>. 11. 03. 2013.
- Барбоса 2006: J. C. Barbosa, *Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective*, ZDM, 38 (3), 293–301.
- Галбрајт et al. 1998: P. L. Galbraith et al., *Mathematical modelling: Teaching and assessment in a technology-rich world*, West Sussex: Horwood Publishing Ltd.
- Доер, Инглиш 2003: H. Doerr, L. D. English, A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data, *Journal for Research in Mathematics Education*, 34 (2), 110–136.
- Инглиш 2004: L. D. English, *Mathematical Modelling in the Primary School*, MERGA, 207–214.
- Каган 1990: S. Kagan, *Cooperative learning resources for teachers*, San Juan Capistrano, CA.
- Кроуч, Хаинес 2004: R. Crouch, C. Haines, Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35 (2), - 197–206.
- Милинковић 2013: Д. Милинковић, *Методика математичког моделовања за разредну наставу*, Пале: Универзитет у Источном Сарајеву, Филозофски факултет Пале.
- Скемп 1989: R. R. Skemp, , London: Routledge.
- Шенфелд 1985: A. H. Schoenfeld, *Mathematical Problem Solving*, Orlando, FL: Academic Press.

ЗАСНИВАЊЕ ПОЈМА БРОЈА (БРОЈАЊЕ ДО ЈЕДАН)

Увод

Мало има јаснијих и разветљенијих појмова од појма целог броја и мало је операција са очигледнијим резултатом као што су резултати аритметике: науке чију ваљаност не оспорава нико и чије се истине континуирано обогаћују. И поред тога, можемо поставити питања:

Да ли је реченица „ $1+1 = 2$ “ истинита, или је конвенција, или је тавтолошки исказ?

Да ли нам се овај однос прво намеће у функцији искуства, и којих?

Да ли је конструисан *апприори*, или је предмет непосредног увиђања, и које врсте?

Да ли број представља примарни појам, или синтезу логичких операција?

„Колико год да техничка истина аритметике остаје неоспорна, толико питање шта је то број открива запањујућу неспособност мишљења да без даљег схвати природу инструмената за које ипак верује да их у потпуности разуме и којима се користи у готово сваком свом чину. Контраст између инструменталне очигледности броја и хаоса епистемолошких теорија које су о њему изградили сами математичари потврђује неопходност истраживања: то што мишљење није свесно основних зупчаника властитог механизма у ствари показује колико су они у психолошком смислу елементарни и колико је стар ниво до којег се треба спустити да би се они - могли досегнути (Пијаже 1994)“.¹

Проучавање броја као основног елемента нашег сазнања служило је, а служи и данас, као важан предмет за читав низ научних дисциплина: за историју културе, за теорију сазнања, за логику, за математику са њеном филозофијом и филозофију уопште, а у последње време и за психологију.

У свакој од тих дисциплина основним појмом броја бавили су се врло високи умови и покушавали да унесу у ту основну област људског знања што више светлости. Са математичког гледишта је од великог интереса еволуција појма броја од конкретних бројева прве петице са најпростијим именовањем – прста, дрвета, стола итд., до савременог броја, који прелази у најопштији објект теорије скупова и губи у апстракцији не само почетну

* micomiletic@yahoo.com

¹ Жан Пијаже, фр. *Jean Piaget*, 1896–1980.

природу, већ се све више се ослобађа од оних закона којима се покоравају - природни бројеви.

Можемо слободно да кажемо да припадамо цивилизацији чије је једно од начела број у смислу Питагорине изреке „све је број“.

Ову чињеницу потврђује невероватан развој и напредак природних наука од ренесансе до данашњег дана.

Научници су природу математизовали да би се законима и методама математике боље и више објаснила и разумела та иста природа. Нова вера европског човека да може сазнати и читати природу преко математике траје још увек. Велики успех у откривању тајни природе можемо захвалити новом погледу на свет, може се рећи и новој математици.

Та нова математика је природан наставак и наследник старогрчког знања и културе.

Појам броја Старих Грка

Грчка, односно Еуклидова геометрија, задржала се хиљадама година, све до тридесетих година XIX века је непромењена. Као таква била је еталон егзактности. Појавом нових геометрија, Еуклидова геометрија добија само своје право место у систему геометрија уопште.

Са бројевима је другачије текао развојни пут.

Број као математички појам је у зависности од културе у којој је настао имао различит развој.

О томе сведоче сачувани подаци из времена старих култура и цивилизација: Вавилоњана, Индуса, Египћана и других.

Коришћени су различити системи бројања, различити начини записивања бројева, са нулом или без ње, итд. Европско поимање броја се такође засновало на грчком поимању броја, уз арапску и римску корекцију.

Питагорина² школа је космологизовала и мистификовала број, учинивши га полазном тачком и начелом за описивање стварности. Вера у бројну хармонију није била у сагласности са откривањем нових бројева - (несамерљивости дијагонале и странице квадрата), што је изазвало прву дубоку кризу у основама математике.

У Старој Грчкој за разлику од јединствене геометрије, аритметика - је подељена на два дела: питагорејска (Никомахова) аритметика каменчића (монада) и Еуклидова³ аритметика из *Елемената*, 5, 7-10. књига, као наука о идеалним бестелесним објектима.

² Питагора са Самоса, грч. Πυθαγόρας ὁ Σάμιος, или само грч. Πυθαγόρας; лат. *Pythagoras*; око 570. п. н. е. – око 495. п. н. е. Тачни датуми његовог рођења и смрти не могу бити прецизно одређени. Дужина његовог живота је различито процењивана у античко време, али се сви извори слажу да је доживео дубоку старост.

³ Еуклид, грч. Εὐκλείδης, 330. п. н. е. – 275. п. н. е.

Идеалне монаде Питагорејаца имале су у себи телесности и нису - биле број у правом смислу.

Први, заиста апстрактан појам везан за бројеве, није број као такав, већ однос међу бројевима – *размера*.

У петој књизи Еуклидових *Елемената* (Еуклид 1957) налазимо следеће дефиниције:

1. Једна величина је део друге величине, мања од веће, ако мања - мери већу.

2. Већа величина је узајамни количински однос који имају две - величине исте природе.

3. Размера је узајамни количински однос који имају две величине - исте природе.

5. Каже се да су величине у истој размери, прва према другој, као - трећа према четвртој, ако су било који једноструки мултиплуми прве и треће у исто време или веће, или једанки, или мањи од било којих мултиплума друге и четврте; сваки према сваком узети у одговарајућем поретку.

Укупно 18 дефиниција.

Пета дефиниција је позната по свом дубоком садржају и улози коју је одиграла у логичком образложењу основа математике.

Треба обратити пажњу на то да код Еуклида *размера* две једнородне величине још не представља број. Тек је код Лежандра⁴ била дефинитивно извршена аритметизација геометрије. Свакој размери одговара један број, рационалан или ирационалан.

У седмој књизи *Елемената* Еуклид дефинише (Еуклид 1957):

1. Јединица је оно помоћу чега се сваки предмет који постоји назива један (једно).

2. Број је множина састављена од јединица.

Већина коментатора *Елемената* сматра да Еуклид јединицу није узимао за број. Руски коментатор *Елемената* Мордухај-Болтонски наводи: „Може се рећи да је тек средњи век дао јединици право грађанства. Орезмо (Oresmus) јасно каже да је јединица – истински број“.

Посредно се може закључити да Еуклид јединицу сматра за број (Еуклид 1957, 7. књига, став 15).

Еуклидови бројеви још увек нису елементи низа узастопних бројева.

Слично као и геометријски облици који су дискретни без узастопности и променљивости, тако су и бројеви дискретни бројеви.

Тек се код Хелхолмца⁵ и Кронекера⁶, а нарочито код Дедекинда⁷ јасно формулише важна особина да су и природни бројеви елементи - узастопног низа.

⁴ Адријен-Мари Лежандр, фр. *Adrien-Marie Legendre*, 1752–1833.

⁵ Херман Лудвиг Фердинанд фон Хелмхолц, нем. *Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz*, 1821–1894.

⁶ Леополд Кронекер, нем. *Leopold Kronecker*, 1823–1891.

Ни нула, ни разломци као бројеви код Еуклида се не појављују. Разломци се појављују тек код Диофанта⁸. Наравно, то се односи на теорију, у пракси, нарочито трговини, разломци су били у употреби од давнашњих времена, и то, прво, са јединичним бројиоцем.

Поимање броја код Грка и савремено поимање броја се своди на следеће:

– Грци су број везивали за простор, а новоевропљани за време и временски низ.

– Новоевропски број се разликује од грчког броја, пре свега, у томе, што је број за Европљанина функција, а за Грка – величина, хармонија, па и квалитет.

– У новоевропској математици број дефинише свет квантитативно. Квалитативна бројна одређења су знатно ређа. Како Декарт каже: сто и ја смо различите супстанције, ја – мислећа супстанција, а сто нежива. Број 1 карактерише не само квантитативно, већ и квалитативно. Квалитет сто и ја су јединствени и што може бити изражено бројем 1. У старогрчкој математици, за разлику од новоевропске математике је важније то да број одређује ствари не само квантитативно, већ и квалитативно као мера свих ствари. Новоевропски број дефинисан са временом не може објаснити ствари квалитативно. Сваки дискретан моменат времена једнак је другом дискретном тренутку времена у квантитативном односу. Али се сваки дискретан моменат времена разликује од другог дискретног тренутка времена квалитативно.

– Човек новог времена је убеђен да он сам конструише бројеве.

Питагорејци су учили да се број образује из две супротности: једно и много. У својој хармонији јединица и двојка образују први број – тројку, итд.

За Грке је број симбол завршености и савршенства.

У том смислу је Аристотел сваку бесконачност свео на потенцијалну (*Infinitum Acti Non Datur*).

За новоевропљанина бесконачност је легалан математички објекат (бесконачно далека тачка, бесконачно далека права и раван, гранични процеси, итд.).

Нововековно дефинисање броја

„I. Математички судови јесу сви скупа синтетични. Пре свега мора се приметити, да су прави математички ставови увек судови *априори*, а

⁷ Јулијус Вилхелм Рихард Дедекинд, нем. Julius Wilhelm Richard Dedekind, 1831–1916.

⁸ Диофант из Александрије, живео око 250. н. е., грч. Διόφαντος ὁ Ἀλεξανδρεὺς, лат. Diophantus.

не емпириски, јер они у себи носе нужност каква се из искуства не може добити [...]

Заиста могло би се на први поглед помислити, да је став $7+5=12$ само један аналитичан став, који сходно ставу противречности следује из појма збира седам више пет. Али, ако се ближе посматра, налази се да појам збира из 7 и 5 не садржи у себи ништа више, до ли уједињавање оба броја у један једини број, при чему се апсолутно не мисли на то, који је тај једини број који оба броја заједно обухвата. Појам дванаест никако није већ тиме замишљен, што ћу ја себи просто да претставим оно уједињавање броја седам и броја пет, и ја бих могао свој појам једног таквог могућег збира да разлучујем колико ми је воља, ипак у њему нећу наићи на дванаест. Мора да се изађе из ових појмова на тај начин, што ће се узети у помоћ онај опажај који одговара једноме од њих, рецимо своја пет прста, или пет тачака, па да се тако додају једна за другом јединице у опажању датог пет појму седам. Јер ја узмем прво број 7, па пошто за појам пет узмем у помоћ прсте своје руке као опажај, да бих начинио број 5, додајем на оној мојој алици броју 7 једну за другом јединице, које сам претходно обухватио уједно, и тако видим да постаје број 12. Ја сам заиста у појму збира $7+5$ замислио, да би требало 5 додати броју 7, али не и то, да је овај збир раван броју 12. Дакле, аритметички став је увек синтетичан, што се утолико јасније увиђа ако се узму нешто већи бројеви, пошто се тада јасно показује, да ми, ма како окретали наше бројеве, никада не бисмо могли наћи збир помоћу просте анализе наших појмова, не узимајући у помоћ опажање. Исто тако ниједан појам чисте геометрије није аналитичан“ (Кант 1932: 34).⁹

И поред тога што је Кант постулирао простор и време као априорне категорије, категорички тврдећи да је простор еуклидски, Кантове идеје априоризма основних математичких појмова су наставиле да се развијају у различитим врстама интуицизма чији је главни заступник француски математичар Поенкаре¹⁰ и холандски математичар Луицјен Брауер.¹¹

Тако Поенкаре, конвенционалиста какав је био у погледу конструкције различитих облика бројева (као и о питању односа између разних простора), допушта да цели број почива на некој врсти истовремено *оперативне* и *априорне* интуиције ума (као појам групе померања у односу на простор); ова интуиција се изражава кроз математичко резоновање *par excellence*, резоновање по рекуренцији. За Брауера који је обновио Поенкареов интуиционизам супротстављајући га логичком формализму о питању

9 Имануел Кант (нем. Immanuel Kant; 1724 – 1804) је био родоначелник - класичног немачког идеализма и по многима један од највећих филозофа свих времена.

10 Жил Анри Поенкаре (фр. Jules Henri Poincaré, 1854–1912) је био - француски математичар и теоријски физичар.

11 Луицјен Егберт Брауер (нем. Luitzen Egbertus Jan Brouwer 1881–1966) холандски математичар.

самих конструктивних резоновања (негација принципа искључења трећег, искључена за бесконачне низове), суштинска карактеристика једног математичког ентитета није само то да је ослобођен контрадикције (што по овом аутору није довољно да објасни његово постојање), већ то што ефективно може да се конструише. Област рационалне интуиције се тако протеже од априорног до слободне оперативне конструкције, али дисконтинуитет између интуитивног и обичне логике остаје заједничка особина ових различитих тумачења.

Како, у ствари, Поенкаре описује интуицију чистог броја? То није интуиција датих бројева, него интуиција „било ког“ броја: то је „способност да се појми да се једна јединица може додати скупу јединица“. То, дакле, није интуиција једне довршене форме, него једне моћи ума, оне моћи која се налази у основи рекуренције

„Одређивање (дефинисање) броја су веома многобројна и различита“ – пише Поенкаре у свом делу *Наука и хипотеза*. „Да је неко од њих добро и задовољавајуће, не би било потребно нових. Читајући радове, посвећене том проблему, увек сам био у заседи очекујући порочни круг и када га не приметим, бојао сам се да сам га превидео“ (Поенкаре 1983).

Критикујући логицистичко дефинисање броја у полемици са Луј Кутиром Поенкаре каже: „Шта је то нула? То је број елемената класе ничега, а шта је то класа ничега. То је таква класа која не садржи никакав елемент. Никакав – значи ниједан. На тај начин је нула дефинисана коришћењем јединице. На исти начин јединица се дефинише као број елемената такве класе, чија су два елемента идентична. Бојим се да, ако питам г. Кутира шта је то два, он ће вероватно искористити реч 'један'“.

Аналитичка заснивање појма броја дао је Фреге¹² у свом чувеном делу *Основи аритметике* (Фреге 1995) и тиме број дефинисао као логички појам, што је касније прихватио Расел и Вајтхед у свом делу *Принципи математике*.

Пре дефиниције броја Фреге дефинише појам истобројности.

Израз „појам Φ је једнакобројан појму Γ “ значи исто што и израз „постоји однос ϕ који предмете који потпадају под појам Φ обострано једнозначно придружује предметима који потпадају под појам Γ “.

Фреге наглашава: „Број који припада појму Φ је опсег појма 'једнакобројан' појму Φ “.

Треба истаћи да у дефиницији једнакобројности не постоји кружно дефинисање. Фрегеов пример: „Ако конобар хоће да се увери да је на столовима поставио једнак број тањира и ножева, нема потребе да их пребраја ...“

На основу дефинисања једнакобројности опсега појмова могуће је увести дефиницију броја. *Број је то што одговара укупности предмета,*

¹² Фридрих Лудвиг Готлоб Фреге (нем. Friedrich Ludwig Gottlob Frege, 1848–1925), немачки математичар, логичар и филозоф.

који потпадају под сваки појам чији се опсези налазе у обострано једнозначној кореспонденцији.

Користећи дату дефиницију могуће је задавање конкретног броја. На пример, предмети чији опсези појма бити обострано једнозначно придружени су: „сателити Јупитера“, „стране света“, „углови квадрата“ – то је број *четири*.

Да би избегао емпиријске податке Фреге дефинише нулу чисто аналитичким путем.

„Будући да ништа не потпада под појам *неједнак самом себи* дефинишем:

Нула је број који припада појму „неједнак самом себи“.

За дефиницију нуле могао сам узети сваки други појам под којим не потпада ништа. Но било ми је стало до тога да изаберам такав о којем се то може доказати чисто логички, а за то је најприкладнији *неједнак самом себи*.

Да би дефинисао 1 Фреге посматра појам *једнак 0*.

Под овај појам потпада 0. Насупрот томе, под појам *једнак нули*, али *неједнак нули* не потпада никакав предмет, тако да је број 0 број који потпада том појму.

Дакле, имамо појам, *једнак 0* и предмет 0 који потпада под њега.

Један (1) је број који одговара појму „једнак нули“.

Јединствени предмет који потпада под појам *једнако 0* је сам број 0, који је раније дефинисан.

Б. Расел¹³ је 1902. године упутио Фрегеу писмо у коме је уочио тешкоће.

„Нека је w предикат *бити предикатом који не припада самом себи*. Да ли w припада самом себи? Из сваког одговора следи противуречје...“

На тај начин је формулисан парадокс који се касније у логичкој литератури назива парадоксом скупа свих непредикативних скупова, или парадоксом класа свих стандардних класа.

Постоје две врсте класа: стандардне и нестандартне. Стандардне су оне класе које не укључује себе саме у својству сопственог елемента. На пример, класа свих јабука је стандардна.

Са друге стране, на пример, класи свих предмета који нису јабуке је нестандартна класа. Она укључује у себе предмете који нису јабуке, људе, дрвеће итд. При томе и сама класа предмета који нису јабуке није јабука, - тако да припада класи као елемент.

Популарна верзија Раселовог парадокса је под називом „Берберина“.

Расел замера Фрегеу приликом дефинисања бројева недопустиво - мешање елемената који припадају разним типовима.

¹³ Берtrand Расел (енгл. Bertrand Russell, 1872–1970) је био британски филозоф и математичар.

Расел дефинисање природног низа бројева почиње са јединицом, - прихватајући Фрегеову дефиницију нуле.

Број 1 одговара укупности објеката сваке од класа које садрже један објекат. Број 2 одговара укупности објеката сваке од класа које су искоришћене за дефинисање броја 1 плус нови објекат.

На тај начин Расел избегава парадокс користећи своју теорију типова. Објекти који се користе при дефинисању бројева припадају једној класи.

Даље развијање Раслеове теорије захтева нову аксиому која би дефинисала додавање новог објекта (аксиома бесконачности) (Целишћев 2-002).

На основу ових Фрегеових идеја (дефинисање нуле и обостраног придруживања), Нојман¹⁴ је дефинисао низ природних бројева користећи скупове уместо појмова. Природни низ који је дефинисао Нојман почиње празним скупом:

- 0 \emptyset
- 1 $\{\emptyset\}$
- 2 $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- 3 $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

Нојманово дефинисање низа природних бројева није у духу Раселове теорије, јер меша класе.

Ако мешање индивидуа и класа може, а не мора доводити до парадокса има ли потребе за тако јаким забранама које касније доводе до нових аксиома.

Заиста бројни ред фон Нојмана допушта мешање класа и елемената, али у крајњем у дефинисању конкретног броја не може се пронаћи ништа противречно.

Нојман почиње са празним скупом \emptyset , а операција наредног елемента у низу Sx је $x \cup \{x\}$.

Ернест Цермело¹⁵ такође почиње са празним скупом \emptyset , а операција наредног елемента у низу Sx је јединични елемент чији је члан претходни елемент низа, то јест $\{x\}$.

Цермелови природни бројеви

- 0 \emptyset
- 1 $\{\emptyset\}$
- 2 $\{\{\emptyset\}\}$
- 3 $\{\{\{\emptyset\}\}\}$

¹⁴ Џон фон Нојман (мађ. Margittai Neumann Janos Lajos, 1903–1957) је био мађарско-амерички математичар.

¹⁵ Ернест Цермело (нем. Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo, 1871–1953) -- немачки математичар.

Интересантно је то да у две овакве интерпретације природних бројева помоћу скупова долазимо до тврђења које је у Нојмановој верзији - истинито, а у Цермеловој верзији не, на пример „ $2 \in 3$ “.

Поставља се питање која од ове две верзије природних бројева је - „боља“ у смислу јаснијег представљања природних бројева.

Паул Бенацераф¹⁶ (Бенацераф 2008) предлаже да се за основу природних бројева не узму ни функције као што је то урадио Фреге, ни скупови по угледу на Расела, Нојмана и Цермела, већ да се за примитиван појам преко којег ће се заснивати бројеви узме структура по угледу на Бурбакисте¹⁷.

Број 3 би био ни мање ни више нешто (неко) ко има претходнике 2 и 1, а наследнике 4, 5, 6.

Било који објекат може играти улогу броја 3 и бити трећу у некој - прогресији.

На тај начин се тежина проблема пребацује на појам структуре.

За „радне математичаре“ филозофско заснивање појма броја није у првом плану. За њихов рад и истраживања у разним областима математике Пеаново аксиоматско зајимљавање природних бројева је сасвим довољно.

Пеанове¹⁸ аксиоме

Аксиоматско заснивање природних бројева је остварио 1891. - године.

Описна, једноставнија верзија Пеанових аксиома је:

1. Један је природан број,
2. Следбеник ма ког природног броја је природан број.
3. Један није следбеник ниједног природног броја.
4. Сваки природан број је следбеник највише једног природног - броја.

5. *Аксиома индукције:* Ако скуп S задовољава услове:

(i) $1 \in S$,

(ii) са сваким чланом садржи и његовог следбеника, онда S садржи све природне бројеве.

Формално-математичка верзија Пеанових аксиома

За уређену тројку $(P, 1, f)$ кажемо да је *структура природних бројева* ако је $1 \in P$, f је функција при чему $f: P \rightarrow P$ и важи:

¹⁶ Paul Joseph Salomon Benacerraf (1931 –) амерички филозоф.

¹⁷ Никола Бурбаки, фр. Nicolas Bourbaki – колективни псеудоним групе - француских математичара (касније је у састав ушло и неколико страних математичара), настао 1935. године.

¹⁸ Ђузепе Пеано, итал. Giuseppe Peano, 1858–1932, италијански - математичар и логичар.

$$(P_1) \forall x \in P \quad (1 \neq f(x))$$

$$(P_2) \forall x, y \in P \quad (x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y))$$

(P₃) Ако је $M \subseteq P$ тако да $1 \in M$ и $\forall x \in P \quad (x \in M \Rightarrow f(x) \in M)$ онда је $M = P$.

За елементе скупа P кажемо да су природни бројеви те структуре. За $f(x)$ кажемо да је *следбеник* броја x . Aksioma P₃ је aksioma математичке - индукције

Конвенција: Уместо $f(x)$ писаћемо краће x' .

Литература

- Бенацераф 2008: П. Бенацераф, *Чем числа не могућ бити*, Москва: МГУ, Кафедра вычислительной математики, (оригинал: P. Benacerraf, *What numbers could not be*, Philosophical Review, 1965).
- Еуклид 1957: Еуклид, *Елементи у 13 књига*, Београд: Српска академија наука и уметности.
- Каменев 2006: А. С. Каменев, *Математика в контексте культуры*, Москва: Московский городской педагогический университет (МГПУ).
- Кант 1932: И. Кант, *Критика чистого ума*, Београд: Издавачка књи- жарница Геце Кона.
- Пијаже 1994: Ж. Пијаже, *Увод у генетичку епистемологију (1. математич- ко мишљење)*, Сремски Карловци – Нови Сад: Издавачка књи- жарница Зорана Стојановића.
- Поенкаре 1983: А. Пуанкаре, *О науке*, Москва: Мир.
- Фреге 1995: G. Frege, *Osnovi aritmetike i drugi spisi*, Zagreb: Kruzak.
- Целишћев 2002: В. В. Целищев, *Онтология математики: објекты и стр- уктуре*, Новосибирск: Нонпарель.

MOTIVACIJA ZA TIMSKI RAD I TIMSKA NATJECANJA

„Onaj tko je naučio raditi u grupi, taj se pripremio za život!“
Heinz Klippert

Uvod

Jedan od najvećih izazova u poučavanju je motivacija jer ona utječe na tijek nastave, radnu disciplinu i uspjeh učenika. To je posebno izraženo u radu s nadarenom djecom. Još veći izazov je motivacija za uspješan rad u timu koji danas zauzima sve veću važnost u odgojno-obrazovnom procesu budući da priprema učenike za život i u skladu je s najnovijim paradigmama poučavanja.

Stoga ćemo u ovom radu, između ostaloga, razmotriti i osnovne karakteristike grupnog rada, njegove prednosti i nedostatke, pravila rada i učinke, a osvrnut ćemo se i na grupna natjecanja s posebnim naglaskom na iskustva koja smo stekli kao članovi tročlanog Organizacijskog odbora koji je organizirao i pripremio timsko natjecanje iz matematike. Prikazat ćemo i detaljnije analizirati rezultate dviju anketa koje smo proveli, jednu među učenicima – natjecateljima koji su sudjelovali na ekipnom natjecanju, a drugu među njihovim učiteljima mentorima. Također ćemo opisati i proanalizirati razmišljanja učitelja matematike koja su iznesena na okruglom stolu, a koji se dogodio na tom istom natjecanju u vrijeme dok su učenici rješavali zadatke.

Motivacija

Motivacija je pojam koji objašnjava zašto ljudi izabiru određeni način ponašanja u određenim okolnostima. Sama riječ latinskog je porijekla i u prijevodu znači *kretati se* pa je stoga najlakše povezujemo s idejom pokretačke snage koja nas navodi na određenu aktivnost. Zato je motivacija jedna od najvažnijih komponenti koja djeluje na ishode učenja. Visoka motivacija ne samo da potiče na učenje već utječe i na to kako i koliko će učenici naučiti. Učenici koji su motivirani da nauče nešto korisno upotrebljavaju više kognitivne procese te usvoje i zapamte više od učenika koji su manje motivirani.

Možda nismo uvijek svjesni koliko je važno da sebi, radeći neki posao, u potpunosti razjasnimo koja je njegova svrha i koji nam je cilj. Stoga se, samo po sebi, nameće pitanje koja je svrha boravka u razredu i koji je cilj rada u njemu. -

* gordan.lovric@skole.hr

Jednostavan i površan odgovor bi bio: cilj je da učenici svladaju nastavno gradivo, a svrha je da se pripreme za zanimanje ili daljnje školovanje. Možemo li sebi postaviti takav cilj? Možemo, ali to je usko i loše obavljen posao. Ako za naš cilj stavimo puko svladavanje nastavnog gradiva, skloni smo previdjeti mnoštvo utjecaja koji će nas onemogućiti u njegovu ostvarenju.

Zato je dobro postaviti širi cilj, a ne tek puko stjecanje znanja i svladavanje nastavnog programa. U našem slučaju cilj bi mogao biti da učenici, kroz ostvarivanje nastavnog programa, što bolje upoznaju i nauče iskoristiti i razviti sve svoje mogućnosti. Znači, cilj je da učenik spozna što može i da trudom i radom nauči kako to i postići. Tako postavljen cilj baca sasvim novo svjetlo na školu, postavlja drugačije zahtjeve i traži novi pristup osmišljavanju nastave. Takav cilj traži drugačije preduvjete za uspješno odvijanje nastave i postavlja druge kriterije uspješnosti. To posebno dolazi do izražaja u radu s nadarenom djecom.

Očito je motivacija od presudne važnosti za školski uspjeh. Kako učenike uspješno motivirati za rad? Na motivaciju utječemo na razne načine: kroz kvalitetu nastave, primjenom različitih metoda i novih tehnologija, ocjenjivanjem i stalnim poticanjem na rad, motivirajućim i stvaralačkim ozračjem u razredu, ali i dodatnim radom i drugim izvannastavnim aktivnostima.

Da bismo učenike privoljeli da nešto nauče, moralo bi im biti poprilično jasno zašto je potrebno da baš to nauče. Razlozi koje će učenici prihvatiti su stvarni, životni razlozi koje nastavnik mora poznavati i objasniti učenicima. - Jedan od veoma važnih razloga je današnje tržište rada i njegove potrebe, a ono zahtijeva pripremu učenika za rad u timu i suradničko djelovanje.

Istraživanja procesa učenja i poučavanja posljednjih se godina sve intenzivnije fokusiraju na ulogu nekognitivnih odnosno afektivnih i motivacijskih faktora u stjecanju znanja. Motivacija učenika u školskom kontekstu tako je postala jednom od središnjih tema u obrazovnim istraživanjima, ali i obrazovnoj praksi. Pritom se jasno ističe potreba za multidisciplinarnim pristupom ovoj vrlo složenoj problematici budući da proučavanje motivacije za učenje ima dva podjednako važna cilja: doći do temeljnih znanstvenih spoznaja o motivaciji, ali i - generirati ideje i rješenja koje će poticati učeničku motivaciju u različitim obrazovnim okruženjima.

Teorija vrijednosti i očekivanja

Brojni su modeli i teorije motivacije, a kako su u središtu zanimanja ovog rada učenici koji su daroviti u području matematike, tu posebno do izražaja dolazi teorija očekivanja i vrijednosti (Wigfield, Eccles 1992, 2000, 2002).

Ova je teorija jedna od najvažnijih suvremenih elaboracija motivacije za postignućem. Glavna pretpostavka teorije vrijednosti i očekivanja jest da odabir osobe u različitim područjima određuju dvije vrste vjerovanja: *očekivanja* osobe u pogledu uspjeha te *vrijednosti* koje osoba pripisuje različitim opcijama koje ima na raspolaganju. Očekivanja i vrijednosti izravno utječu na odabir i izvedbu

zadataka, kao i ustrajnost i napor uloženi u obavljanje tog zadatka. Primjerice, učenici čiji je izbor sudjelovanje u natjecanju i dodatnom radu iz matematike vjeruju da u tim aktivnostima mogu biti uspješni, visoko ih vrednuju i spremni su uložiti značajan napor i trud za uspješno ostvarivanje tih ciljeva koji za njih imaju veliki značaj.

Očekivanja uspjeha su vjerovanja osobe u to koliko će biti uspješna u nekoj aktivnosti u bližoj ili daljoj budućnosti. *Vjerovanja o sposobnosti* odnose se na percepciju osobe o vlastitoj kompetenciji u određenoj aktivnosti. Očekivanja uspjeha i vjerovanja o sposobnosti konceptualno su različiti konstrukti: vjerovanja o sposobnosti odnose se na široka vjerovanja o trenutačnim kompetencijama u određenom području, dok su očekivanja uspjeha vezana za bližu ili dalju budućnost. Ali, iako su različiti, ti su konstrukti visoko povezani i učenici ih najčešće poistovjećuju. Kada je riječ o nadarenim učenicima koji sudjeluju na natjecanjima, kod njih su jasno izražena i očekivanja uspjeha i vjerovanja o sposobnosti.

Specifičnost teorije očekivanja i vrijednosti jest da, uz očekivanja, naglašava bitnu motivacijsku ulogu vrijednosti koje drugi modeli eksplicitno ne spominju ili im daju marginalan značaj. Teorija predlaže četiri glavne komponente subjektivne vrijednosti zadatka: vrijednost postignuća ili važnost, intrinzičnu vrijednost ili interes, utilitarnu vrijednost ili korisnost zadatka te njegovu cijenu.

Vrijednost postignuća ili važnost odnosi se na važnost uspjeha ili sudjelovanja u određenoj aktivnosti. Važnost zadatka povezana je i s identitetom jer će određenoj osobi biti važni oni zadaci koji su bitni za njezinu sliku o sebi i kojima može izraziti bitne aspekte vlastitog „ja“. Ovakva konceptualizacija vrijednosti - postignuća uklapa se u šire teorije slaganja pojedinca i okoline prema kojima je za optimalnu motivaciju bitno dobro slaganje mogućnosti što ih nudi okolina i potreba pojedinca. Vrijednost postignuća u različitim aktivnostima ili zadacima ovisi o tome koliko ti zadaci ili aktivnosti pružaju pojedincu mogućnost ostvarenja vlastitih potreba, ciljeva i vrijednosti. Tako će osoba visoko cijeniti one zadatke koji odgovaraju njezinim vrijednostima, ciljevima i potrebama te će se češće angažirati upravo u onim zadacima koji joj omogućuju visoko vrednovano postignuće.

Intrinzična vrijednost ili interes odnosi se na užitek što ga pojedincu donosi sudjelovanje u nekom zadatku ili se odnosi na pretpostavljeni užitek što ga pojedinac očekuje u svome budućem angažmanu u nekoj aktivnosti. Preferencija ili užitek u pojedinim aktivnostima povezani su s temeljnim psihološkim dimenzijama pojedinca poput temperamenta ili osobnosti. Brojni autori spominju različite podjele interesa, ali najčešće ih dijele na individualne i situacijske pri čemu se individualni dijele na one vezane uz osjećaje te one vezane uz vrijednosti što podrazumijeva pridavanje osobnog značaja ili važnosti objektu interesa.

Utilitarna vrijednost ili korisnost zadatka je ekstrinzična komponenta - vrijednosti zadatka, a ovisi o tome koliko se taj zadatak uklapa u buduće planove pojedinca. Ako je angažman u određenom zadatku način za postizanje k-

ratkoročnih i dugoročnih ciljeva, taj će zadatak za pojedinca imati utilitarnu vrijednost. Određene aktivnosti osobi mogu biti korisne jer joj omogućuju da ostvari neke važne osobne ciljeve kao npr. upis u željenu srednju školu ili odabir željene profesije. Upravo percipirana važnost i korisnost najjači je prediktor učeničkog odabira u kojim predmetima želi dodatan rad i uspjeh, a u novije vrijeme ovu komponentu vrijednosti zadatka nadopunjuju perspektive budućeg vremena. Perspektiva budućeg vremena je sadašnja anticipacija budućih ciljeva i ima važnu ulogu u učeničkoj motivaciji. Učenici koji imaju naglašeniju perspektivu budućeg vremena lakše anticipiraju značenje trenutačnih školskih aktivnosti za svoju daljnju budućnost. Učenička percepcija korisnosti zadatka i njihova perspektiva budućeg vremena povezane su s motivacijom i interesom učenika te sa samoreguliranim učenjem i postignućem. Oni učenici koji školovanje smatraju važnim za vlastitu budućnost značajno su motiviraniji i ulažu više truda od svojih vršnjaka koji ne vide vezu između škole i vlastite budućnosti.

Na kraju, *cijena zadatka* jest ono čega se pojedinac mora odreći i što mora podnijeti angažmanom u određenoj aktivnosti. Ona se također odnosi i na napor što ga pojedinac mora uložiti u određeni zadatak. Cijena je pod utjecajem mnogih faktora poput anticipirane anksioznosti, straha od neuspjeha ili straha od mogućih socijalnih posljedica uspjeha kao što je, primjerice, odbacivanje od strane vršnjaka. Cijena se može izraziti i u terminima gubitka vremena i energije za druge aktivnosti. Cijena zadatka je vezana uz njegovu percipiranu težinu koja se sastoji od dvije komponente: percepcije težine predmetnog područja, u ovom slučaju matematike, te količine napora koji je potrebno uložiti da bi se postigao uspjeh.

Prve tri komponente vrijednosti daju zadatku pozitivan predznak i privlače osobu da se u njemu angažira, dok cijena određuje negativno obilježje zadatka. Subjektivne vrijednosti zadatka značajni su prediktori odabira aktivnosti kao što je, primjerice, sudjelovanje u dodatnom radu iz nekog predmetnog područja kao što je matematika jer osoba bira one zadatke koji za nju imaju veću subjektivnu vrijednost. Percipirana količina napora potrebnog za uspjeh također će značajno utjecati na odluke o tome koji će predmet učenici odabrati. Primjerice, ako procijenjena količina napora potrebnog za uspjeh u naprednom programu matematike prelazi procijenjenu vrijednost tog uspjeha, manja je vjerojatnost da će učenik odabrati takav program. To, na sreću, nije slučaj kod naših učenika o kojima je ovdje riječ budući da oni rado ulažu velik napor i značajno vrijeme u svladavanje teških matematičkih zadataka, ali i visoko vrednuju uspjeh koji pritom postižu pa ulog ima smisla.

Sasvim je sigurno da daroviti učenici s izraženim talentom u matematičkom području tom istom području i uspjehu u njemu pridaju veliku važnost (vrijednost postignuća), interes ili užitek u radu im je velik (intrinzična vrijednost), smatraju da im to može biti korisno i uklapa se u njihove planove za budućnost (utilitarna vrijednost), a pritom su spremni na velika odricanja i naporan rad kako bi postigli uspjeh (cijena).

A sada ćemo vidjeti kakav je utjecaj i uloga suradničkog učenja u radu s nadarenim učenicima.

Grupni rad

U posljednje vrijeme u krugovima bliskim gospodarstvu sve više se piše i raspravlja o grupnom radu. Budući da stvarni problemi privrede i svijeta rada postaju sve složeniji, ljudske zajednice sve povezanije, a znanje se sve brže - umnožava, nužna je suradnja različito obrazovane i specijalizirane radne snage da bi se izravno i na licu mjesta mogli riješiti konkretni problemi odnosno zadaci. Svaki pojedinac je, sam za sebe, sve manje u stanju ispuniti postavljene mu zahtjeve. Prema svemu što danas znamo i možemo procijeniti budućnost pripada timovima. Nema sumnje da škole moraju na to reagirati te pojedinačno pripremati i razvijati sposobnosti za rad u timu. Zbog sve snažnijeg utjecaja gospodarstvenika značajno su povećani izgledi da se grupni rad u školi više prizna i potakne nego što je to bio slučaj u prošlosti. Suradničko ponašanje postaje sve više imperativ suvremenog doba pa mnogi smatraju da učenje takvog ponašanja mora biti jedan od temeljnih ciljeva obrazovanja.

Onaj tko želi djelotvorno unaprijediti raznolike sposobnosti učenika te im pružiti mogućnost preuzimanja odgovornosti za rad i učenje u školi, taj neće moći izbjeći grupni rad. Samo na taj način moguće je osigurati nužnu komunikaciju i suradnju među učenicima koja jamči da će se oni međusobno inspirirati i ohrabrivati, pitati i kontrolirati, potpomagati i uvjeravati se. Grupni rad je, zasigurno, središnja postavka koja omogućuje da učenici preuzmu odgovornost te da se svestrano i primjereno vremenu u kojem žive obrazuju i to puno više nego što je to moguće tradicionalnim metodama.

Ono što mnoge nastavnike ipak uznemiruje i što kod njih izaziva sumnje jest činjenica da grupni rad često protječe nekonstruktivno i nedjelotvorno. Učenici često nisu uvježbani za grupni rad i stoga se ponašaju distancirano i diletantski. Oni, doduše, sjede u grupi, ali ne sudjeluju u radu tima i to je nešto što moramo mijenjati.

Rad u timu ne znači samo sjediti zajedno. Timski rad, prije svega, znači sudjelovati pridržavajući se dogovorenih pravila te se koncentrirati na rješavanje zadataka. Rad u timu također znači da su učenici na najbolji mogući način upućeni jedni na druge, da jedni drugima pružaju podršku. Timski rad istodobno zahtijeva da se radi konstruktivno na način koji vodi cilju te da se otklone sve nepotrebne smetnje. Nadalje, valja promišljati o postavljanju pravila i sankcija, a jednako je važna i rutina. Budući da se timske sposobnosti kod malog broja učenika pojavljuju same od sebe, ono što se radi na nastavi i drugim oblicima rada mora se ciljano uvježbavati i utvrditi preko tzv. „learning by doing“ kako bi se izbjegle nepotrebne i nekonstruktivne svađe i neproduktivne pseudoaktivnosti te strategije izbjegavanja rada.

I da ne bi bilo nesporazuma: grupni rad nikako ne treba postati univerzalni socijalni oblik nastave koji se provodi na svakom satu i na svakom predmetu, ali svakako treba raditi na povećanju njegovog udjela. On sasvim s-

igurno ne može zamijeniti pojedinačni rad, ali mu može biti značajna dopuna i može ga zaokružiti. Grupni rad dolazi do punog izražaja upravo kad se radi o tome da treba razviti ideje, prevladati nesigurnost, smanjiti broj pogrešaka, - utvrditi gradivo i riješiti kompleksan problem. Učenje u grupi ima mnoge prednosti.

Brojne su prednosti rada u grupi:

- u grupnom radu u nastavnom procesu može aktivno sudjelovati više učenika nego što je to slučaj s frontalnom nastavom;
- u grupi učenici razvijaju i jačaju osjećaj pripadnosti;
- mogu relativno samostalno raditi ako su radni zadaci adekvatno raspodijeljeni;
- mogu učiti i na druge načine, krenuti „zaobilaznim“ putovima koje frontalna nastava uglavnom ne omogućuje iz vremenskih i drugih razloga;
- mogu zadovoljiti svoju znatiželju, mogu proraditi i druge aspekte teme iako ih nastavnica nije unaprijed zadala;
- grupna nastava dopušta nastavnicima da promatraju učenike pomnije te da ih vide u drugim okolnostima od onih na frontalnoj nastavi;
- iako, kratkoročno gledano, grupna nastava zahtjeva više vremena od frontalne nastave, taj višak vremena, dugoročno gledano, vraća se kroz sposobnosti koje se razvijaju i rastu;
- jednim dijelom zadovoljava elementarne potrebe učenika za komunikacijom i suradnjom te im daje osjećaj sigurnosti i zaštićenosti u socijalnom okruženju;
- u suglasju je s promjenjivim uvjetima i zahtjevima modernog svijeta rada i stvara mogućnosti za stjecanje ključnih kvalifikacija koje će biti potrebne u budućnosti;
- zabavniji je učenicima;
- potiče fleksibilnost i kreativnost;
- jača osjećaj odgovornosti kod učenika, jača samopouzdanje i razvija toleranciju;
- razvija komunikacijske vještine, kako verbalne tako i neverbalne;
- razvija socijalno ponašanje;
- učenicima pruža mogućnost da upravljaju svojim učenjem, da odrede tijek rada i vrijeme za rad;
- pomaže objašnjenju i usvajanju gradiva;
- stvara atmosferu oslobođenu straha te olakšava učenicima iznošenje problema pri razumijevanju budući da u aktivnom dijalogu u grupi mogu steći i provjeriti spoznaje i tako ih duže pamtiti;
- razvija sposobnosti potrebne za napredak demokracije u društvu.

Unatoč svim ovim prednostima paradoksalna je situacija da mnogi nastavnici u svom radu rijetko ili nikako, ali svakako nedovoljno, primjenjuju grupni rad.

Prilika da se to promijeni je i ove godine na našem području provedeno prvo ekipno natjecanje iz matematike, za koje čvrsto vjerujemo da će kod mnogih nastavnika dovesti do promjena u njegovom tretiranju i primjeni u nastavnom radu.

Grupni rad može imati i neke nedostatke:

- jedan učenik radi za sve;
- učenici više govore i rade jedan protiv drugoga nego jedan s drugim;
- svatko radi što hoće, ali nitko ono što bi trebalo raditi;
- loše raspoređuju vrijeme;
- ne funkcionira ni raspodjela rada kako bi trebalo;
- tihi učenici su prikraćeni ili pak sasvim zanemareni;
- prezentacija uratka je loše organizirana;
- učenici nisu motivirani i ne uviđaju da grupni rad ima smisla pa sudjeluju preko volje ili ga bojkotiraju;
- radi se površno, prebacuje se odgovornost;
- nastaju sukobi koje je teško kanalizirati;
- nastavnici su indiferentni prema grupnom radu.

Ovi prigovori i pritužbe su često opravdani jer se grupni rad mora vježbati i učiti. Trebalo bi koristiti svaku adekvatnu priliku za njegovu primjenu jer jedino tako on može postati smislen i svrsishodan budući da uopće više nije sporno da je sposobnost za rad u timu jedna od ključnih kvalifikacija našeg vremena. Kako bi se izbjegli nedostaci rada u grupi, potrebno je odrediti jasna pravila kojih se trebaju pridržavati svi članovi grupe. Evo jednog takvog primjera postavljenih pravila.

Članovi grupe treba da:

- jedni drugima pomažu i međusobno se ohrabruju;
- uvažavaju/prihvataju drugačija mišljenja;
- slušaju i obraćaju pažnja na druge;
- izbjegavaju osobne napade i uvrede;
- obraćaju pažnja na svakog člana grupe;
- svako sudjeluje i učini najbolje što može;
- posvete pažnja temi/zadatku;
- rade i raspravljaju slijedeće postavljene ciljeve;
- probleme otvoreno iznesu;
- se pridržavaju postavljenih pravila.

Grupna natjecanja

Natjecanja učenika sastoje se u aktivnostima nadmetanja učenika kao pojedinaca i grupa s ciljem postizanja što boljih odgojno-obrazovnih rezultata. Još kod starih Grka i Rimljana natjecanje je upražnjavano kao odgojna metoda i efikasan način poticanja na aktivnost. Natječući se, učenici svoje sposobnosti i postignuća vrjednuju, prije svega, uspoređujući ih sa sposobnostima i postignućima drugih – ukoliko su bolji od drugih utoliko rezultate doživljavaju

vrjednijim, više su ponosni i radosni, znači s više poleta će ići u nove i složenije akcije. Sve to pomaže da se u odgojno-obrazovnoj praksi ostvare željeni zadaci i u okviru tzv. radnog procesa i u okviru slobodnih aktivnosti.

Natjecanje se smatra efikasnijim kad se organizira kao grupno. Pri tome treba voditi računa da prevelike razlike u mogućnostima grupa ima demotivirajući značaj – jaki se manje zalažu i teže potcjenjivanju svog uspjeha, a slabi se frustriraju i posustaju u natjecanju. Istraživanja ukazuju na to da stvarno natjecanje postoji samo tada kad svaka grupa opaža da ima barem teoretske mogućnosti da pobijedi.

Posebnost grupnog natjecanja ogleda se, prije svega, u jedinstvu osobnih i grupnih interesa. Kod natjecateljskih grupa učenika je, kroz razvoj svijesti o zajedničkoj pripadnosti, zajedničkom cilju i zajedničkim rezultatima, lakše motivirati da ulože maksimalne napore kako bi postigli postavljene ciljeve. Na taj način natjecanje doprinosi i povećanju psiholoških potencijala učenika – razvijaju zanimanje za pojedine odgojno-obrazovne sadržaje, postaju uporniji, odgovorniji i sustavniji, razvijaju određena uvjerenja, stavove i vrijednosne orijentacije, razvijaju sposobnosti uvažavanja postignuća drugih, sposobnosti komuniciranja i drugo.

Ekipno natjecanje Festival matematike – Split 2012.

Ideja o ekipnom natjecanju iz matematike u Republici Hrvatskoj začeta je u Istri. Matematičko društvo „Istra“ već dugi niz godina uspješno organiziranih ekipna natjecanja. Od 2012. godine ekipno natjecanje se organizira i u Splitu.

Ekipu predstavljaju 4 učenika. Svi su redovni učenici osnovne škole. Dvije su kategorije natjecatelja: OMEGA (u svakoj ekipi može biti najviše dvoje učenika iz osmog razreda. Preostali učenici moraju biti iz nižih razreda) i OMIKRON (u svakoj ekipi može biti najviše dvoje učenika iz šestog razreda. Preostali učenici moraju biti iz nižih razreda). Ukupno vrijeme natjecanja je 90 minuta. Zadaci su podijeljeni u grupe različite težine. Džepno računalo nije dozvoljeno, niti je dozvoljena upotreba formula. Geometrijski pribor je dozvoljen, ali bez napisanih ili otisnutih formula. Na listiću za odgovore se zaokružuje samo jedan odgovor.

Iz ovih pravila je odmah uočljivo da učenici moraju nastupati kao tim (ne samo kao grupa) te moraju zajednički dogovarati strategije rješavanja zadataka kako bi bili što uspješniji. Pritom je nužno uskladiti napore kako bi svaki član dao svoj doprinos inače cilj neće biti ostvaren. Naime, zadaci se rješavaju u ograničenom vremenu od 90 minuta, a ukupno ima 45 zadataka koji su podijeljeni po težini u 3 podskupine. Budući da svaku skupinu čine dva natjecatelja nižeg i dva natjecatelja višeg razreda, jasno je da oni stariji vremenski ne mogu riješiti sami sve zadatke nego moraju surađivati s mlađima i u konstruktivnom dogovoru podijeliti zadatke među sobom prema težini i afinitetima. Tu do -

izražaja dolaze sve prednosti suradničkog rada, a najbolji mogu biti samo oni koji su se uspješno dogovarali i prilagođavali trenutnim situacijama.

Jasan je i još jedan zaključak. Grupa je jaka onoliko koliko je jak njen najslabiji član. Stoga su učenici u takvom radu stalno upućeni jedni na druge, bilo da se radi o razmjeni znanja, nadopunjavanju ideja, pomoći ili poticanju. Pritom trebaju biti parlamentarni i tihi kako njihove strategije i rješenja ne bi otkrili protivnički timovi. Bilo je zaista divno iskustvo gledati ih kako se snalaze u tim, za njih novim okolnostima. Ako, uz to, u obzir uzmemo i činjenicu da je osposobljenost za međuljudsku suradnju jedna od temeljnih kompetencija koja se navodi u našem Nacionalnom okvirnom kurikulumu, zadovoljstvo je bilo još i veće. A kako su učenici doživjeli ovo natjecanje?

Anketa provedena među učenicima natjecateljima

Nakon provedenog natjecanja učenicima su podijeljeni anketni upitnici, koji su se sastojali od pet grupa pitanja. Pitanja o osnovnim podacima, grupnom radu, zadacima na natjecanju, ekipnom natjecanju, grupnom radu u redovnoj nastavi. Anketni upitnik su vratila 162 učenika.

Osobni podaci nisu analizirani u ovoj anketi. U detaljnijim analizama bi se mogli uzeti u obzir rezultati postignuti na natjecanjima za svakog pojedinog učenika s njegovim odgovorima i stavovima prema grupnom radu. Postoji mogućnost usporedbe uspjeha na pojedinačnim gradskim i županijskim natjecanjima u organizaciji Agencije za odgoj i obrazovanje s uspjehom ekipe na ovom natjecanju i u tom kontekstu analizirati dobivene rezultate.

Nismo se bavili takvim analizama, jer nam je primarni cilj je bio ispitati zadovoljstvo organizacijom ekipnog natjecanja i motivaciju za sudjelovanje na njemu sa svrhom daljnjeg unapređenja samog natjecanja.

Pitanja o grupnom radu

Kako bismo procijenili odnos učenika u grupi i zadovoljstvo ovakvim načinom rješavanja zadataka, kao i njihovu aktivnost postavili smo pitanje o procjeni osobnog zadovoljstva grupnim radom. Rezultati pokazuju da se 3 učenika ipak nisu snašla u ovakvoj organizaciji. Daljnjim bi ispitivanjem trebalo utvrditi razloge njihovog nezadovoljstva. Većini učenika ovakav način rješavanja zadataka je zanimljiv ili izuzetno zanimljiv.

Procjena svakog pojedinog učenika vlastite aktivnosti u grupi jasno pokazuje da su svi članovi grupe bili aktivni, a većina i izuzetno aktivna.

Suradnja u timu je ocijenjena vrlo visokom ocjenom. Više od 70% učenika je smatra izvrsnom. Ipak postoji i malo broj učenika, koji nisu međusobno surađivali ili su surađivali vrlo malo.

Pitanja o zadaci na natjecanju

Zadatke za ovo natjecanje smo preuzeli od Matematičkog društva „Ist-
ra“, ali smo smatrali bitnim ispitati stavove učenika o zahtjevnosti zadataka, kak-
o bismo zadatke u narednim godinama eventualno mogli prilagoditi učenicima i
njihovom stupnju znanja i matematičkih sposobnosti. Rezultati pokazuju da v-
ećina učenika zadatke smatra zahtjevnima, što je i očekivan odgovor, s obzirom
da je ipak riječ o matematičkom natjecanju.

Postojala je bojazan da će biti zadataka koji neće biti u dovoljnoj mjeri
razumljivi, s obzirom da su u potpunosti preuzeti iz druge sredine. Odgovori na -
ovo pitanje to negiraju, mada se manji broj učenika izjasnio da su im zadaci bili
nerazumljivi.

Cilj ekipnog natjecanja je da privuče učenike između ostalog i zaniml-
jivošću i originalnošću zadataka. Koliko su u tome sastavljači zadataka uspjeli,
pokazuju rezultati odgovora na ovo pitanje. Vidljivo je da je većina učenika z-
adatke ocijenili zanimljivima, mada u su se učenici nešto većem broju nego na
prethodna dva pitanja negativno izjasnila o ovoj tvrdnji i zadatke ne doživljavaju
zanimljivima.

O ekipnom natjecanju

Centralni dio ankete su pitanja vezano uz stavove učenika o ekipnom -
natjecanju. Očekujući da će se većina učenika pozitivno izjasniti o samom
natjecanju ponudili smo odgovore kojima ćemo moći gradirati taj pozitivan stav.
Manji broj učenika nije zadovoljna ekipnim natjecanjem. Preko 90% učenika iz-
ražava zadovoljstvo ovakvim oblikom natjecanja. Očekivano, svi oni koji su
ekipnim natjecanjem zadovoljni željeli bi ponovo sudjelovati u ovakvom obliku
natjecanja, a oni koji nisu zadovoljni nemaju potrebe i želje ponovo sudjelovati u
aktivnosti s kojom nisu zadovoljni. Pored pitanja s ponuđenim odgovorima pos-
tavili smo i pitanja otvorenog tipa koja će nam pomoći detektirati najčešće razl-
oge zadovoljstva ili nezadovoljstva ekipnim natjecanjem.

Izdvojiti ćemo neke od odgovora na pitanje zašto bi voljeli (ili ne bi)
ponovo sudjelovati na ekipnom natjecanju:

„Jer mi je ekipa bila odlična, a zadaci nisu bili tako teški koliko sam
mislila.“

„Zato što mi je ovo natjecanje dobro iskustvo, vidjela sam kako se radi u
grupi.“

„Zato što je zabavno raditi u grupi, ali problem je bila buka i velika n-
ervoza, što me dodatno ometalo.“

„Jer je to jedno zanimljivo iskustvo i omogućuje nam da se
nadopunjujemo, a samim time i postignemo bolje rezultate.“

„Jer mi se sviđa grupno natjecanje, gdje ti i drugi mogu pokazati z-
adatak.“

„Jer sam bolje upoznao neke kolega i dobro se zabavio.“

„Zato što mi je bilo jako zanimljivo i zabavno, vrijeme mi je brzo prošlo,
ali smatram da je moja ekipa mogla bolje započeti s rješavanjem pa to drugi put

želim ispraviti.“ „Prezadovoljan sam i najbolje iskustvo u životu i shvatio sam svrhu svog života.“ „Zato što mi se sviđa ekipno natjecanje i jako je zanimljivo, najbolje iskustvo u životu... jer taj dan ne idemo u školu.“

„Bilo mi je lipo i zanimljivo i upoznala sam mnogo prijatelja i naučila ponešto matematike.“

„Da upoznam ljude istog interesa i dobijem više iskustva.“

Pitanja o grupnom radu u redovnoj nastavi

Na pitanje koliko često primjenjuju grupni rad u razredu učenici su odgovorili da ga ne primjenjuju nikada ili vrlo rijetko. U manjini su oni koji ga često koriste. Kako bismo provjerili želje učenika, postavili smo im pitanje da su oni učitelji koliko bi često primjenjivali grupni rad sa svojim učenicima i dobili očekivanje rezultate. Prevladavaju odgovori vrlo često.

Stav o matematici

Stav o matematici učenika koji su sudjelovali na ekipnom natjecanju ocjenjuju vrlo visokom ocjenom. Na pitanje bi li voljeli biti učitelji matematike nešto više od pola učenika je odgovorilo da to ne želi. Iako visok postotak učenika odgovara da bi željeli biti učitelji matematike taj broj je nešto niži od onih koji matematiku kao školski predmet ocjenjuju odličnom ocjenom. Smatramo da je to posljedica stava učenika o školskom sustavu i školi kao cjelini.

Anketa provedena među učiteljima mentorima

Dok su učenici rješavali zadatke njihovim učiteljima/mentorima smo podijelili anketne upitnike slične onim koje će popuniti učenici nakon održanog natjecanja. Anketni upitnik se sastojao od pet skupina pitanja. Pitanja o osnovnim podacima, grupnom radu, zadacima na natjecanju, ekipnom natjecanju, grupnom radu u redovnoj nastavi. Anketni upitnik je vratilo 27 učitelja.

Pitanja o grupnom radu

Svi učitelji su odgovorili da vole voditi učenike na natjecanja, što smo i očekivali s obzirom da su odlučili sudjelovati na natjecanju koje se prvi put organizira u Splitu. Neki od učitelja su prošlih godina već vodili svoje učenike na ekipno natjecanje u Pulu. U daljnjoj analizi ankete nam je bilo vrlo značajno njihovo iskustvo i mišljenje, s obzirom da su direktno mogli usporediti ovo natjecanje sa sličnim natjecanjem na kojem su sudjelovali.

Učitelji grupno rješavanje zadataka smatraju zanimljivim, a neki od njih i izuzetno zanimljivim. Nitko od učitelja nije grupni način rada okarakterizirao kao dosadan.

Učitelji procjenjuju da su učenici aktivni prilikom rješavanja zadataka u grupi. Malo ih smatra da su učenici vrlo aktivni, a ima i onih koji procjenjuju da su učenici pasivni u ovakvom načinu rada. Suradnju učenika u timu učitelji ocjenjuju dobrom, mada je naše mišljenje da u ovom dijelu ima najviše prostora za napredovanje. Naši učenici nisu navikli na ovakav način rada niti su učitelji iskusni u njegovom planiranju i provedbi.

Pitanja o zadaci na natjecanju

Učitelji zadatke procjenjuju zahtjevnima. U manjini su oni koji smatraju da zadaci nisu zahtjevni, što je i očekivano, s obzirom da je riječ o zadacima na matematičkom natjecanju. Učitelji zadatke ocjenjuju razumljivima. Po mišljenju učitelja zadaci su zanimljivi.

O ekipnom natjecanju

Skupinu pitanja o ekipnom natjecanju počeli smo s pitanjem o zadovoljstvu učitelja s organiziranom natjecanjem. Učitelji su većinom jako zadovoljni, dok je manji broj oduševljen i „samo“ zadovoljan. Nezadovoljnih učitelja s natjecanjem nije bilo. Rezultate prethodnog pitanja potvrđuju i odgovori na pitanje hoće li ponovo dovesti učenike na ekipno natjecanje. Svi učitelji su se izjasnili da bi voljeli sa svojim učenicima ponovo sudjelovati na ekipnom natjecanju. Objašnjenja stavova izraženih u prethodna dva pitanja smo dobili u pitanju otvorenog tipa, na koje su učitelji odgovarali iznoseći svoja razmišljanja:

„Korisno je kao oblik poticanja razmišljanja kod djece čuti drugo mišljenje, donijeti odluku.“

„Osigurati učenicima mogućnost zadovoljavanja svojih interesa.“

„Veća suradnja među učenicima i veća je motivacija za rješavanje zadataka kad su u grupi.“

„Kod učenika se povećava interes za dodatnu nastavu.“

„Jer učenike dodatno motivira za rad i potiče međusobnu suradnju.“

„Natjecanje vrlo opušteno i zanimljivo.“

„Izmjena iskustava, druženja, promoviranja matematike.“

„Razmjena znanja, međusobna suradnja i razvijanje timskog duha među učenicima.“

„Poticajno, neuobičajeno, izgrađuje ih u socijalnim odnosima, nova iskustva.“

„Zato što smatram da je ovo najmoderniji i najzdraviji način natjecanja.“

Na pitanje što smatraju najkorisnijim pri ovakvom obliku natjecanja učitelji odgovaraju:

„Rješavanje problema timski, uspoređivanje rezultata, argumentiranja učenika međusobno.“

„Međusobno druženje i suradnja.“

„Promoviranje matematike i nadarenih učenika.“

„Timski rad, komunikacija, suradnički način učenja.“

„Učenici su u tijeku sa dodatnim sadržajem te im se pobuđuje interes za dodatni rad. Festival je jedan vid nagrade učenicima.“

Pitanja o grupnom radu u redovnoj nastavi

Na pitanje koliko često primjenjuju grupni rad u razredu učitelji su odgovorili da ga koriste, ali ne često. Nitko od učitelja nije odgovorio da nikada ne primjenjuje grupni rad, za razliku od njihovih učenika koji su u velikom postotku odgovorili da nikada ne primjenjuju grupni rad. Odgovori na ovo pitanje učitelja i učenika se najviše međusobno razlikuju. Usporedbu još nekih učiteljskih i učeničkih odgovora smo napravili sljedećem dijelu rada. Jesu li zadovoljni s učestalošću primjene grupnog rada smo pokušali ispitati posredno, zamjenom uloga. Pitali smo učitelje koliko često bi njihovi učenici željeli da organiziraju grupni rad. Očigledan je pomak prema desno, odnosno većoj učestalosti.

Stav o matematici

Odgovori na pitanje da ocjene položaj matematike kao školskog predmeta se grupiraju oko sredine skale. Na posljednje pitanje, da sada biraju bi li ponovo bili učitelji matematike, dobivamo očekivane odgovore. Svi osim jedne kolegice bi ponovo bili učitelji matematike.

Okrugli stol s učiteljima mentorima

S ciljem dobivanja što potpunije slike stavova učitelja o smislu i potrebi ekipnog natjecanja u nastavi matematike željeli smo rezultate anketa dopuniti i kvantitativnim istraživanjem (Denzin, Lincoln 1994). određuju kvalitativno istraživanje kao višemetodski pristup koji počiva na tumačenju subjektivnih pojava. A subjektivni stavovi, mišljenja i primjedbe učitelja za nas su od posebne važnosti. Takva analiza može baciti posve novo svjetlo na ekipno natjecanje i općenito na timski rad u nastavi matematike. Analizom riječima (opisom, transkriptom) kao temeljnim obilježjem kvalitativnog pristupa nastojali smo dubokom pozornošću i empatičnim razumijevanjem prikupiti građu o stavovima učitelja (Milas 2005: 572–574).

Ciljevi koji se mogu ostvariti pomoću kvalitativnog istraživanja su: opisati i tumačiti učiteljeva iskustva o timskom natjecanju, produbiti učiteljevo poimanje načina izvođenja timskog/grupnog rada u redovnoj nastavi, približiti učiteljeve osjećaje i doživljaje vezane uz provođenje ekipnog natjecanja radi dubljeg razumijevanja potrebnog za uspješnije daljnje planiranje ekipnog natjecanja, uočiti neočekivane i nepredvidljive pojave (poteškoće u organizaciji, pristup zadacima, pravodobno informiranje, nerazumijevanje ili neprimjerenost težine zadataka...), saznati što učitelje motivira za primjenu ovog oblika učenja, omogućiti organizatorima kao i drugim učiteljima nesputano i kreativno r-

azmišljanje o primjeni timskog rada u nastavi, osvježiti pristup i eventualno generirati nove, slikovitije i sadržajnije pretpostavke za njegovu primjenu, prikupiti podatke za poboljšanje izvođenja ekipnog natjecanja, dati potporu zainteresiranim učiteljima u pripremi učenika za ovakav oblik natjecanja, kao i potaknuti na angažman učitelje u kreiranju novih zadataka za slijedeća natjecanja, izmjeriti učiteljevu razinu zadovoljstva.

Zaključak

Ovim istraživanjem pokazali smo da je ideja organiziranja Festivala matematike kao ekipnog natjecanja učenika Dalmacije bila opravdana jer postoji veliki motiv učenika za ovakvo natjecanje. Mnogo više nego je to slučaj sa klasičnim (individualnim) natjecanjem. S druge strane upravo mogućnost ovakvog natjecanja motivira učenike da više uče i primjenjuju matematiku. Daje mogućnost većem broju učenika za sudjelovanje što motivira učenike i za dodatni rad i pripreme.

Strah od neuspjeha koji je čest u našim školama daje iskrivljenu sliku da matematika mora biti teška. Ipak, ako učenike motiviramo i ohrabrimo za rad svakako će uspjeti iskoristiti svoj matematički gen i razviti barem prosječne matematičke kompetencije potrebne za svakodnevni život i buduće zanimanje.

U anketama učenika mogli smo zapaziti da je upravo ovo druženje i pomaganje članova ekipe bilo za većinu učenika jako važno, pa čak i važnije od postizanja samog rezultata. U takvom emocionalnom okružju nije teško savladati i teže prepreke koje se postavljaju u složenijim matematičkim zadacima.

Grupni rad nema smisla ako mu cilj nije prelazak u timski rad, kojeg - prema Belbinu (2010) karakterizira: mala brojnost grupe, zajednički pristup zadatku, komplementarna znanja i vještine, predanost zajedničkoj svrsi, konkretni radni ciljevi, zajednička odgovornost, entuzijizam, zajedničko geslo i identitet, zajednički proživljeni događaji i uzajamna naklonost članova. Upravo u tim elementima pronalazimo razloge motivacije učenika za ovakvo natjecanje. Želja za postizanjem boljih rezultata motivira ih za izučavanje matematike.

S druge strane, lako je uočiti i motiviranost učitelja za ovakav način natjecanja jer se daje prilika većem broju njihovih učenika da pokažu svoje matematičke vještine i znanja. Suradnički odnos s učenicima svakako uklanja strah od neuspjeha i kod učenika, ali i kod učitelja. Učitelji su nemotivirani za dodatni rad s učenicima kada nemaju izrazito nadarene učenike koji mogu postići izvrsne rezultate na klasičnim natjecanjima. Ovdje se stvari mijenjaju. Učitelji moraju i međusobno surađivati jer su timovi sastavljeni od učenika iz različitih razreda. Zato su motivirani da rade timski i razvijaju zajedno tehnike poučavanja.

Dakle, grupni rad u nastavi matematike smatramo veoma potrebnim, pa - prema tome i ekipno natjecanje opravdanim. Treba poticati i kod učitelja timski rad kako bi bili motivirani za dodatni rad s učenicima.

Literatura

- Beck 2003: R. C. Beck: *Motivacija – teorija i načela*, Zagreb: Naklada Slap.
- Belbin 2010: M. Belbin: *Management Teams: Why They Succeed Or Fail*, Routledge.
- Bognar 2012: L. Bognar, S. Dubovički, Emocije u nastavi, *Croatian Journal of Education*, Vol. 14 (1/2012), 135–163.
- Cohen 2007: L. Cohen, L. Manion, K. Morissonn, *Metode istraživanja u obrazovanju*, Naklada Slap, IV, 15, 267–292.
- Denzin 1994: N. K. Denzin, Introduction: Entering the field of qualitative research, in: N. K. Denzin, Y. S. Lincoln (eds), *Handbook of Qualitative Research*, London: Sage, 1–17.
- Devli 2008: K. Devli, *Matematički gen, zašto ga svi imaju, ali ga većina ne rabi*, Algoritam.
- Klippert 2001: H. Klippert, *Kako uspješno učiti u timu*, Zagreb: Educa.
- Madnić 1989: S. Mandić, *Motivacija za školski uspjeh*, Zagreb.
- Milas 2005: G. Milas, *Istraživačke metode u psihologiji i drugim društvenim - znanostima*, Naklada Slap, 17, 571–613.
- Rakić 1970: B. Rakić, *Motivacija i školsko učenje*, Sarajevo.
- Rathus 2001: S. A. Rathus, *Temelji psihologije*, Zagreb: Naklada Slap.
- Vizek Vidović i dr. 2003: V. Vizek Vidović, M. Rijavec, V. Vlahović-Štetić, D. Miljković, *Psihologija obrazovanja*, Zagreb: IEP-VERN.
- Wigfield, Eccles 1992: A. Wigfield, J. Eccles, The development of achievement task values: a theoretical analysis. *Dev. Rev.*, 12: 265–310.
- Wigfield, Eccles 2002: A. Wigfield, J. Eccles, *Motivational beliefs, values and goals*, *Annu. Rev. Psychol.*, 53: 109–32.

СПЕЦИЈАЛНИ СЛУЧАЈЕВИ ВЕЛИКЕ ФЕРМАОВЕ ТЕОРЕМЕ У СРЕДЊОЈ ШКОЛИ

Увод

Издавањем методике наставе математике као посебне научне дисциплине учињен је велики корак у проучавању услова, метода и технологија математичког образовања. Позитивни резултати тих изучавања данас се широко примењују у настави. Неке од предности у односу на наставу из ранијих епоха огледају се у повећаном обиму индивидуализације, примени све моћнијих визуелних средстава у рационализацији процеса учења и хуманизацији амбијента за учење. Ипак оно без чега успешна настава математике није била могућа ни у античко доба, а није ни данас, је мотив ученика за сазнањем, за откривањем непознатог и саопштење откривеног. Жеља де после наученог, ученик сам истражује сличне проблеме, да их анализира, уопштава и примењује је најснажнији генератор функционалног знања. Готово да се сви методичари наставе слажу да је најпродуктивнији облик учења „учење открићем“.

Један од најбитнијих задатака наставе у свакој научној дисциплини је идентификација даровитих, иницирање и одржавање њихове мотивисаности за учење и истраживање. Већ у редовној настави се диференцираним задацима откривају могућности појединих ученика. Кроз добро осмишљене домаће задатке се може проверити заинтересованост појединаца за самосталан рад и истрајност у раду. Касније се мотивација одржава кроз разне конкурсне и наградне задатке из математичких часописа, организовањем секција и такмичења разних нивоа, давањем тема за семинарске радове, упућивањем на ширу научно-стручну и историјско-популарну литературу итд.

Веома висока мотивација за учење математике постиже се и упознавањем ученика са историјатом неког значајног математичког проблема. У таквим приликама, у зависности од сложености проблематике и узраста ученика, у презентацији треба добро одмерити однос историјског и научно-популарног садржаја са чисто теоријско математичким. Један од проблема са великим мотивационим потенцијалом је велика Фермаова теорема, која настала средином 17. века у Фермаовим анализама проблема Питагориних тројки. Чак је и сам Ендрју Вајлс, који је хипотезу доказао крајем прошлог

* mzivanovic@vaspks.edu.rs

века, признао да га је баш рано упознавање са тим проблемом определило да се бави математиком.

У даљем тексту, водећи се значајем принципа историцизма у настави математике, биће дат кратак осврт на биографију Пјера Ферме и историјат решавања велике Фермаове теореме. На крају ће бити представљени докази неких специјалних случајева те теореме, који се могу презентовати у додатној настави средње школе.

Пјер Ферма

Пјер Ферма је рођен 17. августа 1601. године у Бјумон де Ломању¹. Претпоставља се да је основно школовање стекао у локалном фрањевачком самостану. Похађао је универзитет у Тулузу пре него што је у другој половини 1620. прешао у Бордо. У Бордоу су почела његова прва озбиљна математичка истраживања. Из Бордоа одлази у Орлеан и ту завршава студије права. Од 1631. године почиње његова успешна државна каријера у Тулузу. Најпре је радио у доњем дому парламента, да би већ 1638. године био именован за високог чиновника парламента, а 1652. унапређен на највиши ниво у кривични суд. Цео свој радни век провео је у Тулузу изузев повремених одлазака у родни град и оближњи Кастр у којем је и умро 12. јануара 1665. године.

Тадашње судије су живеле прилично повучено да не би долазиле у искушење пристрасности према пријатељима. У Тулузу као малом месту Ферма није био преоптерећен државним пословима па се вратио својој љубави математици. Не може се рећи да је имао неког математичара за ментора. Ипак познати су његови контакти са највећим математичарима тог времена. Са правом се његово име везује уз Паскала у заснивању теорије вероватноће.

Преко свог пријатеља Каркавија, Ферма ступа у контакт са Мерсеном, који се живо заинтересовао за Фермаове радове. На Мерсеново тражење да Ферма и формално опише своје резултате он му одговара: [...] *такође сам нашао много решења за различите проблеме, како нумеричке тако и геометријске. Ја ћу све то поделити са вама кад год желите без амбиција, од којих сам више ослобођен и више удаљен од било кога на свету* (O'Connor, Robertson: *Pierre de Fermat*).

¹ Градић у Француској северозападно од Тулуза.



Слика 1: Пјер де Ферма

Овај помало ироничан контакт Ферме са научном заједницом је постао готово правило. То је био његов изазов математичарима да пронађу решења проблема које је он већ решио. Иако га примењена математика није интересовала један од његових првих радова се односи на побољшање Галилејевих резултата о слободном паду. На поновни захтев Мерсена, Ферма шаље неке своје резултате о екстремима и тангентама кривих у Париз. Његов углед као математичара брзо је растао у свету, али наговарања да објави резултате и открије своје методе нису успела. Због непотпуности у доказима својих тврђења и отворених критика резултата других научника, Ферма долази у сукоб са више математичара. Кулминација је његов сукоб са Декартом. После једне Фермаове критике Декартовог рада о светлости, Декарт му узвраћа нападајући његов рад о екстремима и тангентама кривих линија. На интервенцију Мерсена група математичара предвођена Дезаргом стаје у одбрану Фермаовог става. Тада и Декарт коригује своје мишљење речима: [...] *видим да је ваша последња метода коју користите за одређивање тангената кривих линија веома добра и да сте то први пут на тај начин описали не бих је уопште оспоравао* (O'Connor, Robertson: *Pierre de Fermat*).

Ипак Ферма је најпознатији по радовима из теорије бројева. Он је анализирао Башеов латински превод Диофантове *Аритметике* из 1621. године и своја запажања писао на маргинама те књиге. Уопштавајући решење проблема Питагориних тројки он 1630. тврди да једначина

$$x^n + y^n = z^n$$

нема решења у скупу природних бројева за природан изложилац $n \geq 3$. Шта више, он на маргине књиге додаје коментар: [...] *открио сам заиста диван доказ овог тврђења, али је маргина сувише уска да бих га могао записати*.

Ова белешка је постала позната тек пошто је Фермаов син Семјуел објавио издање превода Диофантове *Аритметике* са белешкама свога оца 1670. године, пет година након његове смрти. Велики проблем је рођен. Ве-

лика или последња Фермаова теорема која је у ствари била хипотеза све до преткрај прошлог столећа.

Сада се верује да Фермаов „доказ“ није био у реду, иако није могуће бити потпуно сигуран у то. Ипак, чињеница да је Ферма касније дао свој доказ теореме за случај $n = 4$ наводи на закључак да се враћењем на специјалан случај Ферма кориговао.

Историјат решавања проблема

С обзиром на особине степеновања, за сложен изложилац $n = p \cdot q$ једначина

$$(1) x^n + y^n = z^n$$

се може посматрати и као једначина:

$$(x^q)^p + (y^q)^p = (z^q)^p,$$

односно довољно је доказати или оповргнути тврђење, да једначина (1) нема природних решења, за просте изложиоце и изложилац $n = 4$.

Сам Ферма даје решење случаја $n = 4$, својом такозваном „методом бесконачног спуста“.

Довољно је доказати да једначина $x^4 + y^4 = z^2$ нема природна решења. Претпоставимо супротно, да постоји тројка узајамно простих природних бројева (x_0, y_0, z_0) за коју важи $x_0^4 + y_0^4 = z_0^2$ и да је z_0 најмањи број за који то важи. Тада би тројка (x_0^2, y_0^2, z_0) била основна Питагорина тројка. Уз претпоставку да је x_0 непарно имали би: $x_0^2 = m^2 - n^2$, $y_0^2 = 2mn$ и $z_0 = m^2 + n^2$, где су m и n узајамно прости природни бројеви, различите парности и $m > n$. Сада имамо да је $x_0^2 + n^2 = m^2$, па је (x_0, n, m) нова основна Питагорина тројка, па постоје узајамно прости природни бројеви p и q различите парности и $p > q$, тако да је $x_0 = p^2 - q^2$, $n = 2pq$ и $m = p^2 + q^2$. Тада је очигледно $y_0^2 = 2mn = 4pq(p^2 + q^2)$. С обзиром да су p и q , узајамно прости то су и pq и $p^2 + q^2$ узајамно прости, па да би $y_0^2 = 2mn$ био потпун квадрат морају квадрати бити и бројви p , q и $p^2 + q^2$. Нека су, дакле, $p = a^2$, $q = b^2$ и $p^2 + q^2 = c^2$, где су a , b , c узајамно прости природни бројеви. Но, тада је $p^2 + q^2 = a^4 + b^4 = c^2$, па и тројка (a, b, c) задовољава полазну једначину $x^4 + y^4 = z^2$. Како је $c < z_0$ добијамо противречност са претпоставком о минималном решењу за z чиме је доказ завршен.

Преко сто година касније, тачније 4. августа 1753. године, Ојлер пише Голдбаху да је пронашао доказ велике Фермаове теореме за случај $n = 3$. Тај доказ који је објављен у његовој *Алгебри* из 1770. ипак је имао недостатке. Он је у свом доказу неосновано користио, иначе тачна, тврђења која су доказана тек у радовима Лагранжа и Гауса.

Следећи велики корак у доказивању хипотезе учинила је Софи Жермен. Она доказује тврђење да, ако су n и $2n + 1$ прости бројеви, x , y , z узајамно прости и важи $x^n + y^n = z^n$, тада је тачно један од бројева x , y , z дељив са n . Од тада поступак доказивања тврђења иде у два смера (случаја). Такозвани први случај када су x , y , z узајамно прости са n и други случај када је један од бројева x , y , z дељив са n . Софи Жермен је доказала први случај за све бројеве мање од 100, а Лежендр касније проширио тај доказ и за бројеве до 197.



Слика 2: Софи Жермен

Остали су недоказани случајеви кад је један од бројева из једначине дељив са n . Већ код случаја $n = 5$ уочило се да се проблем грана на две варијенте: а) број који је дељив са n (5) је паран, б) број који је дељив са n (5) је непаран. Доказ случаја 2.а) је презентовао Дирихле у Париској академији наука у јулу 1825, а случај 2.б) Лежендр у септембру исте године. Тиме је случај теореме за $n = 5$ комплетиран.

Дирихле 1832. објављује доказ за случај $n = 14$. Наравно да је покушавао да изведе и доказ за $n = 7$, али је труд био узалудан. Случај $n = 7$ доказује Ламе 1839. године. Уводећи нове методе у доказ он уједно објашњава зашто је Дирихле имао проблема са овим случајем. Ламеов доказ је изузетно тежак и увидело се да напредак у доказивању теореме за случајеве простих бројева $n > 7$ није могућ без нових идеја.

Ламе је у париској Академији 1. марта 1947. скицирао доказ велике Фермаове теореме користећи факторизацију на линеарне факторе помоћу

комплексних бројева. Ламе признаје да је идеју добио од Лиувиле, који даје примедбу, сумњајући да је доказ коректан због недоказане претпостављене једнозначне факторизације у скупу комплексних бројева. Чак је Венцел 15. марта тврдио да је нашао доказ једнозначне факторизације у скупу комплексних бројева. Лиувил је 24. маја у Академији објавио писмо Кумера из 1844. године у којем он негира јединствену факторизацију у скупу комплексних бројева. Тиме је Ламеов доказ дефинитивно одбачен.

Ситуацију ипак поправља Кумер. Он у септембру исте године шаље писмо Дирихлеу на Академији у Берлину у којем наговештава доказ Фермаове теореме за случај регуларних² простих бројева истичући да $n = 37$ не задовољава услове. Кумеров рад је револуционаран. Он из чисте теорије бројева проблем пребацује на алгебарске структуре, тако што поље у којем не важи једнозначна факторизација пресликава у ново поље у којем би та факторизација важила. Тиме дефинише појам идеала који дају снажан импулс развоју алгебарских структура. Ипак, велика Фермаова теорема остаје недоказана. Ван Кумеровог доказа су остали случајеви када n није прост регуларан број. Међу бројевима мањим од 100 такви су само 37, 59 и 67, а међу простим бројевима мањим од 4000 има тачно 216 нерегуларних бројева. Сада нам се постављају два важна питања: да ли је скуп нерегуларних простих бројева коначан и како одредити критеријум за утврђивање да ли је неки прост број регуларан? Сам Кумер је у свом доказу претпоставио да је скуп нерегуларних простих бројева коначан, али је Јенсен управо користећи се Кумеровим резултатима доказао супротно, да је тај скуп пребројив. Кумер је дао одговор на друго питање у којем се користи Бернулијевим бројевима B_n ³: *Прост број $p > 3$ је регуларан ако B_m није дељиво са p ни за једно $m \in \{2, 4, \dots, m-3\}$.*

У третирању првог случаја велике Фермаове теореме отишло се даље па је теорема доказана и за неке случајеве нерегуларних простих бројева. Активности су инспирисане радовима Кумера и Софи Жермен, те су углавном усмерене ка побољшању услова које треба да задовољи прост изложилац n . У том смислу треба поменути Мириманофа, Вајферича, Красснера, Вандивера, Фробениуса... Једно побољшање доказа првог случаја велике Фермаове теореме је дато и у дисертацији *Прилог решавању Фермаовог проблема* српског математичара Зорана Шапија.

Један од најјачих импулса раду на великој Фермаовој теореме дала је Волфскелова награда од 100.000 немачких марака расписана 27.

² Дефиницији регуларних простих бројева претходи обимна теорија која излази ван оквира овог рада. На крају пасуса је дат Кумеров критеријум за испитивање регуларности простих бројева.

³ Бернулијеви бројеви су рационални бројеви дефинисани једнакошћу

$$\frac{t}{e^t - 1} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{n!} t^n$$

јуна 1908. године за оног ко први реши проблем. Паул Волфскел је био члан богате немачке индустријске породице. Због неузвраћене љубави је решио да се убије, одређујући за тај чин поноћ тачно утврђеног дана. Пошто је завршио са тестаментом и писмима пријатељума пре предвиђеног рока, слободно време је провео анализирајући Кумеров рад на великој Фермаовој теореме. У једном тренутку му се учинило да је пронашао грешку у том раду и да би исправком те грешке проблем било значајно лакше решити. Заокупљен радом на свом доказу Фермаове теореме није приметио да је предвиђено време за самоубиство прошло. Радећи до јутра ипак је на крају дошао до закључка да је Кумеров доказ коректан. У знак захвалности што му је Фермаова теорема спасила живот он је завештао 100.000 марака награде за првог математичара који реши Фермаов проблем. То је довело до читаве поплаве нових оригиналних „доказа“ проблема. Чињеница је да је од тада па до 1912. године објављено преко 1.000 нетачних доказа Фермаове теореме. Грозницу трагања за решењем умањили су девалвација немачке марке у доба економске кризе и Геделови резултати о неодлучивости која за последицу има постојање математичких тврдњи за које није могуће утврдити њихову тачност.

Ипак, на основу Кумерових резултата, Фермаова теорема је до 1993. године доказана компјутерски за све просте бројеве мање од 4.000.000. Значајно је да је Герд Фалтингс 1983. доказао Морделову хипотезу по којој Фермаова једначина може имати највише коначно много решења која су узајамно проста.



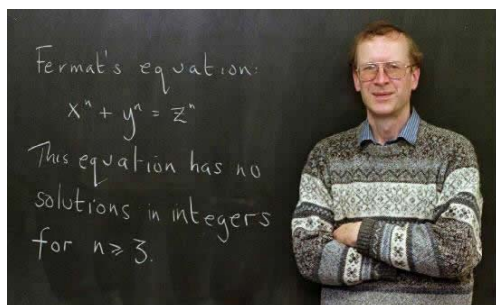
Слика 3: Герд Фалтингс

Независно од последњег Фермаовог проблема јапански математичари Јутака Танијама и Горо Шимура су изучавали модуларне форме и елиптичке криве⁴. Они су педесетих година прошлог века поставили хипотезу да свакој модуларној форми одговара нека елиптичка једначина. Та претпоставка је по њима двојици названа хипотеза Танијама-Шимуре и имала је велики утицај у математици уопште а не само у теорији бројева. Немачки

⁴ Модуларне форме и елиптичне криве су апстрактни појмови алгебарске геометрије.

математичар Герхард Фрај је 1988. први уочио везу између ове хипотезе и велике Фермаова теореме. Он је утврдио да ако Фелика Фермаова теорема има целобројна решења A , B , C тада постоји елиптична једначина $y^2 = x^3 + (A^n - B^n)x^2 - A^n B^n$ која би била модуларна. Убрзо је Кен Рибет доказао да та једначина није модуларна. Водећи светски математичари су схватили да би доказом хипотезе Танијама-Шимуре била доказана и велика Фермаова теорема. Овим послом се у тајности бавио енглески математичар Ендрју Вајлс. Он се још 1986. године повукао са места професора на Принстон универзитету и у изолацији радио на вези између модуларних форми и елиптичних кривих. По његовим речима већ у мају 1993. године је био убеђен да има доказ у рукама. Средио је своја истраживања и пријавио се за конференцију о теорији бројева у Институту Исак Њутн у Кембриџу. Због обима свог рада добио је два термина за предавање, али му је његов ментор са докторских студија Џон Коутс уступио и свој термин. Наслов Вајлсове серије предавања је био *Модуларне форме, елиптичке криве и Галоове репрезентације*. Вајлсово предавање је постављало базу за напад на хипотезу Танијама-Шимуре. Сам Вајлс о томе каже: *Мада су новинари чули за предавање, они, нажалост, нису дошли. Али било је много људи у публици који су фотографисали како се предавање ближило крају, а директор института је дошао добро припремљен са флашом шампањца. Била је потпуна тишина док сам изговарао доказ, а тада сам записао ред који је садржао Фермаову последњу теорему. Рекао сам: „Мислим да ћу овде стати“, и тада се проломио аплауз (Синг 2003: 256).*

Сутрадан су најзначајнији часописи *Гвардиан*, париски *Монд* и *Њујорк тајмс* на насловним странама објавили вест о решењу велике математичке мистерије. Ипак Вајлсов рад је морао проћи суд рецензија. Вајлс је предао рад од око 200 страница часопису *Inventiones Mathematicae* чији је уредник био Бари Мејзер. Због обимности рад је подељен на шест делова и уступљен шесторици рецензента. Прву примедбу је доставио Ник Кац рецензент трећег дела Вајлсовог рада. Испоставило се да то није и једина грешка те је сам Вајлс то признао електронском поштом 4. децембра 1993. године. У тој поруци он се нада да ће грешке убрзо отклонити.



Слика 4: Ендрју Вајлс

Једна епизода замало Вајлса није заувек отргнула од проблема. Почетком априла 1994. године појавила се информација да је Ноам Елкис, који је већ оборио Ојлерову хипотезу, нашао контрапример Фермаоовој теореме. Сам Елкис о овоме није давао никакав коментар. Испоставило се да је првобитна информација о томе саопштена 1. априла као шала. Вајлс се вратио на посао а главни помагач му је био његов студент Ричард Тејлор.



Слика 5: Ричард Тејлор

Крајем 1994. године часопису *Annals of Mathematics* послата су два рада на рецензију: *Модуларне елиптичке криве и Фермаова последња теорема*, Ендрјуа Вајлса и *Теоријске особине прстена неких Хеке алгебри*, Ричарда Тејлора и Ендрјуа Вајлса. Сам Ричард Тејлор је о томе одржао и предавање на математичком колегијуму у Единбургу у априлу наредне године. И рецензије за поменуте радове биле повољне и оба су објављена у специјалном броју *Математичких анала* на око 130 страница. Поново су сви светски медији јавили да је велика Фермаова теорема најзад доказана. Овога пута није било никакве сумње у поузданост информације. Неколико месеци касније Герд Фалтингс је значајно упростио овај први доказ.

Сецијални случајеви велике фермаове теореме у средњој школи

У претходном делу текста истакнуто је да је методологија доказа специјалних случајева теореме претежно ишла у два смера. Такозвани први случај теореме разматра њену решивост под условима да ни један од природних бројева из једначине (1) није дељив са изложивоцем n . У другом случају се претпоставља да је тачно један од бројева x , y , z дељив са n . Показаћемо овде да се докази првог случаја за изложивоце 3 и 5 могу презентовати у додатној настави средње школе.

Докази претпостављају познавање:

- биномне формуле и особине биномних коефицијената,
- аритметичке операције са модулима,
- особине дељивости и факторизацију природног броја,
- факторизацију полинома.

Кључну улогу ће играти и Ајзенштајнов критеријум:

Нека је дата једначина: $x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$, са коефицијентима из скупа целих бројева. Ако су сви коефицијенти једначине дељиви са неким простим бројем, а слободан члан није дељив са квадратом тог простог броја, онда једначина нема решења у скупу целих бројева.

Ако на једначину (1), за $n = 3$, применимо линеарну трансформацију

$$x = \alpha + \gamma$$

$$(2) \quad y = \beta + \gamma$$

$$z = \alpha + \beta + \gamma$$

при чему су $\alpha, \beta, \gamma \in Z$, тад се она своди на једначину:

$$(3) \quad \gamma^3 - 6\alpha\beta\gamma - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 0$$

Инверзна трансформација трансформацији (2) је:

$$\alpha = z - y$$

$$\beta = z - x$$

$$\gamma = x + y - z$$

На основу тога, под претпоставком да су $x, y, z \in Z$, закључујемо да су и $\alpha, \beta, \gamma \in Z$. У том случају ако једначина (1) има целобројна решења то и једначина (3) мора имати целобројна решења. Такође у једначини (3) су сви коефицијенти сем првог дељиви са 3, па је и $\gamma \equiv 0 \pmod{3}$. Размотримо случај када је сваки од бројева x, y, z узајамно прост са изложником 3. Због тога су, на основу трансформације (2), и $\alpha, \beta, \alpha + \beta$ такође узајамно прости са 3. Сада имамо да су други и трећи коефицијент једначине (3) дељиви са 3, а последњи (трећи) није дељив са 9. На основу Ајзенштајновог критеријума следи да једначина (3), по променљивој γ , нема целобројних решења. Ово је у супротности са закључком да су $\alpha, \beta, \gamma \in Z$ на основу претпоставке $x, y, z \in Z$. Стога ни та претпоставка није тачна. Тиме је доказан први случај велике Фермаове теореме за изложилац $n = 3$.

Сличним поступком се може доказати и први случај велике Фермаове теореме за изложилац $n = 5$. Трансформацијом (2) се у том случају једначина (1) своди на једначину:

$$(4) \quad \gamma^5 - 10a_2\gamma^3 - 10a_3\gamma^2 - 5a_4\gamma - a_5 = 0$$

где је $a_k = (\alpha + \beta)^k - \alpha^k - \beta^k$, за $k \in N$. У том случају је

$$a_5 = \sum_{i=1}^4 \binom{5}{i} \alpha^{5-i} \beta^i, \quad \text{а може се написати и у облику}$$

$$a_5 = 5\alpha\beta(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2). \quad \text{Уочавамо да су сви коефицијенти у јед-}$$

начини (4) сем првог дељиви са 5, те је и γ дељиво са 5. Под претпоставком да су x, y, z узајамно прости са 5, добијамо и да су $\alpha, \beta, \alpha + \beta$ узајамно прости са 5. Под тим претпоставкама погледајмо систем остатак чиниоца $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ при дељењу са 5 у табели 1.

Табела 1: Систем остатака по модулу 5 за израз $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$

α	-2	-1	1	2
β				
-2	2	2	-2	-1
-1	2	-2	1	-2
1	-2	1	-2	2
2	-1	-2	2	2

На основу свега закључујемо да коефицијент a_5 , у једначини (4) није дељив са 25, те према Ајзенштајновом критеријуму, ни та једначина нема целобројних решења. Из тога директно следи први случај Фермаове теореме за природан изложилац 5.

Закључак

У конкретном раду на додатној настави за мотивацију и увођење у проблематику може се искористити неки од детаља из Фермаове биографије и историјата решавања једначине (1). У том смислу се плодно може искористити препоручена литература. Од математичког садржаја ученицима презентовати Фермаов доказ методом „бесконечног спуста“ и овде описани доказ за изложилац $n = 3$. Случај изложиоца $n = 5$ препустити на анализу ученицима. Уколико се појави проблем у доказивању упутити на аналогије са претходним примером. За самосталан (домаћи) рад поставити задатак анализе примене трансформације

$$x = a + b - c$$

$$y = a - b + c$$

$$z = -a + b + c$$

у доказу првог случаја велике Фермаове теореме за изложиоце 3 и 5.

Литература

- Живановић 2008: М. Живановић, Примена једне линеарне трансформације код велике Фермаове теореме, *Настава математике*, ЛП, 3–4, стр. 26–28, Београд: ДМС.
- Синг 2003: С. Синг, *Фермаова последња теорема*, Београд: ДН Центар.
- О'Connor, J. J., Robertson, E. F. *Pierre de Fermat*.
<<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Fermat.html>>. 16. 7. 2013.
- О'Connor, J. J., Robertson, E. F. *Fermat's last teorem*, 1996.
<http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Fermat%27s_last_theorem.html>. 16. 7. 2013.
- Shay, D., 2003. *Fermat's Last Theorem – The story, the history and the mystery*.
<<http://fermat.workjoke.com/>>. 16. 7. 2013.

SISTEM STAVOVA UČITELJA O EFEKTNOJ NASTAVI MATEMATIKE – BiH IZMEĐU ISTOKA I ZAPADA

U procesu nastave matematike učenici stiču veći dio svog matematičkog znanja te razvijaju vještine mišljenja i logičkog zaključivanja. Razumijevanje prirode nastave matematike dugo je u fokusu istraživača u oblasti matematičkog obrazovanja. Krajnji cilj svih istraživanja o prirodi nastave matematike je poboljšanje mogućnosti učenja i razumijevanja matematike od strane učenika. S obzirom da je nastavni rad u odjeljenju zahtjevan proces, nastoje se identifikovati važni aspekti tog rada, istražiti njegove vrste te ustanoviti koje od njih efektivnije podstiču učenike na učenje.

Stavovi i uvjerenja nastavnika o matematici, podučavanju i učenju matematike prepoznati su kao važan aspekt sveukupnog nastavnog rada (Battista 1994; Beswick 2007; Leder et al. 2002; Perry et al. 1999; Thompson 2004; Wong et al. 2002). Naime, nastavnikovi stavovi i uvjerenja o matematici, o učenju i podučavanju ogledaju se i u načinu na koji on učenicima predstavlja matematičke sadržaje. Način rada nastavnika je pokazatelj onoga što nastavnik smatra najbitnijim za proces podučavanja i učenja, a to se dalje oslikava na način na koji učenici uče, razumijevaju i doživljavaju matematiku (Cai 2004; Thompson 1992).

Teorije o stavovima i uvjerenjima nastavnika o matematici i o načinima na koje ti stavovi i uvjerenja utiču na njihovu nastavnu praksu razvijane su tokom posljednja dva desetljeća. Međutim, ove teorije su mahom razvijane na Zapadu, najčešće na osnovu istraživanja u školama i među nastavnicima u SAD i u manjoj mjeri u Zapadnoj Evropi (Leder et al. 2002; Thompson 1992). Tek se početkom XXI vijeka počinju razmatrati stavovi i uvjerenja nastavnika o matematici u različitim kulturama s ciljem da se ustanovi da li su ti stavovi kulturološki uslovljeni i kako oni utiču na nastavnu praksu (Cai 2004, 2005; Perry et al. 2002; Stigler, Hiebert 1999). Samo nekoliko istraživanja se odnosi na ispitivanje stavova nastavnika o efektnoj nastavi matematike (*ZDM*, Vol. 39, No. 4, 2007).

Teoretski okvir istraživanja

Stavovi nastavnika o matematici čine kompleksnu cjelinu sastavljenu od međusobno povezanih komponenti, tako da se se može govoriti o sistemu stavova

* kpjanic@gmail.com

va nastavnika o matematici. Kao tri osnovne komponente ovog sistema Ernest (1989) ističe stavove nastavnika o:

1. prirodi matematike,
2. svojstvima podučavanja matematike,
3. procesu učenja matematike.

Različita su mišljenja o položaju i međusobnoj vezi pomenutih komponenti u okviru sistema stavova. Naime, Ernest smatra da su stavovi o matematici fundamentalni jer utiču na ostale dvije, usko povezane, komponente. S druge strane, grupa istraživača, nezavisno jedni od drugih, smatra da nijedna od komponenti sistema stavova nema dominantnu ulogu (Perry et al. 1999; Speer 2005; Thompson 1992).

Određimo pobliže pojedine komponente.

Stavovi o prirodi matematike

Stavove nastavnika o prirodi matematike čine svjesna ili podsvjesna uvjerenja, koncepti, značenja, pravila, mentalne slike i preference koje se odnose na matematiku kao nauku ili matematiku kao nastavni predmet. Ova uvjerenja, pojmovi i pogledi čine strukturu stavova o prirodi matematike. Treba napomenuti da ova grupa stavova ne mora nužno biti razvijena kod svih nastavnika, niti činiti koherentnu strukturu. Za mnoge (ne samo nastavnike, već prvenstveno za ljude koji se bave drugim profesijama) matematiku kao nauku karakteriše apstraktnost, tačni rezultati i stroge logičke procedure. No, različiti su pogledi na to šta je izvor apstraktnosti matematike. Prema Ernestu (1989) razlikuju se dva pogleda na prirodu matematike: funkcionalni i strukturalni. Matematika se iz funkcionalne perspektive vidi kao skup alata (oruđa) nastao skupljanjem činjenica, pravila i vještina. Iz strukturalne perspektive matematika se vidi kao jedinstvo znanja i opisuje kao tvorevina u formi kristala kojeg čine istine povezane logikom i smislom.

Dok zastupnici funkcionalne perspektive više obraćaju pažnju na primjenu matematike u ostalim sferama ljudskog djelovanja, zastupnici strukturalne perspektive stavljaju naglasak na komplikovani unutrašnji ustroj matematičkog znanja.

Stavovi o podučavanju i učenju matematike

Stavovi o podučavanju matematike odnose se na sljedeće aspekte: željene ciljeve programa matematike, ulogu nastavnika u podučavanju, odgovarajuće radnje i djelatnosti u odjeljenju, poželjne nastavne postupke i legitimne nastavne procedure (Thompson 1992).

Slično, stavovi nastavnika o učenju matematike odnose se na procese učenja, oblike ponašanja i mentalnih radnji učenika tokom učenja, te stavove o tome šta čini odgovarajuće i prototipske aktivnosti učenja.

Kuhs i Ball (1986) su, na osnovu analize stavova o učenju i podučavanju matematike, identifikovali četiri kategorije nastavnika. Njihove rezultate sumira Speer (2005) na sljedeći način.

Nastavnici usmjereni na učenika usredotočavaju se na izgradnju matematičkog znanja učenika putem aktivnog sudjelovanja u radu na času. Ova kategorija nastavnika smatra da im je uloga da podupiru učenike u učenju. Drugu kategoriju čine nastavnici usmjereni na sadržaj sa naglaskom na konceptualno razumijevanje. Nastavnici koji pripadaju ovoj kategoriji fokusiraju se na matematičke sadržaje, ali s naglaskom na logičkim vezama između matematičkih ideja. Slične stavove imaju i nastavnici iz treće kategorije. Oni su fokusirani na matematičke sadržaje ali sa naglaskom na usavršavanju vještina sprovođenja procedura i pravila. Dakle, treću kategoriju čine nastavnici usmjereni na matematičke sadržaje sa naglaskom na izvedbu. Četvrtu kategoriju čine nastavnici usmjereni na odjeljenje. Oni u prvi plan ističu dobro organizovane, strukturisane aktivnosti u odjeljenju na način da nastavnik jasno prezentuje gradivo, a učenici zatim vježbaju individualno.

Marton (1996) ispituje stavove nastavnika o pamćenju i razumijevanju matematičkih sadržaja, te smatra da se u zemljama Zapada pamćenje i učenje napamet općenito poistovjećuje. Naime, nastavnici na Zapadu smatraju da memorisanje ne dovodi do razumijevanja. S druge strane, kineski nastavnici smatraju da memorisanje ne mora nužno dovesti do učenja napamet. Umjesto toga, memorisanje se može koristiti u produbljivanju razumijevanja matematike, za promociju činjenice da matematika ima široku primjenu u stvarnom svijetu.

Stavovi na Istoku i Zapadu

Na osnovu izvjesnih slaganja u pojedinim komponentama sistema stavova o efektnoj nastavi matematike mogu se izdvojiti dva pogleda na ovo pitanje, odnosno dvije kategorije stavova – uslovno nazvanih „istočni“ i „zapadni“. Tako se, u „istočno“ orijentisane stavove ubrajaju stavovi o matematici kao jeziku, matematičkim sadržajima koji su strogo strukturisani i logički povezani, mogućnostima da se apstraktni matematički pojmovi mogu konkretizovati i pomoći u praktičnim potrebama. Pored toga, u ovu kategoriju se ubrajaju i stavovi o značaju kreiranja apstraktnih pojmova, zahtjevi za poopćavanjem činjenica, značaju vježbanja i pamćenja u formiranju strukture matematičkih znanja. Među „zapadnim“ stavovima ističu se oni o praktičnosti i konkretnosti matematike, zahtjevi za vizualizacijom matematičkih sadržaja, stavljanje u prvi plan interesovanja i želje učenika u nastavi matematike.

Metodološki okvir istraživanja

U fokusu ovog istraživanja su stavovi učitelja o karakteristikama efektne nastave matematike, stavovi o memorisanju i razumijevanju matematičkih sadržaja i ulozi vježbanja u procesu učenja matematike. Cilj istraživanja je utvrditi

kategorije stavova učitelja – mentora u BiH o efektivnoj nastavi matematike i uporediti ih sa stavovima učitelja u svijetu.

Iz cilja istraživanja proizlaze sljedeći zadaci istraživanja:

1. Ustanoviti kakvi su stavovi učitelja o:

- prirodi matematike,
- uspješnom učitelju,
- efektinom času,
- memorisanju i razumijevanju,
- ulozi vježbanja u procesu učenja.

2. Uporediti rezultate sa rezultatima sličnih istraživanja u svijetu

U istraživanju se koristi deskriptivna metoda kako bi se utvrdili stavovi učitelja o efektivnoj nastavi matematike. Iskazani stavovi se ni u kom slučaju ne vrednuju niti prosuđuju kao dobri ili loši.

Ispitanici su učitelji – mentori koji rade u školama u gradskim područjima (Sarajevo i Bihać).

Struktura ispitanika u odnosu na radni staž prikazana je u tabeli 1.

Tabela 1.

God. staža	< 10	10–19	20–29	30–40
Broj učitelja	2	16	5	2

Instrument istraživanja je anketa koja je sadržavala tri kategorije pitanja: o prirodi matematike, o učenju matematike i o efektivnoj nastavi matematike.

Rezultati i diskusija

Istraživanjem su se dobili stavovi učitelja – mentora o odlikama matematike, o vezi zapamćivanja i razumijevanja matematičkih sadržaja te o faktorima efektne nastave matematike. Odgovori nastavnika su kategorizovani i u nastavku iznosimo najfrekventnije kategorije stavova o svakom postavljenom pitanju. Rezultate dobijene anketom diskutovaćemo korištenjem tehnika poređenja sa rezultatima sličnih istraživanja (Perry 2007; Perry et al. 2002; Cai, Wang 2007a, 2007b; Wong 2007) u Australiji, Kini, Hong Kongu i SAD-u.

1. *Stavovi učitelja o prirodi matematike.* Stavovi ispitanika u BiH o matematici su sljedeći:

„Matematika je praktična.“

„Matematika je jezik.“

„Matematika je skup pravila.“

„Matematika proizlazi iz praktičnog života.“

Ispitanici istovremeno zastupaju gledište da su „matematička znanja apstraktna“, ali i ono da „matematika razvija logičko mišljenje“.

Razlike u stavovima nastavnika iz zemalja dalekog istoka i SAD i Australije po pitanju prirode matematike i njenih karakteristika su veoma izražene. Generalno, učitelji u Australiji i SAD imaju funkcionalan pogled na matematiku, fokusiran na njenu primjenu u svakodnevnom životu. Učitelji iz SAD, uz pomenuto, ističu i konkretnost matematičkih sadržaja. Za razliku od njih, učitelji iz Kine ističu unutrašnju strukturu matematike i njenu apstraktnost. Odgovori ispitanika u BiH približniji su grupi „istočnih“ stavova. Naime, među našim učiteljima preovladava stav da je matematika praktična, ali razvija logičko mišljenje a matematička znanja su apstraktna. Dakle, učitelji su svjesni uloge matematike u svakodnevnom životu i njene važnosti u razvoju mišljenja. Međutim, tek petina ispitanika ističe da je matematika jezik, tj. da ima unutrašnju strukturu čije je razumijevanje ključ razvoja logičkog mišljenja.

2. *Stavovi o učenju matematike.* Da bi se sagledali stavovi o učenju matematike bitno je u fokus staviti pitanja o prirodi razumijevanja, vezi razumijevanja i zapamćivanja i ulozi vježbanja. Stavovi o prirodi razumijevanja matematike nisu usaglašeni među ispitanicima u BiH. Glavnina ispitanih učitelja smatra da je „za učenje matematičkih sadržaja ključno razumijevanje“, ali ističe se i stav dijela učitelja da se „određeni matematički sadržaji ne mogu razumijeti“. Za diskusiju ovakvih stavova učitelja važno je ustanoviti kako učitelji određuju (definišu) razumijevanje uopšte. Ispitanici smatraju da „razumijevati znači imati fleksibilno mišljenje, komunicirati ideje, znati primijeniti znanje u konkretnom slučaju, ne učiti napamet“, ali među ispitanicima ima i onih koji nisu odgovorili na ovo pitanje.

Prema mišljenju ispitanika, u svrhu promocije razumijevanja učitelj treba: „voditi učenike od praktičnih zadataka ka generalizacijama, prilagoditi sadržaje uzrastu, motivisati učenike problemskim zadacima, objasniti, povezivati gradivo, vježbati“.

Iskazani stavovi ispitanika u BiH koji se odnose na to šta znači razumijevati podudarni su sa stavovima koje iskazuju učitelji kako na Istoku tako na Zapadu. Može se reći da su stavovi učitelja iz različitih kulura po pitanju razumijevanja isti. Iako se učitelji iz različitih zemalja slažu u stavovima o prirodi razumijevanja, oni nisu jedinstveni u stavovima o ulozi učitelja u promociji razumijevanja. Stavovi učitelja u BiH podudaraju se sa stavovima učitelja u Australiji i Hong Kongu koji promovišu ulogu učitelja u formiranju generalizacija i apstraktnih znanja, ali uzimajući u obzir uzrast i individualne karakteristike učenika.

Ispitanici iz BiH ističu stajalište o pozitivnoj vezi između memorisanja i razumijevanja, te vježbanja i razumijevanja. Naime, tek troje ispitanika nije predočilo svoj stav o ovom pitanju, a ostali navode da je „memorisanje važno, ali uz povezivanje sa ostalim gradivom“ ili da je „važno jer olakšava razumijevanje“. O ulozi vježbanja u razumijevanju matematičkih sadržaja zastupa se sličan stav: „vježbanje učvršćuje znanja, podiže na viši nivo, vodi ka razumijevanju“. Dakle, memorisanje može nastupiti i prije i poslije razumijevanja, ali potiče i olakšava

razumijevanje ako se zapamćene činjenice formiraju određeni sistem znanja. Isto tako, vježbanjem se znanje učvršćuje, olakšava se razumijevanje. Ovakvi stavovi su slični stavovima koji prevladavaju među učiteljima u Kini, Hong Kongu i Australiji, koji ističu da memorisanje nije isto što i učenje napamet. Samo učitelji u SAD ne nalaze da je zapamćivanje važno, i samim tim ne potiču učenike da pamte matematičke sadržaje. Stav o ulozi vježbanja u učenju matematike najpribližniji je stavu učitelja iz Kine koji smatraju da što više učenici vježbaju to će i njihovo znanje i vještine biti bolje. Za razliku od ovakvih stavova, učitelji iz SAD ističu da vježbanje nije važno i da ga ne treba potencirati jer „može učenike demotivisati za rad“ ili „učiniti matematiku dosadnom učenicima“ (Cai 2007).

3. *Stavovi o efektinom podučavanju.* Da bi se sagledali stavovi učitelja po ovoj temi, razmatrana su pitanja šta učitelja čini efektnim i koje su odlike efektnog časa matematike. Ispitani učitelji – mentori iz BiH kao odlike efektnog učitelja matematike ističu „dobro poznavanje elementarne matematike“, „umijeće da sadržaje prilagodi interesu učenika, pa čak ako se odstupa od NPP“, „koristi različite metode i oblike rada, različita sredstva, zna motivisati učenike, približiti sadržaje njihovom iskustvu kad je moguće“, „ima razvijenu vještinu komuniciranja“. I u ovom slučaju je među ispitanicima bilo onih ispitanika koji nisu istakli nikakav stav. Zahtjev za dobrim poznavanjem elementarne matematike je zajednički za sve ispitanike kako u BiH tako i u ostalim zemljama čije podatke koristimo. Drugi najčešći odgovor među ispitanicima iz BiH je na tragu stavova učitelja iz SAD koji u prvi plan ističu da efektan nastavnik treba polaziti od učenika, njegovog interesovanja, njegovih sposobnosti, a ne od propisanog nastavnog plana i programa. Zanimljivo je istaći da među odgovorima ispitanika iz BiH nije bilo sljedećih stavova koje su isticali ispitanici iz SAD: „poznavanje plana i programa“, „efektan učitelj zna odabrati sadržaje iz literature (udžbenika)“, „efektan učitelj ima razvijene vještine podučavanja – zna jasno istaći ciljeve i sadržaje časa i saopštiti ih i objasniti učenicima“, „treba objašnjavati sadržaje i vježbati, davati sve *servirano*“, „treba podučavati i pokazivati bez previše objašnjavanja jer se neke stvari u matematici i ne mogu objasniti“, „znati voditi učenike da sami otkrivaju“ i „znati voditi razred, tj. uspostaviti disciplinu“. U razgovoru koji je uslijedio nakon ankete, ispitanici iz BiH su istakli da se ove karakteristike i zahtjevi podrazumijevaju za svakog učitelja pa ih nisu isticali. Zahtjev o uspostavljanju discipline na času matematike kao preduslovu njegove efektnosti nisu navodili ni učitelji iz Kine, što se diskutuje kulturološkim aspektom, tj. da su disciplina i primjereno ponašanje u školi tradicionalne vrednote kineskog društva (Cai 2007). Treba istaći još jedan stav koji naši učitelji nisu istakli u svojim odgovorima, smatrajući ga univerzalnim i takvim da se podrazumijeva za svakog nastavnika – to je da „(svaki, pa time i efektan) nastavnik treba poznavati i brinuti se za učenike“. Potonji stav je zajednički za sve ispitane nastavnike koji su obuhvaćeni pomenutim istraživanjima u SAD, Kini, Hong Kongu i Australiji.

Konačno, ispitanici iz BiH zastupaju stav da su odlike efektnog časa matematike redom: „ishod tog časa je pozitivna povratna informacija“, „dobro

struktuirana priprema“, „istaknuti ciljevi časa“, „aktivni učenici“, „prilagođenost nastave željama i interesu učenika“. I ovdje su stavovi u rasponu od stavova koji dominiraju kod kineskih učitelja (dobra priprema) do stavova učitelja iz SAD (kreiranje časa prema interesu učenika).

Zaključno razmatranje

Nalazi ankete ukazuju da se možemo prikloniti Ernestovoj teoriji o dominirajućoj ulozi stavova o prirodi matematike. Zaista, kod učitelja koji su imali stav o prirodi matematike (napomenimo opet da dio učitelja nije iskazao nikakav stav) on se u većoj ili manjoj mjeri ogledao u ostalim stavovima. Dakle, priroda matematike, tačnije stavovi učitelja o tome šta karakteriše matematiku, utiču na *filozofiju* njihovog rada u odjeljenju. Učitelji na osnovu viđenja matematike kao skupa apstraktnih pojmova koji imaju konkretnu primjenu kreiraju i svoj rad u odjeljenju. Stav da se određeni matematički sadržaji ne mogu razumjeti dovodi do toga da učitelji i ne pokušavaju objasniti i obrazložiti takve sadržaje, niti učenicima niti samima sebi.

Poseban osvrt treba dati na izostanak odgovora ispitanih učitelja – mentora na određena pitanja. Imajući u vidu ulogu mentora u odgoju budućih učitelja, zabrinjavajuće je da mentori nemaju ili ne umiju iskazati svoj stav i mišljenje o prirodi matematike, niti o svojoj ulozi u učenju matematike. Da li takvi učitelji mogu biti uzor studentima – budućim učiteljima?

Literatura

- Batista 1994: M. T. Battista, Teacher beliefs and the reform movement in mathematics education, *Phi Delta Kappan*, 75, 462–468.
- Besvik 2007: K. Beswick, Teachers' beliefs that matter in secondary mathematics classrooms, *Educational Studies in Mathematics*, 65(1), 95–120.
- Ernest (red) 1989: P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art*, Basingstoke: Falmer Press.
- Kai 2004: J. Cai, Why do U.S. and Chinese students think differently in mathematical problem solving? Exploring the impact of early algebra learning and teachers' beliefs, *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 135–167.
- Kai 2005: J. Cai, U.S. and Chinese teachers' knowing, evaluating, and constructing representations in mathematics instruction, *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, 7, 135–169.
- Kai 2007: J. Cai, What is effective mathematics teaching? A study of teachers from Australia, Mainland China, Hong Kong SAR, and the United States, *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 39(4), 265–270.
- Kai, Vang 2006: J. Cai, T. Wang, U.S. and Chinese teachers' conceptions and constructions of representations: A case of teaching ratio concept. *International Journal of Mathematics and Science Education*, 4, 145–186.

- Kuhs, Bal 1986: T. M. Kuhs, D. Ball, *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions*, East Lansing, MI: Center on Teacher Education, Michigan State University.
- Leder et al. 2002: G. C. Leder, E. Pehkonen, G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, Dordrecht: Kluwer.
- Marton et al. 1996: F. Marton, L. K. Tse, G. dall'Alba, Memorizing and understanding: The keys to the paradox?, u: D. A. Watkins, J. B. Biggs (red), *The Chinese learner: Cultural, psychological and contextual influences*, Hong Kong: Comparative Education Research Centre, The University of Hong Kong and Melbourne: The Australian Council for Educational Research, 69–83.
- Peri 2007: B. Perry, Australian teachers' views of effective mathematics teaching and learning, *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 39(4), 271–286.
- Peri et al. 1999: B. Perry, P. Howard, D. Tracey, Head mathematics teachers' beliefs about the learning and teaching of mathematics, *Mathematics Education Research Journal*, 11(1), 39–53.
- Peri et al. 2002: B. Perry, C. Vistro-Yu, P. Howard, N.-Y. Wong, H. K. Fong, Beliefs of primary teachers about mathematics and its teaching and learning: Views from Singapore, Philippines, Mainland China, Hong Kong, Taiwan and Australia, u: B. Barton, K. C. Irwin, M. Pfannkuch, M. O. J. Thomas (red.), *Mathematics education in the South Pacific: Proceedings of the twenty-fifth annual conference of the mathematics education research group of Australasia*, Auckland: MERGA, 551–558.
- Spir 2005: N. M. Speer, Issues of method and theory in the study of mathematics teachers' professed and attributed beliefs, *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 361–391.
- Stigler, Hibert 1999: J. W. Stigler, J. Hiebert, *The teaching gap*, New York: Free Press.
- Stigler, Peri 1988: J. W. Stigler, M. Perry, Cross cultural studies of mathematics teaching and learning: Recent findings and new directions, u: D. A. Grouws, T. J. Cooney, D. Jones (red.), *Effective mathematics teaching*, Reston, VA: NCTM, 104–123.
- Tomson 1992: A. G. Thompson, Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research, u: D. A. Grouws (red), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, New York: Macmillan, 127–146.
- Vong 2007: N. Y. Wong, Hong Kong teachers' views of effective mathematics teaching and learning, *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 39(4), 301–314.
- Vong et al. 2002: N. Y. Wong, F. Marton, K. M. Wong, C. C. Lam, The lived space of mathematics learning, *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 25–47.

SAVREMENI TOKOVI U METODICI POČETNE NASTAVE MATEMATIKE

Uvod

Uvažavajući specifičnosti razvoja učenika mlađeg školskog uzrasta i značaj matematičkih pojmova, koji su planirani za taj uzrast, možemo istaći da početno matematičko obrazovanje značajno utiče na razvoj logičkih struktura i percepcija, te samim tim i na budući razvoj individualnih matematičkih sposobnosti. Mnogi matematički pojmovi zahtijevaju izvjesnu apstrakciju, razmišljanje, pojačanu i izraženiju koncentraciju i pažnju što značajno stimulira razvoj intelektualnih funkcija u periodu intenzivnog razvoja kognitivnih učeničkih sposobnosti. Naravno da sami postupci, koje koristimo da učenicima približimo i pojašnjemo te pojmove kako bi ih lakše razumjeli i usvojili, a zatim i uspješno primijenili u neposrednoj praksi, moraju biti primjereni njihovim uzrastnim specifičnostima. Otuda težište moderne škole, kako ističe Kadum, mora biti na procesu sticanja znanja, a ne na usvajanju gotovih činjenica, što znači da učenike moramo osposobiti da ovladaju metodama i tehnikama produktivnijeg samostalnog učenja i sticanja znanja (Kadum 2005: 111).

Savremeni pristup učenju i shvatanje značaja ranog matematičkog obrazovanja doveli su do uvažavanja individualnih potencijala i prilagođavanja nastavnog procesa učeničkim mogućnostima i potrebama od najranijih dana njihovog uključivanja u organizovani obrazovni proces. Razvoj logičko-matematičkih sposobnosti je uslovljen procesom vježbanja na konkretnim matematičkim pojmovima koji doprinose njihovom razvoju. Tako, na primjer, razvoj logičkog mišljenja bi bio praktično nemoguć bez određenih podsticaja i vježbanja sa logičkim matematičkim sadržajima. Dakle, „težište treba da bude na razvoju kognitivnih sposobnosti rešavanem problema i stvaralačkog učenja“ (Jukić 1997: 15). Matematički problemski sadržaji intenziviraju razvoj mentalnih sposobnosti što ima za posledicu dalje usavršavanje i razvoj svih matematičkih sposobnosti, a posebno logičkog mišljenja i zaključivanja. Na ranom školskom uzrastu nije riječ ni o kakvim složenijim pojmovima, naprotiv, riječ je o početnim matematičkim pojmovima, koji predstavljaju osnovu daljeg matematičkog obrazovanja i spoznaje svijeta u kojem živimo. Zato početno matematičko obrazovanje ima za cilj da intenzivira razvoj kognitivnih struktura koje se na ovom uzrastu najbrže razvijaju i mijenjaju. Otuda je matematika jedan od najzastupljenijih predmeta u osnovnoj školi. Pred ovom nastavom su brojni zadaci. Nastala je iz praktičnih potreba za rješavanje važnih životnih problema koji uključuju visok nivo ap-

* vele-nk@t-com.me

strakcije. Otuda su izuzetno važni prateći činioci misaone aktivnosti učenika, koji doprinose rješavanju problemskih zadataka i predstavljaju mikrostrukturu problemskog mišljenja (Obradović 1998: 133). Zato se u novijoj metodici nastave matematike posebna pažnja poklanja modelima rada koji preferiraju veću individualnu aktivnost učenika, a da pri tome nastava bude zanimljiva i dinamična. U tom cilju početna nastava matematike treba prevashodno da:

- podstiče i razvija individualne sposobnosti učenika;
- podstiče i razvija sposobnosti samostalnog uočavanja veza i odnosa među predmetima i simbolima;
- podstiče i razvija logičko mišljenje i rasuđivanje učenika;
- osposobljava učenika da primjenjuje matematička znanja u životnim situacijama.

Budući da vijek u kojem živimo karakteriše intenzivan razvoj nauke i tehnike, što se na određeni način reflektuje i na društvene djelatnosti, to nastava u školi ne može da koči razvoj pojedinca kroz zastarjele uniformisane pristupe učenju odmjerenom prema prosječnim sposobnostima učenika. Mora se više pažnje pokloniti svakom učeniku, razvoju njegovih individualnih sposobnosti. Zato se u metodici nastave matematike kontinuirano unapređuju načini prenošenja znanja. Nastava matematike ne smije biti opterećena pukim ispunjenjem nastavnog plana niti izolovana od drugih nastavnih područja. Naprotiv, nastava matematike treba da bude otvorena kako prema realizaciji planiranih ciljeva, tako i prema potrebama pojedinca, ali i društvenim potrebama novog vremena. Ne smije biti jedini cilj da se usvoji što više propisanog gradiva, već da bude primjenljivo usvojeno znanje. Mnogo je sposobniji onaj učenik koji umije da primijeni usvojena matematička znanja u svakodnevnim životnim situacijama, nego onaj koji je memorisao prezentovane sadržaje ali ih ne umije primijeniti kad se za to ukaže potreba. Zato i osnovni cilj nastave matematike, koji se odnosi na svakog učenika, ne smije biti puko usvajanje matematičkog znanja propisanog nastavnim programom rada koje se ogleda u usvajanju niza pravila i formula po kojima se rješavaju šablonizovani zadaci. Naravno ovaj nivo je maksimum za pojedine učenike i treba ga prihvatiti kao optimalan, ali je za veliki broj učenika iznad ili ispod očekivanih mogućnosti, zato treba težiti maksimalnom razvoju matematičkih sposobnosti svakog pojedinca bez obzira što će za nekog taj maksimum biti na nivou prepoznavanja i primjenjivanja formula i pravila u rješavanju jednostavnih zadataka, a za nekoga rješavanje složenijih problemskih zadataka ili pak iznalaženje rješenja u apstraktnim problemskim situacijama. Zato se nameće potreba planiranja i realizacije aktivnosti koje će zadovoljiti potrebe i mogućnosti većeg broja učenika. Ukoliko to postignemo kod svakog učenika onda smo u potpunosti realizovali nastavu matematike po savremenim zahtjevima.

Savremeno organizovana početna nastava matematike uvodi učenike u samostalni istraživački rad još na samom početku matematičkog obrazovanja i na taj način ih osposobljava za rješavanje problemskih situacija. Ovdje posebno mjesto pripada informacionoj tehnologiji i pratećim softverima. Nesporno je da „izbor i korišćenje kvalitetnih obrazovnih softvera pruža mogućnost prilagođa-

vanja programskog materijala, tj. kompjuterski obrađenih matematičkih sadržaja, osobinama misaonog procesa i drugim individualnim karakteristikama učenika“ (Mićanović 2012a: 556). Tu je posebno značajna uloga nastavnika. On u organizaciji nastave koristi različite radne listiće, folije, kartice i softverske pakete za čije osmišljavanje i primjenu su potrebna različita umjeća pripreme (Kyriacou 2001: 50). U tom procesu njegova kreativnost dolazi do punog izražaja. Pored toga, bitna je i osposobljenost nastavnika koja se izražava kroz: matematičko obrazovanje, organizacionu sposobnost da zainteresuje učenike za matematiku i matematičke sadržaje, intuitivnu sposobnost da predvidi situacije i njene pozitivne ishode, originalnost ideja u radu, sposobnost stihijnog vođenja i usmjeravanja učeničkih aktivnosti, otvorenost prema sugestijama i drugim idejama, komunikativnost, istrajnost i maštovitost. Naravno pored navedenih poželjno je da nastavnik ima izgrađene i mnoge druge sposobnosti koje se tiču uspješne organizacije i realizacije početne nastave matematike.

Treba motivisati učenike, zainteresovati ih za matematičke sadržaje i organizovati takvu nastavu koja će učenike podstaći da uče kroz kooperativni rad s vršnjacima i nastavnikom. Potrebno je pružiti šansu svakom učeniku da se dokaže i iskaže svoje sposobnosti. U savremeno organizovanoj nastavi matematike nastavnik planira različite aktivnosti i pristupe kako bi sve učenike motivisao i aktivirao u procesu učenja. Ne treba ni u jednom momentu zanemariti učeničku pažnju. Očiglednost nastave podstiče opažanje i intenzivira pažnju učenika. „Pri opažanju često se jedan objekat izdvaja a sve ostalo ostaje u pozadini“ (Marjanović 1996: 2). Nastavnik treba da kreira raznovrsne aktivnosti kako bi održao pažnju učenika, a da pri tom ne vrši dirigovanu klasifikaciju i „nametanje“ sopstvenog mišljenja.

Savremeni pristupi realizaciji početne nastave matematike

Kada govorimo o savremenim pristupima realizaciji početne nastave matematike, postavlja se logično pitanje koji su to pristupi savremeni, a koji nijesu savremeni? Znači li to da nastava nije savremena ukoliko nastavnik primjenjuje neki od pristupa koji su u nastavi primjenjivani ranije, recimo prije 20, 50 ili 100 godina? Ako bi odgovor bio potvrđan došli bismo u paradoksalnu situaciju, da su samo inovativni pristupi savremeni, to jest pristupi koji nijesu ranije primjenjivani. To bi dovelo do tvrdnje da realizacija nastave uopšte, pa samim tim i početna nastava matematike u mnogome nije savremena. Međutim, ako posmatramo savremenu nastavu kao organizovan proces sticanja znanja vještina i navika kroz dobro osmišljenu simultanu aktivnost nastavnika i učenika sa ciljem realizacije unaprijed definisanih i planom i programom propisanih ciljeva, onda sve one pristupe u kojima ravnopravno participiraju oba subjekta možemo smatrati savremenim bez obzira na vrijeme u kojem se realizuje. To znači da nastavu treba da posmatramo kao živ proces, u kojem ravnopravno učestvuju nastavnik i učenik, te shodno vremenu u kojem se odvija to se svi oni pristupi koji uvažavaju obrazovnu paradigmu tog vremena i podstiču realizaciju propisanih ciljeva

moгу smatrati savremenim. Danas se u realizaciji početne nastave matematike koriste različiti pristupi, ali ćemo ovom prilikom izdvojiti sljedeće:

- diferencirani pristup,
- individualizirani grupni rad,
- realizacija nastave matematike u prirodi,
- integrirani pristup,
- multimedijски pristup.

Naravno da pored navedenih postoje i drugi pristupi koji se primjenjuju u organizaciji i realizaciji početne nastave matematike, a mogu se svrstati u kategoriju savremenih pristupa ali ih ovom prilikom nećemo detaljnije analizirati jer ih nastavnici u istraživanju nijesu pomenuli.

Diferencirani pristup realizaciji početne nastave matematike je izuzetno značajan jer se za svakog pojedinca ili grupu učenika, u zavisnosti od njihovih individualnih sposobnosti, planira sadržaj, metode i oblici rada, kao i raspoloživa nastavna sredstva i pomagala. Ovaj pristup podrazumijeva interaktivni rad učenika i nastavnika, ali i veliku samostalnu aktivnost učenika. Nastavnik vodi računa o ukupnoj situaciji u odjeljenju, uvažava razlike među učenicima i nastoji da optimalno razvije njihove matematičke sposobnosti. Primjenom ovog pristupa postiže se jedinstvo organizacione djelatnosti nastavnika i radne djelatnosti učenika, što se postiže kroz diferenciranje nastavnih sadržaja prema učeničkim sposobnostima.

Ovaj pristup je posebno značajan, ne samo po tome što svojim karakteristikama odvaja tradicionalnu nastavu od savremene nastave, već po tome što je nastavnik u obavezi da upozna svakog učenika i procijeni stepen njegovih mogućnosti da usvoji planirane ciljeve. Ovo je dosta složen posao koji osim izuzetnih nastavničkih kompetencija zahtijeva i mnogo vremena za praćenje i upoznavanje učenika, odmjeravanje programskih zahtjeva i diferenciranje nastavnih sadržaja.

Individualizirani grupni rad kao jedan od pristupa u savremenoj organizaciji početne nastave matematike je često zastupljen. Rad u grupi možemo izdvojiti kao jedan od oblika koji doprinosi socijalnom razvoju, ali i intenzivnom razvoju matematičkih sposobnosti kroz podsticanje takmičarskog duha i želje za isticanjem. U toku grupnog rada učenici imaju individualnih aktivnosti, pojedinačnih konsultativnih aktivnosti s nastavnikom, ukrštenih međusobnih konsultativnih aktivnosti i kooperativnog rada. Rad u grupi može biti organizovan tako da grupe budu homogenog ili heterogenog sastava što zavisi od mnogobrojnih željenih ishoda, ali se preporučuje u praksi da sastav grupa bude promjenljiv, što znači da uvijek isti učenici ne budu u istoj grupi. Ukoliko učenike grupišemo po sposobnostima onda ćemo imati homogene grupe, a ukoliko primijenimo slučajni izbor članova grupe dobićemo heterogene grupe. Za koju varijantu grupnog rada ćemo se odlučiti, zavisi od postavljenog cilja i željenih ishoda, ali je bitno da bez obzira na varijantu za koju se odlučimo kod formiranja grupa moramo

dobro da poznajemo učenike, njihovo predznanje, interesovanje i sposobnosti. Ali bez obzira što je riječ o grupnom radu, prilikom rješavanja nekog problema ne isključuje se individualni rad svakog učenika. Po broju učenika grupe mogu da variraju, ali se preporučuje da broje od 4 do 6 učenika. Zadaci mogu biti istovjetni u grupama ali nije obavezno, kao i broj zadataka u grupi koji može da varira. Nastavnik kontrolise radove učenika i daje povratnu informaciju. Bitno je da su zadaci koncipirani tako da svako rješenje ima svoje psihološko potkrepljenje, kako bi sam rad imao karakter igre. Pošto je neophodno da svaki učenik uči i rješava zadatak, to je potrebno individualizovati zadatke i zahtjeve u grupi. Tako se ostavlja prostor za rad svakom učeniku bez obzira na njegove individualne predispozicije, jer je cilj da učenici koriste vlastite individualne sposobnosti u rješavanju zadataka. U individualizovanom grupnom radu samostalan rad učenika mora biti prepoznat kao dio ukupne cjeline grupnog rada, što znači da učenje teče individualnim tempom.

Realizacija planiranih sadržaja u prirodi kao jedan od pristupa u savremenoj organizaciji početne nastave matematike kroz neposredni boravak u prirodi (školskom dvorištu, parku, planini, moru i sl.) pruža ogromne mogućnosti za realizaciju brojnih matematičkih pojmova, njihovo očiglednije razumijevanje i usvajanje. Budući da je priroda najintenzivniji izvor čulnih utisaka, to „građu za matematičko mišljenje (mentalne operacije) obezbeđuje opažanje, tj. čulno iskustvo kao njegov rezultat“ (Malinović, Malinović-Jovanović 2002: 31). Nastava u prirodi ne olakšava samo matematičke spoznaje, već ona obezbeđuje intenzivniju integraciju sadržaja različitih nastavnih predmeta kao i učeničkih iskustava u jednu kompaktnu i logičku cjelinu koja pomaže potpunijem razumijevanju svijeta. Ako ovome dodamo i vaspitnu komponentu, koja se u nastavnom procesu u učionici gotovo zanemaruje, onda možemo sa sigurnošću konstatovati da nastava matematike u prirodi omogućava razvijanje svestranije i humanije ličnosti učenika. U prirodi se učenici slobodnije osjećaju, a aktivnosti koje se realizuju kroz igru su „značajno sredstvo razvijanja umnih sposobnosti“ (Prentović, Prentović 2011: 209). Uz to nastavnik je, s druge strane, u prilici da potpunije upozna svakog učenika. Ako ovome dodamo praktični doživljaj, koji emocionalno boji učeni sadržaj onda dodatno podstičemo kreativnost učenika jer se pobuđuju i razvijaju nove ideje, apstrakcije ili zamisli.

Realizacija početne nastave matematike u prirodi ne odvija se izolovano od drugih predmetnih područja. Naprotiv, integracija ciljeva, sadržaja i aktivnosti doprinosi čvrstoj međupredmetnoj vezi različitih područja rada. Prirodna sredina je izuzetno pogodna za sticanje novih i utvrđivanje stečenih znanja. Aktivnosti u prirodi doprinose razvoju kognitivnih sposobnosti, ali i razvoju drugih karakteristika ličnosti. Veliki broj planiranih aktivnosti koje realizujemo u prirodi možemo realizovati kroz igru, pa ih uslovno možemo nazvati igrama i prilikom izvođenja tih aktivnosti treba težiti da to zaista i bude igra, jer se kroz igru postižu najbolji rezultati u vršenju intelektualnih operacija (Kamenov 2010: 47). Kako matematički sadržaji pružaju velike mogućnosti za realizaciju kroz igrovne

aktivnosti u prirodi, to se zadaci kroz te aktivnosti mogu vezati za život i rad u prirodi. U okviru ovog pristupa učenici u prirodi mogu da uočavaju i usvajaju različite pojmove, kao što su skupovi i podskupovi, oblici predmeta, razna mjerenja, određivanja položaja predmeta i sl. Učenici kroz praktične aktivnosti u prirodi usvajaju znanja iz geometrije, prostorne odnose, dimenzije i veličine predmeta, a sama važnost izvođenja nastave u prirodi korespondira sa nastavnim planom i programom za osnovnu školu propisanim od strane nadležnog ministarstva.

Integrirani pristup realizaciji početne nastave matematike je veoma značajan u savremenoj početnoj nastavi matematike iz razloga što je uslijedio kao rezultat prigovora na tradicionalnu nastavu. Ako pođemo od činjenice da „svoju odgojnu i obrazovnu funkciju početna nastava matematike ostvaruje u tijesnoj povezanosti s ostalim nastavnim predmetima i odgojno-obrazovnim područjima“ (Markovac 2001: 19), to integriranim pristupom ojačavamo vezu među predmetima i učenička znanja činimo primjenljivijim u praksi. Integrirana nastava polazi od učenika, njegovih predispozicija i kombinuje različite oblike rada. Kombinuju se raznovrsne metode rada: razgovor, izvještavanje, pričanje, analiza, sinteza, učenje kroz igru i sl. Glavni cilj integrirane nastave je da učenike osposobi da uče samostalno. U centru integrirane nastave je aktivnost učenika. Učenici pitaju, tragaju za odgovorom i rješavaju problemske situacije. Problemi su multidisciplinarni i zahtijevaju povezivanje znanja iz više nastavnih predmeta. Ovaj pristup u nastavi jača identitet učenika, njegov ego, samopoštovanje, radoznalost, socioemocionalnu stabilnost i sl.

Integrirana nastava od nastavnika zahtijeva veću aktivnost u pripremnoj fazi. Nastavnik mora da planira nastavne sadržaje, sredstva, metode i oblike rada koje će uvesti u nastavni proces u određenom vremenu. Osim toga obavezno mora da uskladi ciljeve, planira situacije za aktivno učenje, motiviše, podstiče i razvija interesovanje učenika i prati njihov napredak u svakoj etapi.

Multimedijski pristup realizaciji početne nastave matematike je rezultat intenzivnog razvoja informacione tehnologije koja u potpunosti osavremenjuje obrazovni proces u svim njegovim segmentima i upućuje nas na analizu njene primjenljivosti u nastavnom procesu. Istraživanja nam ukazuju da proces poučavanja i razumijevanja prezentovanih matematičkih sadržaja uz primjenu multimedijske tehnologije biva značajno unaprijeđen u odnosu na isti u tradicionalnoj nastavi (Mićanović 2012b: 64). Ako sagledamo poziciju učenika u savremeno organizovanoj početnoj nastavi matematike, uz primjenu multimedijske tehnologije, uočićemo značajnu transformaciju uloge. Učenik iz pasivne pozicije prelazi u aktivnu, stvaralačku i saradničku poziciju što najviše zavisi od intenziteta i kvaliteta primjene multimedijske tehnologije. Njena primjena je uslovljena raznovrsnim faktorima od izuzetnog značaja. Budući da svaki učenik stiče znanja na poseban, sebi svojstven i prihvatljiv način, to nastava matematike uz primjenu multimedijske tehnologije, koja aktivira više saznanjnih čula, podstiče radoznalost

i istrajnost u radu uz poštovanje različitih pristupa, sposobnosti i tempa napredovanja. Riječ je o savremenim kompjuterski prilagođenim programima za simuliranu prezentaciju nastavnih sadržaja visoke rezolucije (Mijanović 2002: 276). Nastavna praksa potvrđuje da multimedijaska tehnologija nudi široke mogućnosti individualizacije nastavnog procesa što je preduslov razvoja svih individualnih potencijala učenika. To znači da multimedijaski pristup realizaciji početne nastave matematike pruža veće mogućnosti nastavniku za kombinaciju različitih oblika rada, metoda i postupaka u cilju zadovoljavanja različitih učeničkih potreba i sklonosti, kao i realizacije planiranih ciljeva nastave. Na taj način „novi sistemi obrazovne tehnologije pružaju mogućnost svakom učeniku da izgradi vlastiti sistem vrednosti koji treba da bude fleksibilno primenljiv za različite konkretne situacije“ (Petrović, Pinter 2006: 150). Uz multimedijasku podršku učenici su aktivniji, efikasnije savladavaju programske sadržaje, intenzivnije razmišljaju i uočavaju zakonitosti i pravila u svijetu matematičkih pojmova. Riječ je o potpuno savremenom pristupu u organizaciji nastave koja u potpunosti uvažava individualne karakteristike učenika i motiviše ih na individualnu aktivnost i učenje.

Metodologija istraživanja

Predmet i cilj istraživanja

Istraživanje je fokusirano na sagledavanje savremenih dešavanja u organizaciji i realizaciji nastave matematike na mlađem školskom uzrastu (prvi i drugi ciklus osnovne škole) iz ugla nastavnika praktičara. Glavni problem našeg istraživanja u ovom radu je utvrđivanje preovladavajućih pristupa i modela rada u početnoj nastavi matematike. U istraživanju smo se opredijelili za primjenu upitnika sa pitanjima zatvorenog i otvorenog tipa kako bismo iscrpnije kroz zagarantovanu anonimnost ispitanika dobili što objektivniju predstavu realnog stanja o proučavanom problemu u nastavi matematike u mlađim razredima osnovne škole. Cilj istraživanja je bio da prikupimo što više relevantnih informacija o postojećem stanju u školi po pitanju organizacije i realizacije nastave matematike u prva dva ciklusa osnovne škole i damo konstruktivne prijedloge nastavnika o načinu unapređivanja postojećeg stanja u realizaciji matematičkih sadržaja kako bi učenici na ovom uzrastu postigli kvalitetniji nivo znanja u vaspitno-obrazovnom procesu. Posebno smo akcentovali ovu problematiku na uzrastu učenika mlađih razreda osnovne škole, jer je ovaj uzrast značajan sa aspekta intenzivnog podsticaja budućeg razvoja ličnosti učenika i apstraktnog matematičkog mišljenja.

Uzorak

Uzorkom istraživanja je obuhvaćeno 200 nastavnika u osnovnoj školi (razredna nastava) koji rade u prva dva ciklusa osnovne škole. Riječ je o namjernom i prigodnom uzorku. Namjerni je zbog toga što su uključeni samo nastavnici u razrednoj nastavi (učitelji), a prigodan je jer je istraživanje sprovedeno u in-

stitucijama (školama) koje su nam bile dostupne i sa ispitanicima koji su bili voljni da daju odgovore.

Instrument

U istraživanju je korišćen *upitnik*. Upitnik nam je poslužio da dobijemo, neposredno od ispitanika, važne podatke o proučavanom problemu. Upitnikom su zastupljena pitanja zatvorenog i otvorenog tipa koja su definisana u skladu sa datom problematikom i odnosila su se na utvrđivanje: mišljenja nastavnika o savremenim tokovima u početnoj nastavi matematike; osposobljenosti nastavnika za praćenje savremenih dešavanja u razvijenim obrazovnim sistemima i primjeni istih u svojoj nastavnoj praksi; iskustava nastavnika u realizaciji početne nastave matematike po savremenim zahtjevima i standardima; savremenih pristupa koje lično prepoznaju i primjenjuju u nastavnoj praksi; problema koji otežavaju ili onemogućavaju realizaciju početne nastave matematike po savremenim standardima i potrebama; stepena primjenljivosti savremenih nastavnih modela u školi u kojoj rade; spremnosti nastavnika za dodatno usavršavanje za organizaciju i realizaciju nastave matematike po savremenim zahtjevima; prijedloga mjera iz ugla nastavnika za unapređenje nastavne prakse u realizaciji matematičkih sadržaja u prva dva ciklusa osnovne škole. Nastavnici koji su učestvovali u anketi su popunili upitnik i nijesu imali primjedbi na upitnik i sam proces anketiranja.

Organizacija istraživanja

U organizaciji ovog istraživanja uključen je autor rada. Ispitanicima je bila zagarantovana anonimnost podataka dobijenih upitnikom koji su popunjavali. Na taj način smo smanjili mogućnost davanja „poželjnih“ odgovora. Podaci su prikupljeni u periodu od kraja januara do početka maja 2013. godine.

Rezultati istraživanja

Istraživanje je obavljeno u periodu od kraja januara do početka maja mjeseca 2013. godine na uzorku od 200 učitelja u prvom i drugom ciklusu osnovne škole u više gradova Crne Gore (Podgorica, Nikšić, Danilovgrad, Bar, Budva, Herceg Novi, Pljevlja, Berane, Bijelo Polje).

U radu su date frekvencije, kao izdvojeni deskriptivni statistički pokazatelji varijabli, na osnovu kojih možemo jasno uočiti dinamiku iskazanih odgovora ispitanika koja odslikava stanje proučavanog problema u nastavi matematike u prva dva ciklusa osnovne škole. Zaključci do kojih smo došli ukazuju na potrebu organizovanog i jedinstvenog djelovanja svih institucija u obrazovnom sistemu da u realizaciji nastavnih sadržaja, ne samo matematičkih već i ostalih predmeta, moramo pratiti savremena dešavanja u razvijenim obrazovnim sistemima i primjenjivati savremene pristupe i modele u organizaciji i realizaciji nastavnog procesa.

Tabela 1: Stručna sprema ispitanika i radno iskustvo u nastavnom procesu

Stručna sprema ispitanika i radno iskustvo u nastavnom procesu.									
Visoka stručna sprema		Viša stručna sprema		Radno iskustvo od 0 do 10 godina		Radno iskustvo od 11 do 20 godina		Radno iskustvo više od 20 godina	
146	73%	54	27%	43	21,5%	98	49%	59	29,5%

Primjećujemo da je struktura ispitanika (tabela 1) heterogena kako po stručnoj spremi tako i po radnom iskustvu. Interesantno je da približno tri četvrtine ispitanika (146 ili 73%) imaju visoku stručnu sprema, dok nešto više od jedne četvrtine ispitanika (54 ili 27%) ima višu stručnu sprema. Ako analiziramo uzorak po radnom iskustvu primjećujemo da je najveći broj ispitanika (98 ili 49%) u kategoriji od 11 do 20 godina radnog iskustva, zatim slijedi kategorija više od 20 godina radnog iskustva (59 ili 29,5%) i na kraju kategorija od 0 do 10 godina radnog iskustva (43 ili 21,5%). Na osnovu ovih pokazatelja možemo pretpostaviti da najveći broj nastavnika koji ima višu stručnu sprema je u kategoriji sa radnim iskustvom više od 20 godina.

Tabela 2: Frekvencija odgovora ispitanika o prepoznatim modelima nastave koji pripadaju savremenim tokovima u početnoj nastavi matematike

Navedite one modele nastave koje smatrate savremenim, a mogu se primjenjivati u početnoj nastavi matematike									
Nastava uz primjenu softvera		Diferencirana nastava		Nastava u prirodi		Integrisana nastava		Problemska nastava	
68	34%	52	26%	45	22,5%	23	11,5%	12	6%

Analizirajući odgovore ispitanika po pitanju prepoznavanja savremenih modela nastave koji se mogu primijeniti u početnoj nastavi matematike, nastavnici su u najvećem broju, nešto više od trećine ispitanika (68 ili 34%) izdvojili „nastavu uz primjenu softvera“, zatim slijedi „diferencirana nastava“ (52 ili 26%), „nastava u prirodi“ (45 ili 22,5%), „integrisana nastava“ (23 ili 11,5%) i „problemska nastava“ (12 ili 6%). Budući da savremeno društvo karakteriše intenzivan razvoj kompjuterske tehnologije i obrazovnih softvera to možemo objasniti zašto su nastavnici primat dali ovom modelu nastave kao prepoznatljivom u savremenoj organizaciji početne nastave matematike.

Tabela 3: Frekvencija odgovora nastavnika po pitanju osposobljenosti za praćenje savremenih dešavanja u razvijenim obrazovnim sistemima i primjeni istih u svojoj nastavnoj praksi

Koliko ste osposobljeni za praćenje savremenih dešavanja u razvijenim obrazovnim sistemima i primjeni istih u svojoj nastavnoj praksi?									
U potpunosti		U velikoj mjeri		Djelimično		U maloj mjeri		Uopšte nijesam osposobljen/a	
13	6,5%	27	13,5%	103	51,5%	39	19,5%	18	9%

Istraživanje je pokazalo da su nastavnici u razrednoj nastavi uglavnom djelimično osposobljeni za praćenje savremenih dešavanja u razvijenim obrazovnim sistemima i primjeni istih u svojoj nastavnoj praksi, jer se tako izjasnilo nešto više od polovine ispitanika (103 ili 51,5%). Zatim slijede kategorije nastavnika koji su „u maloj mjeri“ osposobljeni (39 ili 19,5%) za praćenje ovih tokova i primjeni istih u svom radu, „u velikoj mjeri“ (27 ili 13,5%), „uopšte nijesu osposobljeni“ (18 ili 9%) i na kraju najmanji broj ispitanika je mišljenja da je „u potpunosti“ (13 ili 6,5%) osposobljen za ove aktivnosti. Dobijeni odgovori nam ukazuju na potrebu kontinuiranog stručnog usavršavanja nastavnika kako bi bili osposobljeni za praćenje savremenih dešavanja u razvijenim zemljama na ovom planu.

Tabela 4: Frekvencija odgovora nastavnika po pitanju ličnog iskustva u realizaciji početne nastave matematike po savremenim zahtjevima i standardima

Koliko imate iskustva u realizaciji početne nastave matematike po savremenim zahtjevima i standardima?									
Veoma veliko iskustvo		Veliko iskustvo		Djelimično iskustvo		Slabo iskustvo		Nikakvo iskustvo	
21	10,5%	86	43%	69	34,5%	24	12%	0	0%

Na pitanje koliko imaju iskustva u realizaciji početne nastave matematike po savremenim zahtjevima i standardima, nastavnici su pri stavu da imaju iskustva. Tačnije, mali broj ispitanika (21 ili 10,5%) ima veliko iskustvo u realizaciji početne nastave matematike po savremenim zahtjevima i standardima, dok se najveći broj ispitanika (86 ili 43%) izjasnio da ima veliko iskustvo, a nešto manji broj (69 ili 34,5%) je pri stavu da ima djelimično iskustvo i manji broj ispitanika (24 ili 12%) tvrdi ima slabo iskustvo. Dakle, skoro da nemamo nastavnika koji nemaju iskustvo u realizaciji početne nastave matematike po savremenim zahtjevima i standardima što je dobra osnova za dalje usavršavanje i unapređivanje nastavne prakse.

Tabela 5: Frekvencija odgovora nastavnika na otvoreno pitanje koje sve savremene pristupe prepoznaju i primjenjuju u nastavnoj praksi

Koje sve savremene pristupe prepoznajete i primjenjujete u nastavnoj praksi kod realizacije matematičkih ciljeva?									
Diferencirana nastava		Timska nastava		Nastava u prirodi		Problemska nastava		Nastava uz primjenu softvera	
123	61,5%	75	37,5%	69	34,5%	41	20,5%	7	3,5%

Ono šta nastavnici smatraju pod savremenim pristupom, a primjenjuju ga u početnoj nastavi matematike iskazano je kroz sljedeću distribuciju odgovora gdje su ispitanici imali mogućnost da navedu više odgovora. Najveći broj nastavnika (123 ili 61,5%) je mišljenja da je to diferencirana nastava, zatim slijede „timska nastava“ (75 ili 37,5%), „nastava u prirodi“ (69 ili 34,5%), „problemska nastava“ (41 ili 20,5%) i „nastava uz primjenu softvera“ (7 ili 3,5%). Interesantno je da ukoliko uporedimo ove odgovore sa odgovorima prikazanim u tabeli 2, primijetićemo da niko od nastavnika ne primjenjuje integrisanu nastavu u svom radu iako su tu vrstu nastave prepoznali kao jedan od savremenih pristupa u realizaciji nastavnih sadržaja. To možemo objasniti činjenicom da nastavnici prepoznaju integrisanu nastavu kao jedan od savremenih pristupa u realizaciji nastave, ali je ne primjenjuju u radu zato što nijesu dovoljno osposobljeni za njeno planiranje i realizaciju.

Tabela 6: Frekvencija odgovora nastavnika po pitanju stepena primjenljivosti savremenih nastavnih modela u školi u kojoj rade

U kom stepenu su primjenljivi savremeni nastavni modeli u školi u kojoj radite?									
U potpunosti		U velikoj mjeri		Djelimično		Veoma malo		Nijesu primjenljivi	
21	10,5%	34	17%	74	37%	45	22,5%	26	13%

Na pitanje kojim smo željeli da utvrdimo mišljenje nastavnika o stepenu primjenljivosti savremenih nastavnih modela u školi u kojoj rade, nastavnici su iskazali podijeljeno mišljenje. Najveći broj nastavnika (74 ili 37%) je mišljenja da se „djelimično“ mogu ovi savremeni modeli primijeniti u školi u kojoj rade, zatim slijedi tvrdnja „veoma malo“ (45 ili 22,5%), „u velikoj mjeri“ (34 ili 17%), „nijesu primjenljivi“ (26 ili 13%) i „u potpunosti“ (21 ili 10,5%). Analizom ovih odgovora preovlađuje tendencija da u našim školama ne postoje uslovi za primjenu savremenih nastavnih modela, mada ima i takvih škola koje nude besprekorne uslove za rad po savremenim standardima i potrebama.

Tabela 7: Frekvencija odgovora nastavnika po pitanju spremnosti za dodatno usavršavanje za organizaciju i realizaciju nastave matematike po savremenim zahtjevima

U kojoj mjeri ste spremni za dodatno usavršavanje za organizaciju i realizaciju nastave matematike po savremenim zahtjevima									
U potpunosti		U velikoj mjeri		Djelimično		U maloj mjeri		Uopšte nijesam spreman	
117	58,5%	43	21,5%	23	11,5%	12	6%	5	2,5%

Kada je u pitanju spremnost nastavnika na usavršavanje za organizaciju i realizaciju nastave matematike po savremenim zahtjevima od ispitanika smo dobili optimističnu sliku. Najveći broj ispitanika (117 ili 58,5%) je pri stavu da je „u potpunosti“ zainteresovan za usavršavanje, zatim slijede stavovi „u velikoj mjeri“ (43 ili 21,5%), „djelimično“ (23 ili 11,5%), „u maloj mjeri“ (12 ili 6%) i „uopšte nijesam spreman“ (5 ili 2,5%). Ako uporedimo distribuciju odgovora na ovo pitanje sa starosnom strukturom ispitanika, tj. njihovim radnim iskustvom, možemo zaključiti da su nastavnici iz svih kategorija radnog iskustva u velikom broju zainteresovani za dodatno stručno usavršavanje što obavezuje nadležne institucije da organizuju stručna savjetovanja i edukaciju nastavnog kadra iz ove oblasti.

Na otvoreno pitanje šta u nastavnoj praksi otežava ili onemogućava realizaciju početne nastave matematike po savremenim standardima i potrebama nastavnici su iznijeli brojne faktore od kojih izdvajamo najučestalije:

- nedostatak savremene nastavne tehnologije,
- nedovoljna posvećenost tom pitanju centralnih institucija sistema,
- preobimnost nastavnih planova,
- postojeći koncept časovne realizacije programa,
- neobučenos nastavnog kadra,
- nemotivisanost nastavnika za usavršavanjem,
- nedostatak prateće stručne literature i
- neprilagođenost udžbenika.

Zaključak sa prujedlogom mjera

Analizirajući dobijene rezultate u istraživanju, uočavamo da su nastavnici relativno dobro upoznati sa savremenim tokovima u početnoj nastavi matematike i da su spremni na dodatno stručno usavršavanje za njihovu uspješnu primjenu u praksi, ali je ipak ne primjenjuju u radu u dovoljnoj mjeri jer postoji nesigurnost u implementaciji istih kako zbog nedovoljne stručne kompetentnosti tako i zbog nedostatka adekvatnih nastavnih sredstava. Dakle, evidentan je problem slabih materijalnih resursa škole i osposobljenosti nastavnika za efikasnu i čestu implementaciju savremenih nastavnih modela rada u realizaciji početnih matematičkih pojmova u mlađim razredima osnovne škole. Zato savremenu po-

četnu nastavu matematike, bez obzira o kojem se pristupu organizaciji i realizaciji nastave radilo, treba prihvatiti kao kooperativnu aktivnost učenika i nastavnika. Da bi u praksi zaživjela, neophodno je prevazići probleme koji negativno utiču na sam proces njenog planiranja i izvođenja. Budući da su nastavnici u toku istraživanja imali mogućnost da kroz otvoreno pitanje daju prijedlog mjera za unapređivanje nastavne prakse u realizaciji matematičkih sadržaja u mlađim razredima osnovne škole, mi smo dobijene prijedloge mjera objedinili i upotrijebili, tako da predložimo sljedeće mjere:

- veća mobilnost nastavnika kroz stručna usavršavanja,
- opremanje učionica savremenom opremom za rad,
- intenzivnija podrška nadležnih institucija sistema,
- veća podrška lokalne zajednice,
- bolja saradnja škola u gradu i šire,
- aktivniji rad stručnih aktiva u školi,
- akreditacija programa stručnog usavršavanja na temu savremenih pristupa realizaciji nastave i njihova implementacija kroz seminare u svim školama,
- veća uključenost roditelja u planiranje i realizaciju planiranih aktivnosti,
- intenzivnija podrška škole nastavnicima za timski rad,
- promocija konkretnih modela u nastavnoj praksi i
- stimulacija nastavnika koji prate aktuelne modele rada u razvijenim obrazovnim sistemima i primjenjuju iste u svom radu.

Литература

- Јукић 1997: S. Јукић, *Учење учења у настави*, Нови Сад: Савез педагошких друштва Војводине.
- Кадум 2005: V. Kadum, *Рješavanje problemskih zadataka u nastavi (matematike)*, Pula: IGSA.
- Каменов 2010: E. Kamenov, *Mudrost čula, Razvijanje dečje inteligencije*, II deo, Novi Sad: Dragon.
- Куриацоу 2001: С. Kyriacou, *Темелјна наставна умјећа*, Загреб: Educa.
- Малиновић, Малиновић-Јовановић 2002: T. Malinović, N. Malinović-Jovanović, *Методика наставе математике*, Вранје: Учитељски факултет.
- Марјановић 1996: M. Marjanović, *Методика математике*, II deo, Београд: Учитељски факултет.
- Марковац 2001: J. Markovac, *Методика почетне наставе математике*, Загреб: Школска књига.
- Мијановић 2002: N. Mićanović, *Образовна технологија*, Подгорика: NJP „Робјед“.
- Мићановић 2012а: V. Mićanović, *Образовна технологија у почетној настави математике*, Нови Сад: *Педагошка стварност*, 3, Нови Сад, 547–558.

- Мићановић 2012б: V. Mićanović, Informaciona tehnologija u funkciji unapređenja kvaliteta početne nastave matematike, Beograd: *Inovacije u nastavi*, 4, Beograd, 55–66.
- Обрадовић 1998: M. Obradović, *Opća metodika nastave matematike*, Zagreb: Prosvjeta.
- Петровић, Пинтер 2006: N. Petrović, J. Pinter, *Metodika nastave matematike*, Sombor: Pedagoški fakultet u Somboru.
- Прентовић, Прентовић 2011: R. Prentović, B. Prentović, *Metodika razvijanja početnih matematičkih pojmova*, Novi Sad: Didakta.

PEDAGOŠKI POTENCIJAL ALGORITAMSKE VIZUALIZACIJE U NASTAVI INFORMATIKE

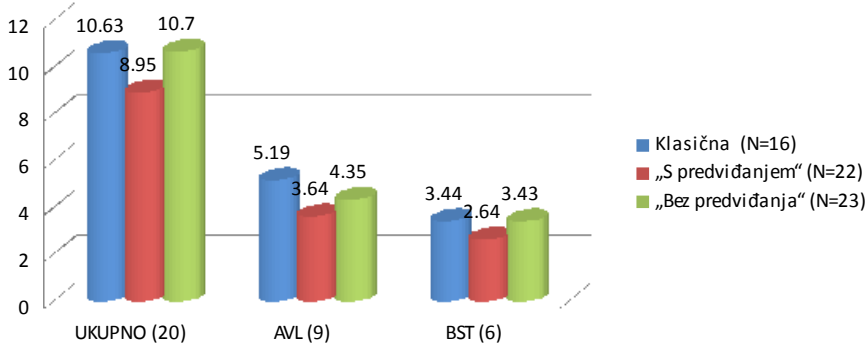
1. *Uvod*

Analizu i dizajn algoritama studenti informatike smatraju vrlo zahtjevnim poslom. Metode poučavanja koje koriste tekst i statične slike često su u rasporaku s prirodom algoritama jer oni opisuju apstraktne i dinamične procese. To je potaknulo istraživače da ispituju mogućnosti korištenja animacija za konkretizaciju prikaza dinamičkog ponašanja algoritama.

Poslovice koja kaže da „slika vrijedi tisuću riječi“ neodoljiva je i intuitivno neupitna, na njenom tragu dizajnirane su zanimljive animacije algoritama. Istraživanja u Marko Polo stilu najčešće su bila bez formalne, sustavne procjene. Cilj starijih studija uglavnom bio je utvrditi je li vizualizacija uspješnija od konvencionalnih metoda, a novije istražuju utjecaj raznih formi uključenosti studenata u radu s tehnologijom za algoritamsku vizualizaciju (Stasko, Hundhausen 2004). Pojedinačne empirijske studije u velikom broju nisu našle uvjerljive dokaze da animacije pospešuju rezultate učenja (Hansen i dr. 2002, Lawrence i dr. 1994).

Iako se vizualizacija koristi za objašnjavanje raznih informatičkih tema poput virtualne memorije (Null, Rao 2005), baza podataka (Allenstein i dr. 2008), arhitekture računala (Yehezkel i dr. 2005), najviše istraživačkih napora uloženo je u proučavanje tehnoloških karakteristika sustava za softverske vizualizacije. Tek u novije vrijeme naglasak je stavljen na njihove pedagoške učinke jer se pokazalo da dobiveni rezultati često nisu u suglasju s očekivanjima nastavnika koji ih koriste, kao u istraživanju čiji rezultat prikazuje slika 1 (Boljat, Pletikosa 2013).

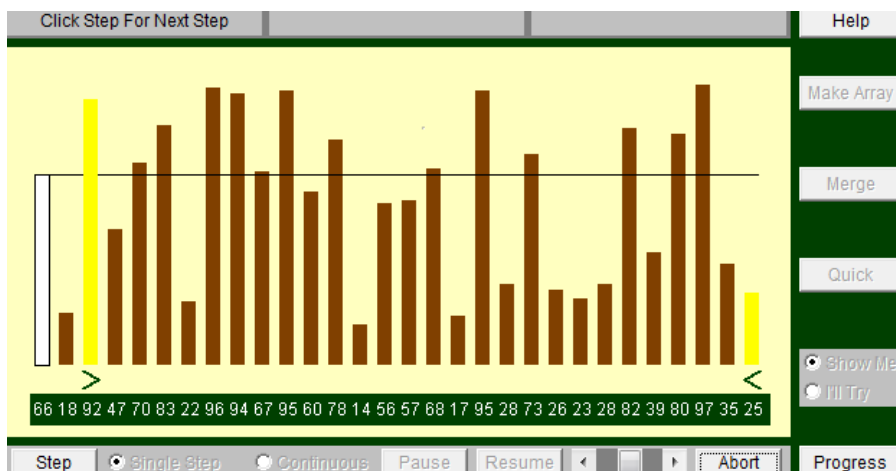
* boljat@pmfst.hr



Slika 1: Rezultati posttesta klasične i vizualizacijskih grupa

Sličan slučaj dogodio se i u dvogodišnjem istraživanju (Jarc 2000), premda je vizualna prezentacija usavršavana kroz niz interakcija s korisnicima i ekspertima za interakciju čovjeka i računala. Slika 2 prikazuje prezentaciju podataka u tom sustavu korištenom za objašnjavanje algoritma Quick sort-a. Naglašena su vizualna semantička pomagala: vertikalni histogrami koji označavaju veličinu podataka, horizontalna linija koja pokazuje u kojem dijelu podataka se trenutno obavljaju operacije i olakšava usporedbu podataka s pivotom, kvačice koje označavaju pozicije podataka koji će se zamijeniti, različite boje za pivota, dva podatka koji će zamijeniti mjesta, već uređene podatke i ostale podatke. Vide se i mogućnosti da se vizualno predstavi odvijanje algoritma korak po korak ili u kontinuitetu odabranom brzinom, s predviđanjem i bez njega. Sve to nije pomoglo da se dobije očekivani rezultat.

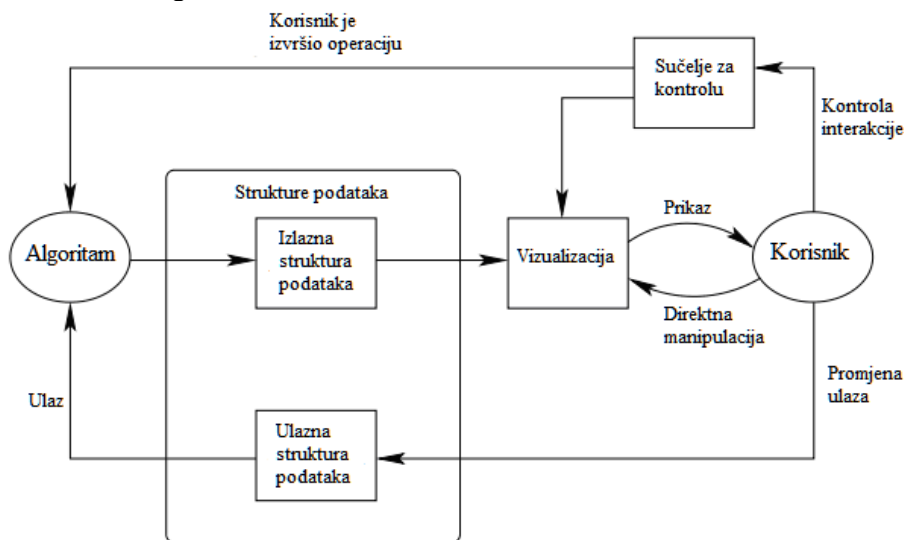
U nastavku rada dat će se odgovor na pitanje zašto se to dogodilo, te preporuke što učiniti da se korištenjem algoritamske vizualizacije postignu pedagoški benefiti.



Slika 2: Vizualizacija Quick sorta (Interactive Data Structure Visualization)

Softverska vizualizacija pokriva dvije domene: vizualizaciju izvršavanja programa i algoritamsku vizualizaciju. Vizualizacija izvršavanja programa ima za cilj otkrivanje i uklanjanje pogrešaka u algoritmu praćenjem njegova izvršavanja korak po korak. Takav pogled niske razine nije dovoljno izražajan za prikaz načina kako algoritam funkcionira. Algoritamska vizualizacija, bilo dinamička, bilo kao serija statičkih slika, vizualizira sva stanja podatkovnih struktura tijekom izvršavanja algoritma i time omogućava eksplicitno razumijevanje logike i ponašanja algoritma (Korhonen 2003.).

Arhitekturu tradicionalnog sustava za vizualizaciju podataka prikazuje slika 3. Algoritam djeluje na ulaznu strukturu podataka i tako dobijemo izlaznu strukturu podataka, taj proces se korak po korak vizualizira i prikazuje korisniku. Preko sučelja za kontrolu korisnik može utjecati na parametre same vizualizacije poput brzine odvijanja, mogućnosti predviđanja, može mijenjati ulazne podatke, ponekad i sam algoritam.



Slika 3: Tradicionalni pogled na sustav za algoritamsku animaciju

2. Teorije efikasnosti algoritamskih vizualizacija

Privlačno teorijsko obrazloženje zašto bi vizualizacija mogla popraviti učenje kaže da ona pomaže u stvaranju kognitivne strukture koju zovemo mentalni model, a služi nam za predstavljanje znanja o stvarnom svijetu i predviđanje ponašanja u njemu (Ben-Ari 2001). Za konstruktiviste učenje se ostvaruje kada učenika izložimo iskustvima koja od njega traže modifikaciju starih mentalnih modela. To zahtijeva od nastavnika da ima jasnu ideju o postojećim mentalnim modelima učenika i da precizira karakteristike novih mentalnih modela koje želi postići i ulogu vizualizacije u tranziciji prema novom modelu. Sasvim je jasno da to nije trivijalan zadatak jer svaki učenik posjeduje unikatni mentalni model, ciljevi učenja se rijetko izražavaju u terminima poželjnih mentalnih mo-

dela, a pravi učinci korištenja animacije mogu se otkriti samo dugotrajnim istraživanjima, a to se rijetko radi. *Metaanaliza* algoritamske vizualizacije potvrdila je da je ovaj konstruktivistički pristup bio uspješan u 70% proučavanih studija, za razliku od 30% uspješnosti sustava temeljenih na principu epistemološke vjernosti po kojem je vizualizacija samo pomoćno sredstvo da nastavnik preslika mentalni model iz svoje glave u glavu učenika (Hundhausen i dr. 2002). Nisu se puno korisnijim pokazale ni nešto rjeđe korišteni sustavi bazirani na teoriji individualnih razlika po kojoj više profitiraju učenici s nižom razinom znanja i boljom prostornom inteligencijom niti sustavi zasnovani na teoriji dualnog kodiranja (Paivio 1986).

U toj metaanalizi obuhvaćena su 24 eksperimenta. Kod 10 od tih 12 eksperimenata koji su zahtijevali dodatne aktivnosti pokazalo se statistički značajno poboljšanje u učenju studenata. Najinteresantnije opažanje koje iznosi taj rad jest da odlučujući faktor učinkovitog korištenja vizualizacije nije toliko u karakteristikama alata za algoritamsku vizualizaciju koliko u načinu i stupnju uključenja učenika u aktivnosti koje nisu samo gledanje vizualizacije. Prema radnoj skupini, šest je različitih formi uključenosti učenika u obrazovne situacije: *bez gledanja* – ne koristi se vizualizacijska tehnologija, *gledanje*, *odgovaranje*, *mijenjanje* podataka, *konstruiranje* vlastite vizualizacije, ne uključuje nužno kodiranje algoritma, *predstavljanje* vizualizacije publici. Viša razina i/ili korištenje više formi uključenosti je uspješnije (Naps i dr. 2002). Kasnije su Myller i dr. (2009) dodali još nekoliko razina uključenosti: *gledanje s kontrolom*, npr. brzine izvođenja vizualizacije, *unos podataka* za vrijeme izvođenja, *modifikacija* npr. koda algoritma, *osvrt* i sugestije u vezi s vizualizacijom.

Dodatni kriteriji za metaanalizu bili su način testiranja (početni – završni test bolji nego samo završni test), količina uloženog napora studenata (ako je vizualizacija motivirala studente da ulože više napora algoritamska vizualizacija bila je uspješnija nego kad to nije bio slučaj). Neke studije čak imaju potpuno porazne rezultate, animacijske grupe su nazadovale nakon gledanja animacija (Jarc i dr. 2000).

3. Primjeri empirijskih studija

Byrne, Catrambone i Stasko (1999) *kontroliranim eksperimentima* potvrdili su da su animacija i predviđanje iza kojeg odmah slijedi povratna informacija jednako učinkoviti, a bolji su nego kad se ne koristi niti jedno od njih. Sama upotreba animacija ne poboljšava automatski i značajno učenje kako su se neki istraživači nadali. Lawrence, Badre i Stasko (1994) utvrdili su da nema značajne razlike između animacije i slajdova u poučavanju algoritama, no potvrđena je prednost kad se studentima dozvolilo da unose vlastite podatke u algoritam, naročito kod znanja na dubljem nivou.

Kehoe, Stasko i Taylor (2001) u *opservacijskoj studiji* koriste metodologiju simuliranja scenarija domaće zadaće. Potvrdili su da je pedagoška vrijednost algoritamskih animacija očitija u otvorenijim, interaktivnim obrazovnim situaci-

jama (kao što je scenarij domaće zadaće). Smatraju da animacije nisu tako korisne kada se koriste izolirano. Animacije zahtijevaju pažljivu koordinaciju s ostalim obrazovnim materijalima i treba pratiti predavača koji objašnjava kako animacija simulira algoritamske operacije. Čak ako animacije i ne pridonose razumijevanju algoritma one poboljšavaju pedagogiju čineći algoritam pristupačnijim i manje zastrašujućim, povećavajući tako motivaciju. Animacije aktiviraju studente, čineći učenje interaktivnim iskustvom, a ne zahtjevnom obavezom. Kao posljedica toga je provođenje više vremena na zadatku i olakšano učenje.

4. Pedagoške smjernice za dizajniranje sustava algoritamske vizualizacije

Na razini znanja (prepoznavanja i neformalnog definiranja specifičnih koncepata algoritma) te na razini razumijevanja (općih principa, koncepata, formalnog definiranja i implementacije algoritma) uloga algoritamske vizualizacije je osigurati neograničenu količinu podataka nad kojima se može gledati izvršenje algoritma (Naps 2001). Sustav algoritamske vizualizacije mora osigurati sučelje koje korisnicima omogućava povratak na prethodne korake jer će se često izgubiti u gledanju vizualizacije. S postupnim napredovanjem na ovoj razini, kao i na razini primjene (prilagodbe algoritama specifičnim zahtjevima) na raspolaganju bi trebali imati sučelje za unos vlastitih podataka.

Kod analize (sposobnosti analize i dekompozicije kompliciranih algoritama, identifikacije bitnih objekata i dokazivanja točnosti algoritma) te sinteze, odnosno kreacije (dizajniranja rješenja kompleksnih problema koristeći složenije algoritme i strukture podataka, vodeći računa o kompleksnosti algoritama) sustav algoritamske vizualizacije nije samostalan već je dio razvojnog okruženja za programiranje pri čemu se odmah mogu vidjeti učinci izvršenja koda kojeg je napisao student. Kod vrednovanja (definiranja razloga za i protiv upotrebe raznih algoritama koji služe rješavanju istog problema) vizualizaciju treba popratiti hipertekstom (ili, još bolje, govorom).

Učinkovita upotreba novih obrazovnih tehnologija mora uzeti u obzir teoriju multimedijalnog dizajna temeljenu na istraživanjima kako studenti uče (Mayer, Moreno 1998). Sukladno teoriji učenik ima sustave za procesuiranje vizualnih i verbalnih informacija. Selekcijom informacija dobijemo tekstualnu bazu i baza slika. Organizacijom dobijemo dva modela sustava, verbalni i vizualni. Integracija se događa kad učenik stvara veze između odgovarajućih događaja u tim modelima.

Serijom eksperimenata ustanovilo se pet glavnih principa kako koristiti multimediju. Njihove preporuke su: bolje je predstaviti objašnjenje koristeći dva načina predstavljanja nego jedan jer se stvaraju dvije različite mentalne reprezentacije, bolje je predstaviti odgovarajuće slike i riječi zajedno nego odvojeno zato što moraju biti u radnoj memoriji u isto vrijeme da bi se olakšalo stvaranje važnih veza među njima, bolje je predstaviti riječi kao auditornu naraciju nego vizualni tekst na ekranu zato što pisani tekst i animacije mogu kognitivno preopteretiti vizualni sustav, učenici s manjim znanjem i boljim prostornim sposobno-

stima više profitiraju od animacije, bolje se uči iz koherentnog sažetka koji naglašava važne riječi i slike nego iz dužih verzija teksta

HalVis je sustav usredotočen na korisnika i implementirao je ove preporuke (Hansen i dr. 2002). Fokus nije na animaciji već na pružanju dostatnih i važnih informacija u kognitivno prikladnom mediju. Koristi tri načina animacije. Osnovnu ideju algoritma ilustrira animirana analogija s pridruženim tekstualnim objašnjenjem. Animacija na mikrorazini, prikazuje specifične algoritamske operacije na malom skupu podataka, uz pseudokod i tekstualno objašnjenje. Animacija na makrorazini ilustrira ponašanje algoritma na relativno velikom broju podataka.

5. Kako nastavnici doživljavaju upotrebu algoritamske vizualizacije

Radna skupina provela je istraživanje kojim se potvrdila snažna percepcija među predavačima da vizualizacija pomaže (Naps i dr. 2002). Barem jednom u 2 tjedna koristi je 26% ispitanika, a 45% samo jedan ili dva puta po semestru. Studenti najviše gledaju vizualizacije u učionici, nešto manje ih koristi na laboratorijskim vježbama, konstruira vlastite vizualizacije i eksperimentira s različitim skupovima podataka.

Dobrobiti su, prema njihovu iskustvu, ugodnije poučavanje, povećana motivacija i angažman studenata, osiguravanje baze za raspravu o konceptualnim osnovama algoritama i uspješnije učenje studenata.

Glavni razlozi zašto više ne koriste vizualizacije su vrijeme potrebno za traženje i učenje dobrih primjera (93%), vrijeme potrebno za izgradnju vizualizacije, nedostatak razvojnih alata te vrijeme potrebno za prilagodbu vizualizacije predavačkom pristupu i/ili sadržaju podučavanja. Neke ispitanike brine i nedostatak dokaza o učinkovitosti, činjenica da su studenti previše pasivni ako samo gledaju prezentacije u zamračenoj prostoriji, mogućnost da algoritamske vizualizacije mogu sakriti važne detalje i koncepte.

R. Ben-Bassat Levy i M. Ben-Ari napravili su istraživanje (2007) kako nastavnici doživljavaju upotrebu animacijskih sustava kao pedagoških alata. Veća prihvaćenost takvih alata od strane nastavnika ovisi o integraciji alata s drugim nastavnim materijalima i o naglašavanju uloge nastavnika u korištenju takvih alata.

Nastavnici su poveznica između učenika i pedagoških alata kao što su sustavi za animaciju i o njima ovisi široka primjena alata. Trebaju biti nositelji inovacija i oni koji ih integriraju u svoje učionice. Nekonzistentnost između pozitivnih reakcija nastavnika prema inovacijama i njihova oklijevanja da unesu te inovacije u svoje učionice posljedica je želja da zadrže svoju poziciju autoriteta pa se opiru promjenama koje pomiču fokus učenja s nastavnika na učenika (tzv. centralnost nastavnika). Inovatori trebaju potrošiti više vremena da promijene stavove nastavnika i da ih potaknu da unesu neke promjene u svoja predavanja, a vizualizaciju uključe u primarne, nastavne materijale za kolegij.

6. Zaključak

Većina nastavnika praktičara vjerojatno neće samostalno izgraditi sustav za algoritamsku vizualizaciju jer je to vrlo zahtjevan posao. Danas je dostupno mnoštvo takvih alata, pogotovo onih koji podržavaju samo neke teme iz kurikula pa to stvara problem jer za svaki takav alat treba naučiti njegov specifični vizualni jezik i sučelje. Nastavnici bi trebalo poznavati pedagoški potencijal AV, teoriju i principe multimedijalnog učenja kako bi mogli kompetentno odabrati najprikladniji sustav i kvalitetno ga integrirati u svoju nastavu.

Literatura

- Allenstein i dr. 2008: B. Allenstein, A. Yost, P. Wagner, J. Morrison, A Query Simulation System To Illustrate Database Query Execution, *SIGCSE '08*, March 12–15, 493–497.
- Ben-Ari 2001: M. Ben-Ari, Program visualization in theory and practice, *The European Online Magazine for the IT Professionals, II (2)*, 8–11.
- Ben-Bassat Levy, Ben-Ari 2007: R. Ben-Bassat Levy, M. Ben-Ari, We Work So Hard and They Don't Use It: Acceptance of Software Tools by Teachers, *ITiCSE '07*, June 23–27, Dundee, Scotland, United Kingdom, 246–250.
- Boljat, Pletikosa 2013: I. Boljat, I. Pletikosa, *Algoritamska vizualizacija – vrijedi li slika baš uvijek tisuću riječi* (u pripremi).
- Byrne i dr. 1999: M. D. Byrne, R. C. Catrambone, J. T. Stasko, Evaluating animations as student aids in learning computer algorithms, *Computers & Education* 33 (4), 253–278.
- Hansen i dr. 2002: S. Hansen, N. H. Narayanan, M. Hegarty, Designing Educationally Effective Algorithm Visualizations, *Journal of Visual Languages and Computing*, 13 (3), Academic Press, 291–317.
- Hundhausen i dr. 2002: C. D. Hundhausen, S. A. Douglas, J. T. Stasko, A meta-study of algorithm visualization effectiveness, *Journal of Visual Languages and Computing*, 13 (3), 259–290.
- Interactive Data Structures Visualizations Efficient Sorts 2002. <<http://www.student.seas.gwu.edu/~idsv/idsv.html>>. 4. 4. 2013.
- Jarc i dr. 2000: D. J. Jarc, M. B. Feldman, R. S. Heller, Assessing the Benefits of Interactive Prediction Using Web-based Algorithm Animation Courseware, *ACM SIGCSE Bulletin*, 32, (1), March, 377–381.
- Kehoe i dr. 2001: C. Kehoe, J. T. Stasko, A. Taylor, Rethinking the evaluation of algorithm animations as learning aids: An observational study, *International Journal of Human-Computer Studies*, 54 (2), p. 265–284.
- Korhonen 2003: A. Korhonen, *Visual Algorithm Simulation*, PhD thesis, Department of Computer Science and Engineering, Helsinki University of Technology, <<http://lib.tkk.fi/Diss/2003/isbn9512267950/isbn95122-67950.pdf>>. 5. 12. 2012.

- Lawrence i dr. 1994: A. Lawrence, A. Badre, J. T. Stasko, Empirically evaluating the use of animations to teach algorithms, *Proceedings of the IEEE Symposium on Visual Languages*, IEEE Computer Society Press, Piscataway, NJ, 48–54.
- Mayer, Moreno 1998: R. E. Mayer, R. A. Moreno, *Cognitive Theory of Multimedia Learning: Implications for Design Principles*. <<http://www.unm.edu/~moreno/PDFS/chi.pdf>>. 15. 12. 2012.
- Myller i dr. 2009: N. Myller, R. Bednarik E. Sutinen M. Ben-Ari, Extending the engagement taxonomy: Software visualization and collaborative learning, *ACM Transactions on Computing Education, TOCE*, 9 (1), 1–27.
- Naps 2001: T. L. Naps, Incorporating algorithm visualization into educational theory: A challenge for the future, *The European Online Magazine for the IT Professionals*, II (2), 17–21.
- Naps i dr. 2002: T. L. Naps, G. Rößling, V. Almstrum, W. Dann, R. Fleischer, C. Hundhausen, A. Korhonen, L. Malmi, M. McNally, S. Rodger, J. A. Velázquez-Iturbide, Exploring the Role of Visualization and Engagement in Computer Science Education, Report of the Work. Gr. on „Improving the Educational Impact of Algorithm Visualization“, in: *Working Group Reports from ITiCSE on Innovation and Technology in Computer Science Education*, New York, USA: ACM Press, 131–152.
- Null, Rao 2005: L. Null, K. Rao, CAMERA: Introducing memory concepts via visualization, in: *ACM SIGCSE Bulletin*, 37 (1), 96–100.
- Paivio 1986: A. Paivio, *Mental representations: A dual coding approach*, Oxford, England: Oxford University Press.
- Stasko, Hundhausen 2004: J. T. Stasko, C. D. Hundhausen, Algorithm Visualization, in: S. Fincher, M. Petre, *Computer Science Education Research*, - Taylor & Francis, 199–228.
- Yehezkel i dr. 2005: C. Yehezkel, B. Ben-Ari, T. Dreyfus, Computer Architecture and Mental Models, *SIGCSE '05*, February 23–27, St. Louis, Missouri, USA, 101–106.

ОБРАЗОВНИ ВЕБ-ПОРТАЛ ЗА РАЗМЈЕНУ Е-НАСТАВНИХ МАТЕРИЈАЛА

Увод

Свједоци смо наглог развоја савремене информационе технологије и њене примјене у свим сферама друштва. Школа, као значајан сегмент тог друштва, има обавезу да прати најновија достигнућа, користи нове технологије и медије. Она мора бити отворена за нова знања која су неопходна за човјеков квалитетнији живот и развој. Прихватањем савремене информационо-комуникационе технологије школа треба да, и сама, постане иницијатор промјена. Међутим, познато је да је школа увијек каснила за развојем науке и технике, што није случај само код нас, већ и у много развијенијим земљама.

Основни циљ увођења савремене информационе технологије у наставу је да олакша пут до стицања знања и да то знање учини трајнијим. Осим од материјалних могућности то зависи и од наставника тј. од његове спремности и оспособљености за рад са савременом технологијом.

Сваки наставник би, без сумње, желио да његови ученици лако уче и да дуго памте стечена знања. Ипак, и поред тога, код одређеног броја наставника јавља се отпор употреби рачунара и дигиталних уређаја у настави. Разлоге за то треба тражити, првенствено, у природном страху људи од промјена, убјеђењима о настави, незнању у руковању тим уређајима и слично. Темељно припремање наставника за реализацију наставе је основни услов за њен квалитет. Слаба опремљеност школа одговарајућим средствима, медијима, стручном литературом и часописима отежава наставнику припрему за реализацију наставног процеса. То утиче да настава постаје најчешће фронтална, са израженом предавачком функцијом и недовољном примјеном наставних средстава. Са експлозивним развојем информационих и телекомуникационих технологија отвориле су се могућности њихове примјене у многим сегментима друштва, па и у образовању. Појављују се и специјализовани образовни веб-портали који наставницима омогућавају да располажу обиљем наставних материјала у електронском облику које могу

* igor.solakovic@gmail.com

користити за припрему и реализацију наставе. Потребно је само да наставници открију њихове бројне могућности, а затим их успјешно користе.

Припремање наставника за наставу

Настава је веома сложена и значајна дјелатност и подразумијева да се они који у њој учествују, а то су наставници и ученици, морају темељно припремати за њену реализацију.

Термини „припремање“ и „планирање“ се употребљавају као посебни или се користе као један појам „припремање и планирање“, док неки аутори „припремање“ сматрају ширим појмом који обухвата и „планирање“ (Пољак 1964: 26).

У васпитно-образовној пракси, често се појам „припремање наставника“ схвата погрешно, као писмена припрема за час. Наравно да је припремање наставника шири појам. То је процес који је саставни дио васпитно-образовног рада и траје све док наставник ради у школи. Припремање наставника обухвата годишње, мјесечно и тематско планирање, припремање наставних јединица, праћење стручне литературе и остале активности које унапређују квалитет васпитно-образовног рада (Шпијуновић 1985: 40).

У *Педагошком рјечнику*, наводи се да се припремање за наставни час састоји од три компоненте: садржајне (стручне) припреме, педагошке (дидактичко-методичке) припреме и техничке припреме (*Педагошки рјечник* 2, 1967: 202).

У стручној припреми за наставни час, наставник проучава наставну грађу и врши избор садржаја из уџбеника и других извора. Наравно, избор мора бити повезан са задацима наставног предмета, али наставник одлучује о томе колико важности треба придати појединим садржајима и да ли су они у складу са учениковим способностима, предзнањима и интересовањима.

Дидактичко-методичка припрема се одвија у неколико фаза:

„1. одређивање образовног и васпитног циља обраде дате методске јединице у складу са њеним садржајима;

2. прецизирање обима и дубине наставне грађе; њене позиције, улоге и веза са осталом, посебно са претходном и потоњом грађом дотичне наставне дисциплине;

3. одређивање функција вербалних, нумеричких, графичких, сликовних и тјелесно-радних изражајних средстава у упознавању ученика са грађом;

4. структурирање грађе у артикулацији часа;

5. фиксирање која ће наставна средства употријебити;

6. избор наставних метода, облика и поступака, тако да, уз наставникову, буде и ученикова активност, уколико то одлучујући фактори дозвољавају (грађа, узраст ученика, вријеме, средства...);

7. да ли ће за обраду бити погодније неко мјесто изван учионице;

8. да ли је неопходно, и шта дати, за домаћи рад ученика;
9. да ли, и на коју допунску литературу упутити ученика;
10. да ли би било потребно и у чему би се састојало припремање ученика;

Ова педагошка припрема се завршава израдом писмене скице, плана или конспекта предавања“ (*Педагошки рјечник 2*, 1967: 202).

Припремање наставника се завршава техничком припремом, односно, набављањем потребних наставних средстава, увјежбавањем експеримената и демонстрација које треба показати ученицима (*Педагошки рјечник 2*, 1967: 202).

Припремајући се за извођење наставног часа, сваки наставник би требало да консултује различите изворе знања. Било би пожељно да прати савремене токове у педагошким и дидактичко-методичким наукама, да користи и размјењује искуства са другим наставницима, а најпогоднији медиј за то је интернет, јер на њему може пронаћи доста занимљивих садржаја, преузети их и прилагодити за свој наставни час. Када је у питању избор облика наставног рада и метода, наставници имају велику слободу. Коју ће активност и на који начин примијенити на часу, зависи од њихове способности, знања, искуства, креативности, познавања својих ученика итд. Добар наставник би требало да зна који облик рада и методе највише одговарају његовом одјељењу, али је пожељно, наравно, да увијек нешто иновира и унапређује. Најбоље би било да наставници планирају повремено разноврсне активности како би се ученицима омогућило стицање знања на различите начине и да се код њих развија способност успјешног учења.

Дакле, није питање да ли се треба припремати за час, то је неоспорно, већ како се припремати. Имајући у виду тежње ка осавремењивању наставе и значајно промијењеној улози ученика и наставника у настави, као и модерну образовну технологију, припремање за наставу добија на значају.

Информационо-комуникациона технологија у образовању

Нове информационо-комуникационе технологије (ИЦТ) сваким даном налазе све већу примјену у свим сферама људске дјелатности. Како је образовање једна од најважнијих дјелатности, јасно је да и оно мора правремено реаговати и не заостајати у прихватању савремених уређаја и оспособљености наставног кадра за примјену савремене технологије у настави.

Bloor Research Group наводи кораке које треба предузети приликом интеграције савремене информационе технологије:

- инсталација компјутера и повезивање са интернетом није компликовано, уколико се пажљиво реализују све значајне радње;
- извршити анализу компоненти компјутерског система, система заштите података, телефонског система и др.;

- упознати се са техничким могућностима информационе технологије која се уводи;
- припремити се за премошћавање тешкоћа савремене технологије и за њено прилагођавање са другим системима;
- приликом бирања софтвера имати у виду дугорочне циљеве и потребе;
- студиозно разматрање најповољнијих понуда, финансијски и материјално најприхватљивијих;
- избор одговарајућег апликативног софтвера који задовољава информатичке и дидактичко-методичке критеријуме;
- користити се искуствима других приликом избора софтвера, односно користити провјерене софтверске садржаје;
- развити добре поступке тестирања информационе технологије (ради правилног избора и што мање проблема у пракси);
- благовремено урадити пројекат, јер то гарантује сигуран улазак у информациону еру новог доба (Мандић 2003: 104).

Према К. Шпијуновићу, неки од дидактичких аспеката примјене информационе технологије у настави су:

- информациона технологија суштински мијења положај ученика у васпитно-образовном процесу;
- информациона технологија је важан фактор индивидуализације васпитно-образовног рада;
- стварају се претпоставке за оспособљавање ученика за самообразовање;
- битно се мијења улога наставника;
- утиче на преиспитивање традиционалних модела наставе;
- уноси динамику и вишесмјерну комуникацију у наставу;
- утиче на брзину процеса учења кроз растерећење наставног садржаја;
- даје велике могућности за доступност различитих извора знања и могућност симулације различитих процеса;
- знање је могуће стицати и на другим мјестима (ван учионице) и у вријеме које ученику одговара (Шпијуновић 2003: 194).

Примјена информационо-комуникационе технологије у образовању има и својих недостатака. Ученици се „преоптерећују“ великим количинама разноврсних информација, па се проблем постаје избор одговарајућих, што код ученика може довести до одређене конфузије и несигурности. Уколико се исувише ослањамо на информациону технологију, то може довести до слабљења међуљудских односа, отуђивања од стварности, а не треба заборавити ни могуће лоше утицаје на психичко и физичко здравље ученика.

Коришћење информационо-комуникационе технологије у наставном процесу пружа несумњиво велике могућности за њено усавршавање и

унапређивање квалитета, као и повећање ефикасности, но не можемо је никако сматрати свемогућом. Њена примјена у настави би морала бити уз поштовање достигнућа науке, и у складу са њеним принципима, законима и теоријама. То значи да педагошке и дидактичко-методичке науке морају интензивирати истраживања ефикасности информационо-комуникационе технологије у наставном процесу и пронаћи најпогодније начине њене примјене у настави.

Улога наставника у школи савременог информатичког друштва

Улога наставника у школи савременог информатичког друштва се битно разликује од улоге наставника у традиционалној настави. Наставник није више само предавач и „преноситељ информација“. Његов посао једним дијелом преузимају дидактичко-информатички медији. Због тога он сада има више времена за припрему и анализу реализације наставног процеса. Наставник добија једну нову улогу, постаје „водител“ образовног процеса, јер он одређује садржаје који ће бити презентовани, као и стратегију рада. Тежња савремене наставе је на интерактивној комуникацији која доприноси правилном формирању човјекове личности.

Поменули смо већ да наставник губи улогу јединог даваоца информација, односно извора сазнања. Његова нова улога је оспособљавање ученика да сами дођу до сазнања. Наравно, наставник је и даље тај који ће ученицима пружити основна сазнања, на основу којих ће ученици даље сами трагати и тражити рјешења за проблемске ситуације које им он постави. Овдје је битно што је рад и напредовање ученика све вријеме праћено од стране наставника, тј. да постоји стална повратна информација.

Самим тим мијења се и улога ученика у настави у којој се примијењују савремени информациони системи и дидактичко-информатички медији. Примјетна је њихова већа заинтересованост за овакву наставу, као и активније учешће у раду, који се, поред бржег стицања знања, одликује и истраживањем и рјешавањем проблема путем анализе и закључивања.

Према М. Вилотијевићу, наставници у настави рачунар користе на неколико начина:

- *Дрил* (вјежбање) је погодан ако наставник жели помоћи ученицима да прикупе чињенице и информације. Примијењује се образац „питање – одговор – повратна информација“. Ученици раде својим темпом, сваки на свом рачунару. Овај начин се рјеђе користи јер се није доказао у пракси.
- *Поучавање*. Сложенији начин од претходног, јер, поред обезбјеђивања информација и поучава ученике. И овај начин садржи образац „питање – одговор – повратна информација“ и ученицима је омогућен напредак у складу са индивидуалним могућностима, жељама и интересовањима.

- *Симулација*. Најефикаснији начин за остваривање интеракције. Помоћу мултимедиалног сценарија ученик треба да симулира неку ситуацију из свакодневног живота. Овим начином се знање стиче посматрањем чињеница, а не меморисањем.
- *Рјешавање проблема*. Ученик код овог начина треба да дође до рјешења на основу добијених информација и уз консултацију одређених извора и база информација.
- *Вредновање*. Неки од програмираних материјала садрже и тест који омогућава ученицима и наставницима да стекну увид у ниво стечених знања (Вилотијевић 2001: 75).

Не смијемо занемарити чињеницу да наставници понекад имају претјерана или потцијењујућа очекивања од примјене информационе технологије у настави. Врло често они показују одређени отпор увођењу савремених информатичких уређаја и дидактичко-методичких медија у наставу. Тај отпор може имати различите разлоге, али се може елиминисати организовањем различитих облика стручне подршке и помоћи наставницима.

Стално усавршавање информационо-комуникационе технологије претпоставља да се наставник мора перманентно усавршавати и дјелотворно примијењивати савремене дидактичко-информатичке иновације у циљу повећања квалитета и ефикасности васпитно-образовног рада у школи.

Истраживање о ставовима наставника о веб-порталу као извору електронских наставних материјала

Циљ истраживања је био да се утврде ставови наставника о образовним веб-порталима као изворима електронских наставних материјала за реализацију наставе, спремност и мотивисаност за њихову употребу у настави, истражи и изврши анализа степена информисаности и оспособљености наставника за коришћење савремене информационе технологије, савремених наставних система, дидактичко-информатичких медија и њихове примјене у настави, као и да се утврди мотивисаност наставника за стручно усавршавање.

У истраживању је учествовало 170 наставника/професора разредне наставе из 13 основних школа у Републици Српској. Истраживање је било подијељено на три дијела.

Први дио истраживања проучавао је информисаност и оспособљеност наставника за коришћење и примјену савремене информационе технологије. Дошло се до резултата да су наставници углавном оспособљени за употребу рачунара у припреми и реализацији наставног процеса, као и да су наставници највише оспособљени за рад у рачунарском програму Microsoft Word и за рад са интернет претраживачима, половично су оспособљени за рад са рачунарским програмима Microsoft Power Point и Microsoft Excel и врло слабо оспособљени за рад у рачунарском програму Microsoft Access.

Други дио истраживања проучавао је ставове наставника о образовном веб-порталу као извору електронских наставних материјала. Преко 90 посто испитаних наставника сматра да би постојање образовног веб-портала са е-наставним материјалима олакшало припремање наставе, као и да би портали те врсте помогли иновирање наставног процеса у школама. Затим, преко 70 посто испитаних наставника сматра да би коришћење образовног веб-портала са е-наставним материјалима повећало мотивацију ученика и да би настава употребом е-наставних материјала била квалитетнија. Преко 60 посто испитаних наставника је мишљења да би образовни веб-портал са е-наставним материјалима олакшао увид родитеља у наставне садржаје, да би образовни веб-портал са е-наставним материјалима омогућио ученицима да савладају градиво и када одсуствују из школе и да коришћење образовног веб-портала са е-наставним материјалима неће смањити креативност наставника.

Трећи дио истраживања проучавао је мотивисаност наставника за коришћење образовног веб-портала са е-наставним материјалима. Преко 90 посто испитаних наставника изјаснила се да би користило образовни веб-портал са е-наставним материјалима и е-наставне материјале са тих портала за планирање, припремање и реализацију наставе.

Добијени резултати несумњиво показују изразито позитиван однос наставника према образовном веб-порталу са е-наставним материјалима, тј. да наставници основних школа које су учествовале у истраживању позитивно вреднују и оправдавају постојање образовних веб-портала те врсте.

Електронски наставни материјали – основни појмови и употреба у настави

Електронски наставни материјали су садржаји намијењени коришћењу у образовању за учење и поучавање, а похрањени су на рачунару, неком електронском медију или су објављени на интернету. Могу се користити у настави, као и за самостално учење.

Према једној од класификација која електронске наставне материјале посматра са становишта допуне традиционалне основношколске и средњошколске наставе можемо их подијелити на симулације, анимације, убенике, вјежбе, тестове, предавања, студије случаја и референтне материјале.

Наведене категорије могле би се допунити и неким врстама новијег датума, посебно у смислу савременијих техничких рјешења. Али једноставност употребе и најчешћа могућност да наведених врста алата да се могу користити без плаћања лиценци чини их популарним код наставника.

Израда електронских наставних материјала је често озбиљан изазов за наставнике. Зато често можемо чути и видјети одређене покушаје израде образовних веб-портала који омогућавају преузимање електронских наставних материјала са интернета. На тим специјализованим образовним веб-порталима на располагању би била велика база класификованих елек-

тронских наставних материјала које би слободно преузимали на своје персоналне рачунаре и користили у настави. До квалитетних наставних материјала могло би се долазити на два начина. Први је окупљањем тима стручњака за електронско образовање, дизајн медија у образовању и мултимедију који би радили на изради електронских наставних материјала у сарадњи са учитељима и предметним наставницима, док је други начин да те материјале израђују и сами наставници који посједују већа информатичка знања. Аутори електронских наставних материјала би имали обавезу навести кратко изворе који су користили приликом израде тих материјала, а корисници тих електронских наставних материјала, односно наставници у школама би имали обавезу навести име аутора. Одређене електронске наставне материјале би могли користити и ученици као помоћ при учењу.

Примјери најчешћих електронских наставних материјала који се користе у настави су: PowerPoint презентације, интерактивни мултимедијални плакати, стрипови, интерактивне анимације, веб-приручници, HotPotatoes онлајн провјере и други.

Велики проблем у данашњем образовању јесте чињеница да постоје снажне разлике између ученика који одрастају уз рачунаре и информатички приучених наставника. Ту ситуацију додатно отежава и материјална ситуација у школама у којима се још увијек готово искључиво користе књиге и свеске, креда и табла и фронтални облик рада, а скоро никако електронски наставни материјали. За то вријеме ученици код куће редовно користе рачунаре, имају приступ интернету, врло често користе и разноврсне образовне софтвере који се могу све чешће пронаћи на тржишту.

Све наведено су разлози због којих у наставу треба започети, за почетак, уводити квалитетне мултимедијалне PowerPoint презентације које ће употпунити предавања, а потом сложеније облике електронских наставних материјала који нуде интерактивност, те омогућавају ученицима да сарађују и да развијају сопствена образовна искуства.

Приказ модела образовног веб-портала

Имајући у виду смјернице Савјета Европе које говоре о доступности наставних материјала свим учесницима у образовању, без обзира на њихово мјесто живота и рада, Стручно и научно удружење „Центар за образовну технологију Републике Српске“ је покренуло образовни веб-портал „eDidacta“, први те врсте у Републици Српској и Босни и Херцеговини. Основна идеја портала је да путем интернета омогући размјену електронских наставних материјала у циљу унапређења методичке ефикасности наставника основних и средњих школа, као и студената наставничких факултета, при активностима припремања, планирања и реализације наставног процеса. У креирању портала учествовали су стручњаци из области образовних технологија и дидактичко-методичких наука.

Слика 1: Почетна страна Образовног веб-портала „eDidacta“



Образовни веб-портал „eDidacta“ садржи на почетној страни следеће секције: eDidacta, корисници, електронски наставни материјали, мапе ума. Почетна страна садржи још и секцију за пријаве на портал, корисничке информације, анкету и линкове сарадника портала. Секција „eDidacta“ садржи линкове: о порталу, ауторски тим, референце, истраживање, контакт. Линк „о порталу“ садржи основне информације о разлозима за оснивање образовног портала „eDidacta“ и његове основне циљеве.

Слика 2: Страна линка „о порталу“ секције „eDidacta“



Слика 3: Садржај линка секције „Корисници“



Секција „Корисници“ садржи линкове са упутствима за приступ електронским наставним материјалима за наставно и административно особље у школи.

Слика 4: Садржај линка секције „Електронски наставни материјали“



Слика 5: Садржај линка секције „Мапе ума“



Секција „Електронски наставни материјали“ садржи линкове са пет нивоа приступа бази електронских наставних материјала. Секција се користи када се наставно и административно особље успјешно региструје на порталу. За регистрацију на порталу потребно је да сваки корисник из своје области рада у школи достави одређен број електронских наставних материјала, који се прегледају и рецензирају и којима се додјељује одређен број бодова. Након што сваки корисник прикупи одређени број бодова додјељују му се приступни подаци за одговарајући ниво приступа бази електронских наставних материјала. Трајање приступа бази електронских материјала је ограничено, зависно од броја бодова које посједује сваки корисник на основу кандидовања својих електронских материјала.

Секција „Мапе ума“ садржи линкове: о мапама ума, о пројекту, архива мапа ума и контакт податке.

Образовни веб-портал „eDidacta“ представља свеобухватан пројекат који ће се у наредном периоду континуирано развијати и настојати да својим корисницима стави на располагање што већи број разноврсних електронских наставних материјала, као и друге релевантне образовне ресурсе и информације, неопходне за што квалитетнији рад и стручно усавршавање свих актера образовног процеса у школама.

Закључак

Вријеме у којем живимо одликује се брзим и бурним промјенама у свим подручјима људског дјеловања. Никада, као сада, није била присутна стална експанзија нових сазнања у области науке и технике. Научно-технолошки проналасци нашли су своју примјену у свим сегментима друштва. По неписаном правилу оваква достигнућа са великим закашњењем стижу у образовне институције, доприносећи чињеници да се настава, у таквим условима, са малим измјенама, још увијек одржава по правилима која је још у 17. вијеку поставио Јан Амос Коменски. Многе земље свијета, схва-

тајући важност и неопходност присутности савремене информационе и комуникационе технологије у својим школама, уводе овакве иновације у наставу, доприносећи да се она модернизује и прилагоди потребама савременог ученика.

Дидактички медији имају веома важну улогу у процесу наставе јер представљају посреднике између наставника и ученика. Посебну важност имају у ситуацијама када не можемо одређене теме изучавати на објективној стварности. Уколико их правилно употријебимо вербални, текстуални, визуелни, аудитивни, аудиовизуелни и мануелни дидактички медији могу у великој мјери унаприједити квалитет наставног процеса. У последње вријеме све више се користе мултимедијални дидактички медији који обједињавају слику, текст, звук и филм, са могућношћу интеракције између ученика и извора информација. На тај начин ученици брже и лакше усвајају знања примјеном разноврсних мултимедијалних софтвера. У складу са тим дидактичко-информатичким иновацијама мијења се и позиција наставника и ученика. Позиција наставника није више искључиво предавачка већ он сада организује, подстиче, вреднује, примијењује различите процесе и стилове учења, док је ученик у позицији да више самостално размишља, анализира, открива, рјешава и закључује.

Развојем информационе и комуникационе технологије, појавом интернета широм свијета разапете мреже (World Wide Web), као његовог најпопуларнијег дијела, отвориле су се могућности да се проблеми недостатка дидактичког материјала и одговарајућих образовних софтвера у нашим школама потпуно уклоне. Израдом и коришћењем образовних веб-портала било би омогућено да наставници располажу са обиљем дидактичког материјала, који могу користити за припрему и реализацију наставе. Овакви образовни веб-портали нудили би и бројне друге могућности, као што су: учење путем мреже, учествовање на дискусионим форумима, видео-конференцијама, образовање на даљину и слично.

Ставови наставника/професора разредне наставе према образовном веб-порталу за припрему наставе су изузетно позитивни, али је евидентна слаба информисаност, познавање и примјена могућности савремене информационе технологије. И поред добре информисаности и оспособљености за употребу дидактичких медија и креирање савремених система наставе евидентно је да то наставници недовољно реализују у пракси.

Литература

- Бранковић, Мандић 2003: Д. Бранковић, М. Мандић, *Методика информатичког образовања са основама информатике*, Бања Лука: Филозофски факултет у Бањој Луци и Медиаграф.
- Вилотијевић 1999: М. Вилотијевић, *Дидактика 3 – организација наставе*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства и Учитељски факултет.

- Вилотијевић 2001: М. Вилотијевић, Место наставника у школи савременог информационог друштва, *Образовна технологија*, 3/4, Београд, 74–77.
- Вилотијевић 2002: М. Вилотијевић, Информатичка концепција наставе, Београд: *Образовна технологија*, 1, Београд, 15–28.
- Даниловић 2009: М. Даниловић, Нове образовне технологије (извори знања) и појмови из области савремене образовне технологије који су нужни за реализацију савремене наставе тј. школе будућности, у: *Зборник*, књ. 2, Београд: Српска академија образовања, 954–977.
- Ђорђевић 2003: Ј. Ђорђевић, Научно-технолошка револуција, информатизација образовања и настава, у: *Зборник*, књ. 2, Београд – Нови Сад: Институт за педагошка истраживања и Центар за развој и примену науке, технологије и информатике, 46–50.
- Мандић 2001: Д. Мандић, *Информациона технологија у образовању*, Српско Сарајево: Филозофски факултет.
- Мандић 2003: Д. Мандић, *Дидактичко-информатичке иновације у настави*, Београд: Медиаграф.
- Михајловић 2004: А. Михајловић, Интернет технологија као подршка образовном процесу, у: *Зборник*, Јагодина – Београд: Учитељски факултет у Јагодини и Институт за педагошка истраживања, 534–543.
- Надрљански, Мандић 1996: Ђ. Надрљански, Д. Мандић, *Информациони системи у образовању*, Београд: Центар за усавршавање руководиоца у образовању.
- Павловић 2004: М. Павловић, Дидактичко-методичке вредности и васпитне могућности савремене информатичке технологије у настави и образовању, у: *Зборник*, Јагодина – Београд: Учитељски факултет у Јагодини и Институт за педагошка истраживања, 487–498.
- Пећанац 2009: Р. Пећанац, *Развој и управљање иновационим процесима*, Зрењанин: Србија Инвент.
- Пећанац 2010: Р. Пећанац, *Информациони системи за подршку управљању*, Зрењанин: Менаџмент, иновације и развој, 5, 15, стр. 49–53.
- Пећанац и др. 2013: Р. Пећанац, М. Сакач, С. Цвијетичанин, Савременији приступ учењу помоћу компјутера, *Теме*, 37, 3, Ниш, 1751–1765.
- Пољак 1964: В. Пољак, *Дидактика*, Загреб: Школска књига.
- Поповић и др. 2011: В. Поповић, Р. Пећанац, С. Хилченко, Модел образовног веб-портала, Београд: *Педагогија*, 66, 2, Београд, 315–324.
- Солаковић 2007: И. Солаковић, *Мултимедијални уџбеник у функцији квалитетне наставе*, Бијељина: Српско просвјетно и културно друштво „Просвјета“.
- Солаковић и др. 2012: Значај веб-портала као извора електронског наставног материјала за припрему и реализацију наставе, у: *Зборнику радова Техника и информатика у образовању*, Чачак: Технички факултет, 524–530.

- Станковић 2006: Д. Станковић, *Веб портали у иновативним моделима наставе*, Лозница: Центар за културу „Вук Караџић“.
- Џуринскиј 2001: А. Н. Џуринскиј, Нови дидактички медији у настави, Београд: *Образовна технологија*, 2, Београд, 1–8.
- Шољан 1997: Н. Шољан, *Програмирана настава и настава уз помоћ компјутера*, Београд: Научна књига.
- Шпијуновић 1985: К. Шпијуновић, Шта обухвата функционално и рационално припремање учитеља за свакодневни, *Учитељ*, 11, Београд, 39–43.
- Шпијуновић 2003: К. Шпијуновић, Дидактичка функција информационе технике и технологије у наставном процесу, у: *Технологија, информатика, образовање*, 2, Београд: Институт за педагошка истраживања, 194–196.

MEĐUNARODNE OLIMPIJADE IZ FIZIKE

1. *Uvod*

Međunarodna olimpijada iz fizike (MOF) je godišnje takmičenje učenika srednjih škola. Kao i većina naučnih međunarodnih takmičenja srednjoškolaca, MOF je individualno takmičenje, tako da zbirni rezultati imaju nezvaničan karakter. Prva MOF održana je 1967, a ove godine održana je 44. po redu.

U ovom radu dajemo istorijat MOF, sa posebnim naglaskom na globalizaciju do koje je došlo 1990-ih godina i učešće SFRJ i iz nje nastalih država na MOF. Uz istorijat, data je i kraća statistička analiza uspešnosti nastupa, kao i analiza zadataka sa MOF na jednu od često korišćenih tema. Posebna pažnja posvećena je slabom uspjehu takmičara iz Republike Srpske na MOF.

2. *Istorijat MOF do 1991.*

Međunarodne olimpijade iz matematike održavaju se još od 1959. godine. Nacionalna takmičenja učenika srednjih škola iz fizike postojala su 1960-ih godina u mnogim zemljama,¹ npr. u Poljskoj su počela još 1951. (Surkov 1982: 5). Moglo se, dakle, očekivati uvođenje srednjoškolskih takmičenja iz fizike na međunarodnom nivou. Zaista, sredinom 1960-ih godina nekoliko fizičara iz srednjoevropskih zemalja došlo je na ideju da se organizuju međunarodna takmičenja iz fizike.

Za organizaciju prve MOF u Varšavi 1967. godine najzaslužniji su bili profesori Česlav Šćislovski (Czesław Ścisłowski, 1904–1971) iz Poljske, Rudolf Kunfalvi (Reszö Kunfalvi, 1905–1998) iz Mađarske i Rostislav Koštial (Rostislav Košťál, 1905–1980) iz Čehoslovačke (Gorškovski 2007: 2). Nekoliko mjeseci prije Olimpijade poslali su pozivi svim zemljama srednje Evrope, na koje su se, osim tri pomenute zemlje, odazvale još Rumunija i Bugarska.

Na I MOF bila su četiri teorijska i jedan eksperimentalni zadatak. Svaku zemlju predstavljala je ekipa koju je činilo troje učenika i vođa ekipe. Ključna godina za nastanak MOF u današnjem obliku bila je 1968. II MOF je održana te godine u Budimpešti, a učestvovala su još tri (danas bivše) zemlje: NjDR, SFRJ i SSSR. Poseban značaj imao je sastanak Međunarodnog komiteta (koji se sasto-

* sinisha@teol.net

¹ U nekim zemljama takmičenja na nižim nivoima su počela mnogo prije nego na nacionalnom nivou, npr. u Moskvi je prvo takmičenje održano 1938. (Surkov 1982: 6), a prvo svesavezno takmičenje SSSR tek 1967. godine.

jao od vođa ekipa na II MOF) u Brnu nekoliko mjeseci nakon II MOF, na kojem su usvojeni prvi Statut i Program MOF.

Od III MOF ekipu jedne zemlje čini petoro učenika i dvoje vođa ekipe, izuzev na IV MOF kada je bilo po šestoro učenika u ekipi. Tek na VI MOF, održanoj u Bukureštu 1972, prvi put je učestvovala jedna zapadna zemlja (Francuska) i jedna vanevropska zemlja (Kuba).

Godine 1973. MOF nije održana jer se nije mogla naći zemlja – domaćin. Pred VII MOF 1974. uvedene su izmjene Statuta MOF, od kojih su se neke zadržale do danas: broj teorijskih zadataka je smanjen sa četiri na tri, uveden je jedan dan pauze između teorijskog i eksperimentalnog dijela takmičenja. Dugo se održao i tada ozvaničen (neformalno uveden ranije) relativni kriterijum za priznanja: za I nagradu 90%, II nagradu 78%, III nagradu 65% i pohvalu 50% od najvišeg postignutog rezultata, koji je obično bio 85–96% od maksimalno mogućeg broja bodova (Gorškovski 2007: 9). Statistički kriterijumi uvedeni su mnogo kasnije.

U proljeće 1977. održan je u Ulan-Batoru sastanak ministara prosvjete socijalističkih zemalja na kojem je odlučeno da socijalističke zemlje organizuju naučne olimpijade (tada su to bile samo olimpijade iz matematike, fizike i hemije) svake druge godine, što je značilo neparnim godinama. Tada je došlo do krize u organizaciji MOF: nisu se mogle naći zemlje – domaćini 1978. i 1980. godine, a na XI MOF u Moskvi 1979. bilo je samo 10 zemalja učesnica, manje nego na X MOF održanoj 1977.

XII MOF održana 1981. u Varni može se smatrati „obnoviteljskom“ jer se broj zemalja učesnica povećao na 14, a određene su i zemlje – domaćini naredne dvije MOF. Sa XII MOF prekida se ne baš lijepa tradicija dominacije ekipe zemlje – domaćina (od prvih 11 MOF zemlja – domaćin je osvajala najviše bodova na 7, a na 2 je zauzela 2. mjesto). Problemi u organizaciji ponovo se javljaju 1983. Odlučeno je da se 1984. sa novim Statutom uvedu funkcije predsjednika i sekretara MOF. Za predsjednika je izabran Valdemar Gorškovski (Waldemar Gorzkowski, 1939–2007), koji je ostao doživotno na toj funkciji (umro je na 37. MOF), a za sekretara dr Andžej Kotlicki, koji je ostao do 1999. (nekoliko godina nakon prelaska u Kanadu).

XV MOF, održana u Sigtuni (Švedska) 1984. je bila početak kontinuiranog razvoja MOF prema njenom sadašnjem obliku i u mnogim drugim aspektima: broj zemalja učesnica porastao je na 18 (prvi put socijalističke zemlje nisu bile u većini), dozvoljeno je zadavanje dva eksperimentalna zadatka, a pojavio se i prvi zbornik MOF (tada ograničen na zadatke i rješenja). Tada počinje i povećanje nivoa zadataka, koje je bilo kontinuirano do 1994, sa izuzetkom 1985. u SFRJ kada je nivo bio dosta niži nego 1984. Nivo zadataka se može pratiti pomoću statističke analize rezultata (Gorškovski 2007: 7), mada nije jasno koliko je relativnoj težini zadataka doprinomio porast broja zemalja učesnica, koje su, po pravilu, u prvim godinama učešća postizale dosta loše rezultate.

Prema novom Statutu, svaka zemlja je morala prihvatiti organizaciju jedne od narednih MOF, i to pet godina nakon prvog učešća na MOF. Zbog nepridržavanja tog člana, Francuska je privremeno udaljena sa MOF.

3. Učešće ekipe SFRJ na MOF

Prvo savezno takmičenje učenika srednjih škola iz fizike održano je 1964. godine, a od 1966. do 1991. održavano je svake godine. S obzirom na znatne razlike u nastavnim planovima i programima između republika i pokrajina, sistem saveznih takmičenja se značajno razlikovao kako od MOF tako i od sistema takmičenja na nižim nivoima. Na nižim nivoima, naime, takmičenja su većinom bila po razredima, a savezna takmičenja su se odvijala po oblastima fizike. Oblast A je uglavnom pokrivala gradivo prva dva razreda gimnazije (mehaniku i termodinamiku), oblast B gradivo III razreda (elektromagnetizam) i oblast C IV razreda (ostale oblasti). Kasnije su mehaničke oscilacije i talasi prebačeni iz oblasti A u oblast B. Međutim, u BiH je sistem po oblastima bio u primjeni na svim nivoima, pa se učenik mogao četiri godine takmičiti iz oblasti A, od opštinskog do saveznog takmičenja.

SFRJ je učestvovala na II, III i IV MOF, a onda je uslijedila duža pauza. Na tri prva učešća ekipu SFRJ uglavnom su činili učenici III i IV razreda matematičkih gimnazija iz Beograda i Zagreba (Smontara i dr. 1985: 3). Međutim, najuspješniji takmičari bili su Antonije Đorđević iz XIV beogradske gimnazije (sada redovni član SANU) i Antal Jevicki iz subotičke gimnazije (sada profesor na prestižnom Univerzitetu Braun u SAD). Godine 1969. organizovane su zajedničke pripreme (isto: 3) i to je bio i jedini relativno uspješan nastup ekipe SFRJ – 5. mjesto od 8 zemalja i samo 1 bod ispod 4. mjesta (Šćislovski 1971: 133).

Od 1971. do 1979. SFRJ je učestvovala samo na X MOF, 1977. godine, a podatak na zvaničnom sajtu MOF (Gorškovski 2007: 4) da je učestvovala 1979. godine je pogrešan. Tu grešku nalazimo kod pokojnog predsjednika MOF i ranije (Gorškovski 1990: 93). Od 1981. SFRJ učestvuje na svim MOF do 1991, a 1985. je bila i zemlja – domaćin (u Portorožu). Nakon pomenutog povećanja nivoa zadataka ekipa nije imala uspjeha – uzeta kao kolektiv – na posljednja dva nastupa nije osvojena čak nijedna pohvala, a samo A. Vilfan (iz Slovenije) je individualno imao uspjeha (IPhO List of Winners, 2010).

Zajedničke pripreme ekipe SFRJ nisu bile zadovoljavajuće. Za neke MOF nije ih ni bilo, a sredinom 1980-ih pripreme je obavljalo društvo – domaćin saveznog takmičenja. Od 1988. do 1991. Društvo fizičara Hrvatske (tj. Hrvatsko fizikalno društvo) je organizovalo jednosedmične pripreme. Sistem selekcije i priprema ekipe se inače veoma razlikuje od zemlje do zemlje (Gorškovski 2007: 11). Nekada se smatralo da će zajedničke pripreme ekipe poboljšati uspjeh (Smontara i dr. 1985: 3), ali to se nije dogodilo.

Jedan od najvažnijih uzroka relativno slabog uspjeha ekipa SFRJ na MOF nesumnjivo je bio nedostatak eksperimentalnih zadataka na takmičenjima unutar SFRJ (osim na republičkim takmičenjima u Hrvatskoj). Postojali su, na-

ravno, i drugi razlozi, npr. negativan uticaj reforme školstva u drugoj polovini 1970-ih godina. Međutim, neki od tih uzroka morali su uticati i na druga takmičenja, dok je npr. uspjeh ekipe SFRJ na matematičkim olimpijadama i dalje bio solidan. Kad se radi o neuspjehu nakon 1983. godine, povećanje nivoa zadataka na MOF nije imalo znatnijeg uticaja na nivo zadataka na takmičenjima unutar SFRJ, pa su i zbog toga već krajem 1980-ih godina zadaci na MOF bili suviše složeni za takmičare iz SFRJ.

Uz nedostatak uvježbanosti u eksperimentalnom radu, vjerovatno najveći uzrok neuspjeha ekipe SFRJ je bio sistem saveznog takmičenja i način selekcije ekipe; zbog takmičenja po oblastima pobjednici iz oblasti A, i donekle iz oblasti B, bili su nepripremljeni za ostale oblasti. Pravi način selekcije ekipe je bio da se na pripreme pozove 7–8 najboljih i završnim testom nakon priprema odredi ekipa. Iako nam je takav način bio poznat, nije nikada primijenjen (postavilo bi se pitanje objektivnosti testa i cijene priprema); ekipu je birala Savezna komisija u kraćoj neformalnoj diskusiji neposredno nakon saveznog takmičenja.

U prva tri učešća na MOF u ekipi nije bilo učenika iz BiH; dijelom svakako i zato što nije bilo nijednog matematičkog odjeljenja gimnazija do 1970. godine, kada je otvoreno odjeljenje Druge gimnazije u Sarajevu. Od 1977. u ekipi SFRJ obično se nalazio po jedan učenik iz BiH (osim 1986–1989), ali je samo Igor Đoković osvojio bronzanu medalju 1985. BiH je u okviru SFRJ imala ukupno devet učesnika na MOF, dok je na matematičkim olimpijadama bilo više učesnika iz BiH i osvojili su bar jednu I, nekoliko II i više III nagrada. Uzroka je bilo više: a) većina učesnika bila je specijalizovana za jednu oblast, pa se uspjeh na takmičenju iz svih oblasti fizike nije ni mogao očekivati, b) takmičari i njihovi profesori su bili većim dijelom prepušteni samim sebi (slab kontakt sa univerzitetima), c) nijedan član Savezne komisije iz BiH nije učestvovao na više od tri savezna takmičenja, dok su među ostalim članovima neki učestvovali i po 10 puta itd.

4. Analiza zadataka na MOF na temu kretanja u centralnom gravitacionom polju

Osim porasta nivoa zadataka u periodu 1984–1994. godine, vrsta zadataka se takođe značajno mijenjala. Na prvim MOF zadaci su bili tek nešto složeniji od zadataka iz opšte fizike za univerzitete, a uz to je izbjegavana primjena diferencijalnog i integralnog računa. Postepeno – mada ne uvijek kontinuirano – povećavana je dužina teksta; danas je tekst jednog teorijskog zadatka dug 3–4 stranice, sa desetak pitanja unutar zadatka. Zadaci sada imaju jasnu strukturu koja vodi takmičara kroz rješavanje zadatka, za razliku od nekadašnjeg pristupa kada je bilo postavljeno 2–4 pitanja i prema krajnjim odgovorima bilo više puteva.

Ovdje smo pokušali da damo jedan presjek kroz zadatke na MOF na primjeru kretanja u centralnom gravitacionom polju, kao jednoj od najpopularnijih tema na teorijskom dijelu MOF. Napomenimo da je sastavljanje zadataka isklju-

čiva odgovornost organizatora MOF. Zadatke obično sastavljaju nastavnici sa nekog od vodećih univerziteta zemlje – domaćina.

Prvi zadatak na ovu temu zadan je na XI MOF u Moskvi 1979 (MOF 2000: 71–73; Kabardin, Orlov 1985: 33): spuštanje svemirskog broda na Mjesec. Zadatak je očigledno inspirisan grupom zadataka iz višetomne zbirke zadataka iz opšte fizike izdate na Moskovskom državnom univerzitetu „Lomonosov“ (Jakovljević 1977: 98–100). Zadatak je zahtijevao poznavanje Keplerovog kretanja po elipsi. Istina, mogao se riješiti primjenom zakona održanja energije i momenta impulsa, ali primjena tih zakona na kretanje po elipsi izlazi iz okvira standardnog srednjoškolskog programa fizike, gdje se uglavnom proučava kružno kretanje.

Na 16. MOF u Portorožu 1985. zadan je zadatak sa gravitacionom „asistencijom“ (MOF 2000: 119–125) kojom se putanja svemirske sonde mijenja skretanjem pri prolasku u blizini neke planete. Tako se može postići znatno manja brzina lansiranja sonde sa Zemlje prema spoljašnjim planetama Sunčevog sistema. O takvim je putanjama dosta pisano krajem 1970-ih i početkom 1980-ih godina jer su korišćene u istraživačkim misijama „Vojadžer“. Obično su korišćeni Jupiter ili Saturn i to više za preusmjerenje sonde nego optimizaciju putanje napuštanja Sunčevog sistema. U zadatku na MOF postavljen je, međutim, bio problem napuštanja Sunčevog sistema uz asistenciju Marsa. Za skretanje pri relativnoj brzini koja se implicitno pojavljuje u zadatku bio bi potreban ugao od 97° , a maksimalno se može postići oko 12° ; pri većem uglu sonda bi udarila u površinu Marsa! (Vidjeti analizu ovog zadatka u Dodatku.)

Na 20. MOF u Varšavi 1989. zadan je problem tri tijela koja se privlače po Njutnovom zakonu gravitacije (MOF 2000: 166–169; Menilerd 1996: 307–309). Radi se o relativno jednostavnom slučaju kretanja, ali koji zahtijeva poznavanje pojma centra mase i dosljedno vektorski pristup. Drugim riječima, radi se o zadatku koji je u suštini na nivou studenta druge godine fizike.

Na 21. MOF u Groningenu 1990. prvi dio jednog teorijskog zadatka se odnosio na sopstvene oscilacije vezanog satelita (MOF 2000: 175–176, 181–183; Menilerd 1996: 331–337). Istina, radilo se o vezivanju satelita zanemarljive mase za spejs šatl, ali bi problem bio složen i za studenta druge godine fizike.

Na 23. MOF u Helsinkiju 1992. zadan je rotirajući satelit sa radom (koji obavljaju elektromotori) u sistemu (MOF 2000: 198–199, 206–213; Menilerd 1996: 375–385). Iako formalno unutar Programa MOF, zadatak je prevazilazi nivo jednog prosječnog studenta starijih godina fizike.

Na 30. MOF u Italiji 1999. zadan je problem prolaska sonde pored Jupitera, analogan 2. dijelu pomenutog zadatka sa 16. MOF. Detaljnije se posmatra kretanje u sistemu Jupitera i traži veza između brzine sonde u tom sistemu, ugla skretanja i minimalnog dozvoljenog rastojanja od centra planete. Međutim, data je jednačina putanje u gotovom obliku tako da je zadatak relativno jednostavan.

Na 32. MOF u Antaliji 2001. u zadatku T2 radi se o gubitku mase zvijezde u jednom sistemu dvojne zvijezde. Postavka je nedovoljno precizna (nije zadan gubitak mase) i dijelom kontradiktorna.

Na 36. MOF u Španiji 2005. zadano je manevrisanje geostacionarnog satelita, sa prelaskom na eliptičnu ili hiperboličnu orbitu. Kao i na 30. MOF, data je putanja te je zadatak takođe jednostavan.

Na 42. MOF u Bangkoku 2011. zadan je ograničeni problem tri tijela, dobro poznat u nebeskoj mehanici, ali kojeg naravno nema u srednjoškolskom programu fizike, kao ni na studijama fizike. Jasno, za rješavanje zadatka nije bilo neophodno poznavati baš taj problem, ali znanje opštih principa bez izvjesnog prethodnog znanja o toj vrsti problema teško je moglo biti dovoljno za rješavanje većeg dijela zadatka.

(Zadaci sa novijih MOF preuzeti su sa veb-stranice <ip-ho.phy.ntnu.edu.tw/problems-and-solutions>.)

5. Globalizacija MOF: kraj XX i početak XXI vijeka

Do sredine 1980-ih godina MOF je bila pretežno ograničena na kontinentalnu Evropu. Iako od 1982. prema broju zemalja učesnica više nisu dominirale evropske socijalističke zemlje, stvarna globalizacija MOF počinje tek krajem 1980-ih godina. Taj se trend prvo može primijetiti u velikom povećanju broja vanevropskih zemalja učesnica. Zatim je prva vanevropska zemlja – domaćin bila Kuba 1991. godine, a onda se MOF održava 1993. u SAD, 1994. u Kini, 1995. u Australiji i 1997. u Kanadi.

Veliko povećanje broja zemalja učesnica od 1992. nije bilo uzrokovano samo globalizacijom već je bilo i posljedica raspada SSSR, SFRJ i ČSSR: od 3 države nastale su 23. Tokom 1990-ih godina došlo je ipak i do značajnog povećanja broja zemalja učesnica iz Azije i Latinske Amerike.

Globalizacija MOF nije se ogledala samo u povećanju broja vanevropskih zemalja – učesnica i zemalja – domaćina; došlo je i do naglog povećanja uspješnosti nastupa nekih azijskih, uglavnom dalekoistočnih, zemalja. Kao što je pomenuto, i karakter zadataka je značajno izmijenjen, što istina nije bila (samo) posljedica globalizacije, ali bi promjene nesumnjivo išle sporije da je MOF ostala manje-više evropska.

U vezi sa mogućom daljom globalizacijom MOF, postoji još prostora za povećanje broja zemalja – učesnica. Npr. iz Afrike redovno učestvuje samo Nigerija i posljednjih godina Južna Afrika. Međutim, već je iskazano mišljenje da broj zemalja – učesnica vjerovatno neće dostići 90 (Gorškovski 2007: 7). Osnovna prepreka daljem povećanju su troškovi učešća jer su putne troškove uvijek snosile zemlje – učesnice, a od 1997. postoji i tzv. dobrovoljna kotizacija od 500 \$ (u EU obično 500 €) po učesniku i vođi tima.

Zemlje – domaćini sada se određuju za 15 godina unaprijed i uglavnom su to zemlje koje su odavno učesnice MOF, a mnoge od njih su već organizovale MOF. Naročito su neke veće azijske zemlje zainteresovane da ponovo budu domaćini u doglednoj budućnosti. Posljednjih godina dvije zemlje EU (Belgija i Slovenija) su otkazale organizaciju MOF usljed velikih troškova, a zamijenile su ih azijske zemlje. Naime, MOF traje 9 ili 10 dana, tako da kotizacija učesnika –

čak i kada bi svi platili puni iznos – nije u nekim razvijenim zemljama dovoljna da pokrije sve troškove. Posebno je teško organizovati MOF u slučajevima kada organizator ne može da obezbijedi dovoljno *lokalnih* volontera, pa mora snositi dodatne troškove. Volonteri najviše rade kao vodiči i u komisiji za pregledanje radova, pri čemu radove uglavnom pregledaju nastavnici i saradnici univerziteta (eventualno i studenti fizike). Do 1996. organizator je morao obezbijediti prevođioca svakoj ekipi, a kasnije samo vodiča koji govori engleski. I materijalni troškovi su visoki: treba nabaviti blizu 400 identičnih eksperimentalnih uređaja, odnosno 200 ako se eksperiment radi u 2 smjene.

6. Ostala međunarodna naučna takmičenja

Danas postoji veliki broj različitih međunarodnih takmičenja učenika iz različitih naučnih disciplina. Ovdje su uključene manifestacije koje imaju stvarni takmičarski karakter i koje su šire poznate.

6. 1. Olimpijade iz drugih naučnih disciplina

Već smo naveli da najdužu tradiciju ima Međunarodna matematička olimpijada (MMO). Ne samo da su MMO počele osam godina prije MOF, nego su imale samo jedan prekid (1980). Osim toga je i broj zemalja – učesnica se povećao, preko stotinu ih je. Naročito ima mnogo vanevropskih, dok je rekord MOF bio 83 zemlje 2011. godine. SFRJ se takmičila na MMO mnogo redovnije i sa većim uspjehom nego na MOF. Ova upadljiva razlika bi zahtijevala posebnu analizu; ovdje samo konstatujemo da su takmičenja iz matematike u nas uvijek uživala veću podršku i bila znatno popularnija među učenicima.

Od međunarodnih olimpijada iz ostalih predmeta, dugu tradiciju ima samo Međunarodna olimpijada iz hemije (MOH). MOH se održava od 1968. godine, a nije održana samo 1971. tako da je broj održanih MOH za jedan veći nego MOF. Sistem takmičenja se unekoliko razlikuje od MOF: tim ima četvoro takmičara, postoje pripremni zadaci koji se šalju zemljama – učesnicama nekoliko mjeseci prije početka olimpijade, granice za priznanja su strože itd. Postoji još jedna razlika u odnosu na MOF i MMO: na MOH nije, bar zvanično, dozvoljeno učešće učenika srednjih hemijskih škola, što je potpuno suprotno u odnosu na MMO i MOF koje su značajno uticale na promociju specijalnih matematičkih škola (npr. Matematičke gimnazije u Beogradu). Istina, srednje hemijske škole su uglavnom škole hemijskih zanimanja, a ne talenata, ali ova zabrana govori da MOH promovise hemiju kod učenika koji je nisu već izabrali kao struku. Broj zemalja – učesnica na MOH je u početku bio skoro isti kao na MOF, zatim je rastao nešto sporije da bi se danas ponovo skoro izjednačio sa MOF. SFRJ je na MOH učestvovala još manje nego na MOF, samo nekoliko puta.

U Međunarodne naučne olimpijade (International Science Olympiads) obično se pored MMO, MOF i MOH ubrajaju i Međunarodna olimpijada iz informatike (MOI održava se od 1989) i iz biologije (od 1990). Van ove grupe na-

laze se olimpijade sa kraćom tradicijom, npr. olimpijade iz geografije i astronomije koje se održavaju od 1996. MOI se održava krajem ljeta, pa na njoj mogu učestvovati i učenici koji su se iste godine takmičili na MMO ili MOF, što se često i dešava. Od 2007. održavaju se Međunarodna olimpijada iz astronomije i astrofizike (nastala zbog nezadovoljstva olimpijadom iz astronomije) i iz geonauka. Postoje i neka takmičenja projekata, turniri, kao i dvije olimpijade iz humanističkih nauka (filozofije i lingvistike).

Međunarodna juniorska naučna olimpijada (International Junior Science Olympiad) se održava od 2004. godine. Na tom takmičenju pitanja su iz više prirodnih nauka, pri čemu pitanja iz fizike igraju značajnu ulogu. Učestvuju uglavnom učenici završnih razreda osnovnih škola. Od prvih deset olimpijada, nijedna nije održana u Evropi.

6.2. Međunarodna regionalna takmičenja iz fizike

Prema dostupnim podacima, prvo međunarodno regionalno takmičenje iz fizike bila je Balkanska olimpijada iz fizike, koja se održavala od 1986. do 1988. godine. Postoji mišljenje da su balkanijade prekinute zbog rata (Gorškovski 2007: 7), ali to je očigledno pogrešno. Uostalom, i savezna takmičenja studenata fizike SFRJ su prekinuta iste godine (počela su 1983), dakle znatno prije rata u bivšoj Jugoslaviji.

Takođe su 1980-ih godina postojale i Zalivske olimpijade iz fizike, na kojima su učestvovala arapske zemlje Zaliva. Održane su 4 takva takmičenja. Prva Iberoamerička olimpijada održana je 1992, druga tek 1997, ali su kasnije ova takmičenja uspostavila kontinuitet.

Daleko najuspješnije „regionalno“ – u stvari kontinentalno – takmičenje iz fizike je Azijska olimpijada iz fizike (AOF), prvi put održana 2000. AOF se održava svake godine približno dva mjeseca prije MOF. Uvođenje AOF vrlo se povoljno odrazilo na uspjeh takmičara iz azijskih zemalja na MOF. Uspjeh AOF je bio takav da se pojavila inicijativa za uvođenje Evropske olimpijade iz fizike, ali osim sastanka u martu 2008. u Švajcarskoj za sada se nije daleko otišlo.

6.3. Svjetska olimpijada iz fizike i njen odnos prema MOF

AOF je pokrenulo nekoliko fizičara iz Indonezije koji su, inspirisani velikim uspjehom AOF, 2010. pokrenuli Svjetsku olimpijadu iz fizike (SOF, na engleskom World Physics Olympiad). SOF je zamišljena kao elitno takmičenje: pravo učešća imaju dobitnici zlatnih i srebrnih medalja na MOF – oko 100 učenika – kao i 100 učenika odabranih u preliminarnoj fazi takmičenja preko interneta (od njih su neki takođe učesnici MOF). SOF se održavaju oko Nove godine, prva je održana početkom 2011. godine u Indoneziji. Sekretarijat MOF ima pozitivan odnos prema SOF, a u organizaciji SOF nalaze se mnogi fizičari aktivni na MOF. Za razliku od MOF, troškove učesnika pretežno snosi organizator.

Očigledno je da motivacija za uvođenje SOF dijelom ima veze sa činjenicom da je MOF postala masovno takmičenje (oko 80 zemalja sa 380 takmičara) i da su granice za dobijanje priznanja liberalne, pa najbolji takmičari ne mogu dovoljno doći do izražaja. Npr. na MOF najmanje 8% učesnika dobija zlatnu medalju i 17% srebrnu, ali su ti procenti u praksi i veći.

7. Učešće Bosne i Hercegovine i Republike Srpske na MOF

Do 2000. godine učenici iz Republike Srpske su se mogli plasirati na MOF preko ekipe SRJ, ali je, u stvari, samo 1997. bio jedan takmičar iz RS (Vladimir Šamara iz Gimnazije Banja Luka), koji je na MOF osvojio pohvalu. Ekipa Bosne i Hercegovine je učestvovala na MOF još od 1996. godine, ali je do 2000. to, defakto, bila ekipa Federacije BiH koja je u tom periodu osvojila jednu pohvalu (1998. godine).

Državna takmičenja iz fizike učenika srednjih škola BiH održavaju se od 2001. godine naizmjenično u Sarajevu, Brčkom i Banjoj Luci. Na takmičenju učestvuje dvadesetak učenika izabranih na entitetskim takmičenjima (i eventualno iz Brčko distrikta). Prema dogovoru entitetskih društava fizičara, svaki entitet ima pravo da pošalje bar po jednog učenika na MOF bez obzira na plasman na državnom takmičenju. U nekoliko navrata Republika Srpska je zaista poslala učenika na taj način jer se niko od učenika iz Republike Srpske nije plasirao među prvih pet na državnom takmičenju. Veoma rijetko se dešava da se iz Republike Srpske plasiraju dva takmičara.

S obzirom da se iz Republike Srpske obično plasira samo jedan učenik na MOF, kao i da nema odgovarajućih kadrovskih mogućnosti ni opreme, u Republici Srpskoj se ne organizuju posebne pripreme za MOF. Učenici idu na pripreme u Srbiju ili Federaciju BiH. To se može smatrati optimalnim rješenjem jer učenici iz Srbije tradicionalno postižu dobar uspjeh na MOF, a i učenici iz Federacije BiH su posljednjih godina bili uspješni.

Na MOF održanim do 2013. ekipa BiH je osvojila sljedeća priznanja: 1 srebrnu i 4 bronzane medalje, kao i 18 pohvala. Od toga su učenici iz Republike Srpske osvojili samo tri pohvale. Takođe je samo jedna od te tri pohvale osvojena pri prvom nastupu na MOF (i to tek ove godine). Pohvalu dobijaju učenici čiji je skor između gornjih 50% i 67% ukupnog broja učesnika (gornjih 50% dobijaju medalje, a oni ispod 67% ne dobijaju ni pohvalu). Međutim, u posljednjih nekoliko godina ti se procenti određuju prije moderacije (žalbi) na ocjene Komisije za pregledanje, pa stvarni procenti nakon moderacije budu još veći: oko 70% učesnika osvoji neko priznanje. Dakle, pohvala se može smatrati zadovoljavajućim ali ne i dobrim rezultatom.

Kada se radi o rezultatima učenika iz Federacije BiH, znatan procenat priznanja – naročito medalja – osvojili su učenici Tursko-bosanskog Sarajevo koledža, koji je specijalna privatna škola. Međutim, jasno je da su učenici iz Federacije BiH i bez polaznika tog koledža znatno uspješniji posljednjih nekoliko

godina. Do 2001. nije bilo razlika između učenika iz Republike Srpske i Federacije BiH po postignutim priznanjima na MOF.

Već smo naglasili da je, zvanično, MOF *individualno takmičenje učenika*, pa je svako rangiranje zemalja neformalno. Međutim, čak i na zvaničnom sajtu MOF može se naći rangiranje zasnovano na kriterijumu efikasnosti učešća, koji se izražava formulom (Gorškovski 2007: 8)

$$E = \frac{n_1 + 0,75n_2 + 0,5n_3 + 0,25n_4}{V} 100\%,$$

gdje su n_1, n_2, n_3, n_4 brojevi osvojenih zlatnih, srebrnih i bronzanih medalja i pohvala u posmatranom periodu, respektivno, a V je broj mogućih učesnika (tj. $5 \times$ broj učešća, osim na prvih nekoliko MOF).

U prvih dvadesetak godina bila je praksa da se uspješnost ekipa mjeri ukupnim brojem osvojenih bodova (Kabardin, Orlov 1985: 7). Kasnije je taj kriterijum bilo praktično nemoguće primijeniti, osim za najbolje ekipe, iz dva razloga: 1) neke zemlje šalju manje od 5 takmičara i 2) objavljivanje bodova učenika koji nisu osvojili priznanja je zabranjeno (tj. poznato je samo vođama ekipe i malom broju saradnika na organizaciji MOF). Utisak je da je taj kriterijum bio objektivniji, npr. ekipa BiH je ponekad ostajala bez priznanja iako bodovno nije bila tako neuspješna. Osim toga, kriterijum E bi trebalo modifikovati jer su od 2007. granice za priznanja spuštene, pa se rezultati poslije 38. MOF ne mogu direktno porediti sa ranijim.

Indikativno je uporediti uspjeh ekipe BiH na MOF sa uspjehom ostalih država nastalih iz SFRJ (tabela 1). Podatak za SFRJ je korigovan u odnosu na objavljeni E zbog pomenute greške (nije bilo učešća 1979), ali je rang dat u poređenju sa E u cijelom periodu do 2005. za zemlje koje su imale bar 5 učešća do 1991. Do tada su manje uspješne od SFRJ konzistentno bile samo skandinavske zemlje, Italija i Austrija.

Uspjeh ekipa se značajno poboljšao u posljednjih nekoliko godina, osim Makedonije. Iz tabele nije vidljivo da su se u posljednje tri godine ekipe Slovenije, Hrvatske i BiH dosta približile po uspjehu i kreću se oko rezultata od 25% (prosječno jedna pohvala *po učesniku* godišnje), što je blizu sredine svih ekipa na MOF jer prosječna zemlja – učesnica ima E oko 30% (29,8% u periodu 1996–2005, a sada, zbog izmjene pravila, nešto iznad 30%). Postoji i – možda prestrog – stav da samo zlatna i srebrna medalja predstavljaju uspješan nastup na MOF. Po tom, u suštini kvalitativnom, kriterijumu samo je ekipa Srbije uspješna, a i ona je samo jednom (kao SRJ 1999) ostvarila veliki uspjeh osvojivši 1 zlatnu i 4 srebrne medalje.

Tabela 1: Efikasnost učešća SFRJ i iz nje nastalih država prema kriterijumu E

Država	E (1967–2005)	uslovni rang (od 69)	E (2006–2013)
SFRJ	21,3	18. (od 25)	-
SRJ/SCG	35,0	22.	-
Srbija	-	-	46,9
Hrvatska	11,8	45.	22,5
Slovenija	20,4	33.	31,2
BiH	3,0	62.	15,0
Makedonija	3,3	60.	0,0
Crna Gora	-	-	5,0

Upoređujući uspjeh posljednjih godina sa zemljama šireg okruženja vidimo (IPhO List of Winners 2010) da je BiH bliska po efikasnosti učešća Austriji, a Srbija Bugarskoj. Mađarska i Rumunija su bile među najboljim zemljama – učesnicama, a sada su oko 10. mjesta. Crna Gora je uporediva sa Grčkom i Albanijom.

Relativno uspješan nastup Srbije na MOF u posljednjih petnaestak godina može se znatnim dijelom objasniti postojanjem tzv. mentorskih odjeljenja Matematičke gimnazije u Beogradu. To su mala odjeljenja koja pohađaju učenici koji su se već istakli na takmičenjima. Drugi razlog je dosta veliki interes za takmičenja učenika, uključujući i nemalu medijsku pažnju. Takođe su i pripreme ekipe na prilično visokom nivou. Jedan detaljniji pregled statistike MOF ukazuje na to da korelacija između veličine zemlje i uspjeha na MOF nije tako velika (izuzimajući 4–5 najvećih država).

Kad se radi o uspješnosti BiH na MOF, dosta slab uspjeh do 2007. je bio nastavak predratnog stanja, kada su učenici iz BiH bili daleko uspješniji na matematičkim olimpijadama nego na MOF.

Posljednje republičko takmičenje SR BiH je održano u Sarajevu tokom prvih dana rata, a savezno takmičenje – koje se trebalo održati u maju 1992. u Mostaru – nije ni održano. Naravno, učenici iz BiH nisu tada ni mogli učestvovati na MOF. Takmičenja iz fizike su obnovljena tokom rata, ali je uspostavljen diskontinuitet u smislu sistema takmičenja, ljudi koji su ih provodili itd. U Republici Srpskoj od rata postoji sistem takmičenja po razredima, s tim da su prvih godina zadaci bili preuzimani sa takmičenja u Srbiji. Učenici iz Republike Srpske su učestvovali na takmičenjima koja su nastavila tradiciju saveznih takmičenja i održavana su do raspada SCG 2006. godine. Do 2000. godine učenici su se mogli plasirati na MOF sa tog takmičenja, ali, kao što je navedeno, samo se 1997. zaista i plasirao jedan učenik. U Federaciji BiH je ostao sistem takmičenja po oblastima, ali je, očigledno s ciljem kvalitetnijeg učešća na državnim takmičenjima i MOF, uvedena i nova oblast D koja uključuje cijelo srednjoškolsko gradivo iz fizike.

Što se tiče mogućnosti da BiH bude zemlja – domaćin MOF, jasno je da ni sada ni u doglednoj budućnosti ne bismo mogli preuzeti tu odgovornost. Ta mogućnost je i inače samo teoretska jer danas postoji dovoljno zemalja zainteresovanih za organizaciju.

8. *Problem slabog uspjeha učenika iz Republike Srpske*

Do sada je na MOF učestvovalo petnaestak takmičara iz Republike Srpske, a osvojene su 4 pohvale, što se može smatrati slabim uspjehom, iako je pozitivno da su od te 4 pohvale dvije osvojene u posljednjih nekoliko godina. Period posebno slabog uspjeha takmičara iz Republike Srpske na MOF, pa i na državnim takmičenjima, bila je druga polovina protekle decenije. Dio uzroka u tom periodu nesumnjivo je bio povezan sa odlaskom u penziju republičkih savjetnika koji su ranije provodili takmičenja u Republici Srpskoj, kao i nekim drugim tada izraženim problemima.

Pokušaćemo da identifikujemo neke dugoročnije uzroke slabog uspjeha učenika iz RS na državnim takmičenjima i MOF, te moguće načine poboljšanja uz svaki od identifikovanih uzroka.

1. *Mali interes učenika za takmičenja iz fizike:* 2–3 puta manji nego interes za takmičenja iz matematike (neformalna anketa prof. D. Krunića). Nisu nam poznati odnosi koji vladaju u okruženju, tako da je teško procijeniti relativni uticaj ovog faktora.

Jasno je da se na relativno slabu zainteresovanost učenika vrlo teško može djelovati jer taj problem odavno postoji. Stipendiranje najboljih bi naravno imalo pozitivan uticaj.

2. *Slaba motivisanost profesora za rad sa talentovanim učenicima.* Na republičkim takmičenjima iz fizike uglavnom učestvuju učenici istih, relativno malobrojnih profesora – to je krug od možda tridesetak kolega koje već niz godina pripremaju takmičare. Samo u Banjoj Luci i Bijeljini ima više zainteresovanih profesora dok u drugim sredinama djeluju uglavnom usamljeni pojedinci.

Bolja motivisanost profesora se može postići pridavanjem većeg značaja pripremanju takmičara i nagrađivanjem profesora čiji učenici konzistentno postižu dobar uspjeh na takmičenjima. Mislim da bi gimnazijskim profesorima, naročito deficitarnih struka kakva je fizika, trebalo dati u izvjesnom smislu poseban status, ali to vjerovatno nije moguće u sadašnjem sistemu.

3. *Slaba pripremljenost profesora za zadatke na nivou državnog takmičenja i MOF.* Kao što smo vidjeli na primjeru u § 4, danas su zadaci na MOF takvi da znanje opšte fizike nije dovoljno; potrebno je znanje iz teorijske fizike (misli se na zadatke iz uvodnih poglavlja kurseva teorijske fizike, a ne na napredne teme u kojima obično dominira formalizam), pa i eksperimentalne fizike. U stvari, pitanje je da li srednjoškolski profesori uopšte i mogu pripremati učenike za MOF; u toj

ulozi moraju biti saradnici i nastavnici univerziteta, ali za državno takmičenje bismo morali imati solidno pripremljene profesore.

U Republici Srpskoj, istorijski posmatrano, ima malo fizičara koji su završili zahtjevne studije (npr. na fizičkom fakultetu) sa dobrim uspjehom, a još manje profesora koji su i sami bili takmičari. Još uvijek ima dvopredmetnih profesora koji su završili Pedagoški fakultet u Rijeci, pa nisu ni slušali (puni) kurs teorijske fizike. Republika Srpska neće vjerovatno nikada ni imati solidno pripremljenog *prosječnog* profesora, te se mora voditi računa o tome ko predaje u vodećim gimnazijama u Republici. Nema jasnog kriterijuma po kojem bi se mogli birati profesori, ali uspješnost na studijama i uspješnost njihovih takmičara bi morali biti osnovni. Dakle, na vodećim gimnazijama bi morali predavati oni koji su (a) bili dobri studenti i (b) koji su se već dokazali u radu. Postoje i neke mogućnosti poboljšanja pripremljenosti profesora, npr. uvođenje naprednog kursa opšte fizike i izbornog kursa rada sa nadarenim učenicima na master-studijama, seminari za profesore koji pripremaju takmičare itd.

4. *Takmičenja u Republici Srpskoj su od početka dio školskog sistema u mnogo većoj mjeri nego u okruženju:*

- a. program republičkog takmičenja je do 2011. bio identičan programu fizike u gimnazijama Republike Srpske (i najmanje odstupanje u zadacima za pojedine razrede smatrano je neregularnim);
- b. za takmičenja je po Zakonu o državnoj upravi nadležan Pedagoški zavod Republike Srpske (što je, po našim saznanjima, jedinstven slučaj u regionu), a on je organ državne uprave;
- c. nivo zadataka do republičkog takmičenja je daleko ispod nivoa MOF, a i tip zadataka je potpuno različit.

Problem a. već se dijelom rješava (vidjeti dolje). U regionu su organizatori takmičenja bar dijelom društva fizičara, ali Društvo fizičara Republike Srpske (DFRS) nije aktivno. Tradicionalno, takmičenja su osnovna, a kod nekih skoro i jedina, djelatnost društava fizičara u regionu te se bez te nadležnosti ne može ni očekivati aktivan rad DFRS. Našli smo se, dakle, u začaranom krugu: bez takmičenja nema ozbiljnih i aktivnih društava u mnogim profesijama, a bez ozbiljnih profesionalnih društava ne može im se prepustiti organizacija takmičenja. Izlaz iz tog kruga se ne nazire. Idealno rješenje bi bilo da Zavod sprovodi takmičenja samo organizaciono, a da stručni dio bude povjeren ili profesionalnim društvima ili plaćenim profesionalcima (angažovanim po ugovoru). Potrebno je, naime, obezbijediti nivo zadataka i cijelog takmičenja koji bi bio kompatibilan sa višim nivoima (državnim takmičenjem i MOF). Imalo bi smisla osnovati i posebnu agenciju za takmičenja i testiranja učenika (kao

- npr. u Crnoj Gori), ali bi to bilo najskuplje rješenje. Bilo koje rješenje ne bi bilo specifično za fiziku: odnosilo bi se na *sva* takmičenja.
5. *U Republici Srpskoj nema specijalnih matematičkih odjeljenja* sa malim brojem učenika. Usmjerene gimnazije se nisu pokazale kao rasadnici talenata, naprotiv. Postavlja se pitanje nastavnika koji bi predavali u tim odjeljenjima. U Republici Srpskoj nema profesora srednje škole ni asistenata koji su bili uspješni takmičari te bi – prema iskustvu u Srbiji – bili idealni predavači u takvim odjeljenjima. Postoji prijedlog uvođenja tri mala matematička odjeljenja (Babić 2012). Problem nastavnika u tim odjeljenjima je osnovni: rutinsko održavanje nastave iz matematike i fizike ne bi imalo smisla, a funkcija predavača nije pretežno da motiviše učenike (podrazumijeva se da su oni u tom odjeljenju sa jakim motivima) nego da ih uvježbava i usmjerava u radu. Drugi problem će biti mali broj učenika: ako npr. uporedimo procenat učenika u takvim odjeljenjima u odnosu na ukupan broj učenika u Srbiji, u jednoj generaciji bi bilo jedva 20 učenika u cijeloj Republici Srpskoj. Ta bi odjeljenja, dakle, bila *veoma* mala, osim možda u Banjoj Luci. Treći problem je da bi znatna većina učenika bila zainteresovana za matematiku i/ili informatiku, a ne za fiziku.
6. *Nemotivisanost fizičara na univerzitetima za rad na takmičenjima.* Velikim dijelom, razlog je u tome što se uspješni takmičari u Republici Srpskoj upisuju na fakultete u Srbiji ili eventualno tehničke fakultete u RS, tako da na studijima fizike u RS nemamo uspješnih takmičara. U vezi sa premalim interesom među takmičarima za studije fizike (odnosno matematike i fizike) na našim univerzitetima, koji djeluje demotivujuće na interes univerziteta za takmičenja, gotovo jedini način popravljanja situacije bi bilo specijalno stipendiranje takmičara za te studije i otvaranje mogućnosti da ti stipendisti postanu asistenti na državnim univerzitetima u RS. Takvim stipendiranjem je svojevremeno u Sloveniji postignuto da uspješni takmičari upisuju fiziku.
7. *Nedostatak kontinuiteta u vođenju ekipe ispred Republike Srpske.* RS obično šalje jednog od dvoje vođa ekipe BiH na MOF, ali nijedan od vođa iz RS nije bio na više od tri MOF, dok je predstavnicom ekipe iz FBiH vođa od prvog učešća BiH 1996. godine (neke vođe ekipa su bile i na više od 20 MOF). Potrebno je odrediti dva fizičara sa univerziteta koji mogu ići na MOF umjesto da se svake godine pravi problem oko izbora. Statut MOF je jasno definisao uslove koje moraju ispunjavati vođe ekipa – da mogu kompetentno riješiti zadatke sa MOF i da znaju engleski jezik.

Neki od nabrojanih problema su zaista specifični za RS, ali postoje i problemi prisutni u regionu i šire. Prvi od tih problema je prisutan već duže vremena, ali nedovoljno poznat. Radi se o otporu takmičenjima koji pruža jedan broj

fizičara. Nije nam poznato da li takav otpor postoji među matematičarima, na primjer.

Drugi problem je noviji – pojavio se u posljednjih petnaestak godina. Naime, danas postoji sve veći broj takmičenja iz raznih oblasti i na raznim nivoima – čak i na međunarodnom, kao što smo vidjeli u § 6. Na taj način tradicionalna takmičenja iz egzaktnih nauka – koja bi morala imati poseban status s obzirom na tradiciju i visok akademski nivo – gube na relativnom značaju. Postoji tendencija kod nadležnih da se sva takmičenja tretiraju skoro jednako, što bi u budućnosti moglo postati sve veći problem. Trebalo bi pokušati napraviti bar neformalnu listu prioriternih takmičenja.

Neke promjene takmičenja na republičkom nivou su već sprovedene. Npr., od 2012. učenici starijih razreda imaju i po jedan ili dva zadatka iz prethodnih razreda tako da su nešto bolje pripremljeni za državno takmičenje. Probano je i sa pripremama za državno takmičenje (2009. i 2010), ali se ispostavilo da nema dovoljno takmičara koji bi aktivno učestvovali u pripremama i imali dobre šanse za plasman na MOF. Naime, kombinacija navedenih faktora dovela je do toga da mi u RS svake godine imamo samo po 3–4 zaista ozbiljna takmičara u svim razredima uzetim zajedno! Tako danas RS na državno takmičenje šalje znatno manji broj učenika nego što ima pravo po dogovoru entitetskih društava fizičara jer smo ranije imali slučajeve da i po dva-tri najslabije plasirana učenika iz RS na tom takmičenju ne osvoje gotovo nijedan bod.

Još uvijek postoje dileme u vezi sa budućnošću takmičenja iz fizike u RS. Moguće je uvođenje „opšte“ grupe na republičkom takmičenju, po ugledu na grupu D u Federaciji BiH. Kao alternativa predložena je i organizacija „Olimpijade RS“ kao posebnog izbornog takmičenja na kojem bi se određivala ekipa RS za državno takmičenje. Naime, postojeći sistem takmičenja po razredima ne omogućava optimalnu selekciju takmičara jer učenici koji najbolje poznaju cijelo gradivo iz fizike ne mogu dovoljno doći do izražaja.

Potrebno je definisati neke ciljeve i očekivanja u poboljšanju uspjeha učenika iz RS u narednom periodu. Realno bi bilo očekivati da svaki drugi učenik iz RS osvoji neko priznanje na MOF. Ni osvajanje jedne bronzane medalje u narednom srednjoročnom periodu ne bi bilo nerealno. Time bi i efikasnost učesća ekipe BiH ostala bar na 25% dostignutih u posljednje tri godine, što se može smatrati zadovoljavajućim. Morali bismo raditi i na tome da RS povremeno ima i po dva učesnika na MOF.

Prilikom bilo kakvih odluka u vezi sa MOF, pa i državnim takmičenjima, *ne treba se rukovoditi trenutnim uspjehom ili neuspjehom*, a na to su skrenuli pažnju i dugogodišnji lideri MOF. Dakle, mjerenje uspjeha treba biti zasnovano na trogodišnjim ili višegodišnjim prosjecima.

9. Zaključci

Međunarodne olimpijade iz fizike (MOF) su, poslije međunarodnih matematičkih olimpijada, najstarije i najprestižnije takmičenje učenika srednjih

škola. MOF se održavaju od 1967, ali su do 1983. bile uglavnom ograničene na kontinentalnu Evropu. Do globalizacije dolazi krajem 1980-ih i tokom 1990-ih godina, od kada vanevropske zemlje imaju sve veći uspjeh i uticaj.

SFRJ je učestvovala na većini MOF do 1991, ali većinom sa dosta slabim uspjehom, naročito od 1984. kada je počeo trend povećanja nivoa zadataka. U ekipi SFRJ učestvovalo je i 9 učenika iz BiH, od kojih je samo jedan osvojio priznanje.

Analiza zadataka sa teorijskog dijela takmičenja na jednu od popularnih tema pokazala je da je zaista postojao trend povećanja nivoa zadataka do sredine 1990-ih godina, što je statistički bilo poznato i ranije. Primijećena je i jedna greška u zadatku kada je SFRJ bila zemlja – domaćin, kao i da su zadaci na toj MOF bili znatno jednostavniji u odnosu na MOF koje su joj neposredno prethodile ili iza nje slijedile.

Takmičenja u SFRJ na svim nivoima nisu, dakle, pratila trend povećanja nivoa u svijetu. Tek nakon prestanka povećanja nivoa zadataka – sredinom 1990-ih godina – neke od država nastalih raspadom SFRJ su počele postizati značajnije uspjehe na MOF.

Bosna i Hercegovina u posljednjih nekoliko godina postiže rezultate u donjoj sredini zemalja – učesnica MOF, a od zemalja neposrednog okruženja jedino Srbija se može smatrati zaista uspješnom. Na MOF je do sada učestvovalo petnaestak učenika iz RS, a osvojili su 4 pohvale, međutim, nijednu medalju.

Postoje mnogi uzroci slabog uspjeha takmičara iz RS: slaba zainteresovanost učenika i profesora, pretjerana vezanost takmičenja za školski sistem, nedostatak specijalnih odjeljenja itd. Postoje mogućnosti za poboljšanje uspjeha takmičara iz RS. Značajnije poboljšanje zahtijeva dugoročne napore, koji su djelimično već u toku. Dalji problem sa kojim su suočena takmičenja iz fizike je sve veći broj raznih takmičenja na svim nivoima, pa i na međunarodnom, zbog kojeg su izgubila na relativnom značaju.

Dodatak: *Analiza zadatka T3 sa XVI MOF*

Zadatak je postavio jedan saradnik Instituta za fiziku Sveučilišta. Ovdje navodimo originalni (hrvatski) tekst (Smontara 1985: 3).

U programu svemirskog istraživanja razmatraju se dvije sheme lansiranja svemirske sonde izvan Sunčevog sistema. Po prvoj shemi (i) sonda se lansira s dovoljno velikom brzinom da se oslobodi Sunčevog sistema direktno. Po drugoj shemi (ii) sonda se treba približiti jednoj od vanjskih planeta, a zatim uz njenu pomoć promijeniti svoj smjer gibanja i dostići brzinu dovoljnu za oslobađanje od Sunčevog sistema. Pretpostavi da se sonda giba pod utjecajem gravitacionog polja ili samo Sunca ili samo planete, ovisno o tome koje je polje jače na tom mjestu.

a) Odredi minimalnu brzinu v_a i njen smjer u odnosu na gibanje Zemlje, koju treba dati sondi prilikom lansiranja po shemi (i).

b) Pretpostavi da je sonda lansirana u smjeru određenom pod a) ali s drugačijom brzinom v_b u odnosu na Zemlju. Odrediti brzinu sonde kad ona siječe putanju Marsa, tj. njenu paralelnu i okomitu komponentu u odnosu na tu putanju. Mars nije u blizini točke presijecanja u trenutku kad se presijecanje događa.

c) Neka sonda uđe u gravitaciono polje Marsa. Nađi minimalnu brzinu lansiranja sa Zemlje, dovoljnu da bi se sonda oslobodila Sunčevog sistema. *Napomene:* Iz rezultata pod a) su poznati optimalni iznos i smjer brzine sonde koji su nužni da bi se ona oslobodila gravitacionog polja Marsa. (Ne treba brinuti o točnom položaju Marsa za vrijeme susreta). Nađi relaciju između te brzine i komponenta brzine prije nego što sonda uđe u gravitaciono polje Marsa, tj. komponenta brzine određenih u b). Što je sa zakonom očuvanja energije sonde?

d) Ocijeni najveću moguću relativnu uštedu energije po shemi (ii) u usporedbi sa shemom (i).

Napomene: Pretpostavite da se sve planete okreću oko Sunca po kružnicama, u istom smjeru i u istoj ravnini. Zanemarite otpor zraka, rotaciju Zemlje oko njene osi kao i energiju potrošenu za oslobađanje sonde iz gravitacionog polja Zemlje.

Brzina Zemlje po putanji oko Sunca je 30 km/s, dok je omjer udaljenosti Zemlje i Marsa od Sunca 2/3.

U zadatku je eksplicitno uvedena pretpostavka A: *zanemaruje se energija potrošena na oslobađanje sonde iz gravitacionog polja Zemlje.* Poznato je da druga kosmička brzina, tj. brzina potrebna za napuštanje gravitacionog polja Zemlje, iznosi 11,2 km/s, a ta brzina definitivno nije mala u poređenju sa ostalim brzinama koje se pojavljuju u zadatku. Nije sasvim jasno zašto je usvojena pretpostavka A jer je poznata – čak i u srednjoškolskim udžbenicima (Dimić, Radivojević 1973: 124) – treća kosmička brzina, tj. brzina potrebna da sonda napusti Sunčev sistem direktno po shemi (i) bez pretpostavke A, koja iznosi 16,6 km/s. Takođe je činjenica da je energija potrebna za savlađivanje otpora vazduha (po

putanjama pogodnim za takvu misiju) znatno manja čak i od energije potrebne za ulazak u nisku Zemljinu orbitu (Debra 1971: 117), koja je dvostruko manja od energije potrebne za napuštanje gravitacionog polja Zemlje. Naravno, pretpostavka o zanemarivanju otpora vazduha pravi se jer se otpor ne može analitički izračunati, ali je ona i kvantitativno mnogo prihvatljivija od pretpostavke A.

Iako nerealna i vjerovatno nepotrebna, pretpostavka A je bar jasno iskazana. Sasvim je druga situacija sa – impliciranom u pitanju c) – pretpostavkom B: *sonda može skrenuti u gravitacionom polju Marsa za potreban ugao pri datoj relativnoj brzini ulaska u gravitaciono polje Marsa*. Uz pretpostavku B, rješenje navedeno u mnogim referencama (Smontara 1985: 84–85; Menilerd 1996: 191–196; MOF 2000: 124–125) je tačno, ali ćemo pokazati da je pretpostavka B pogrešna!

Pronađimo najmanje rastojanje d_{\min} od centra Marsa koje bi sonda dostigla krećući se po pretpostavljenoj putanji u blizini te planete. Relativna brzina sonde potrebna da bi kasnije napustila Sunčev sistem nađena je u rješenju zadatka i jednaka po intenzitetu

$$v_s'' = (\sqrt{2} - 1)v_M = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{r}v_Z = 10,1 \text{ km/s},$$

gdje je $r = 2/3$ odnos (srednjih) udaljenosti Zemlje i Marsa od Sunca, a v_M i v_Z (srednje) orbitalne brzine Marsa i Zemlje, respektivno. Sada se kretanje sonde može posmatrati u odnosu na Mars. Daleko od Marsa, sonda će prije prolaska pored planete imati brzinu \vec{v}'' , a nakon prolaska brzinu \vec{v}''' istog intenziteta v_s'' , ali pravca koji se razlikuje za ugao β .

Prvo je potrebno naći ugao β . Na sl. 1 imamo $|\vec{v}''| = |\vec{v}'''| = v_s''$ i zaključujemo da važi

$$-\cos \beta = \frac{v_{\parallel}''}{v_s''},$$

gdje je brzina v_{\parallel}'' (implicitno) nađena u rješenju i jednaka

$$v_{\parallel}'' = v_{\parallel} - v_M = (v_b' + v_Z)r - \sqrt{r}v_Z,$$

gdje je $v_b' = 5,5 \text{ km/s}$. Zamjenom dobijenih vrijednosti nalazimo $\beta = 97^\circ$.

Putanja sonde u gravitacionom polju Marsa predstavlja jednu granu hiperbole (sl. 2). Brzine \vec{v}'' i \vec{v}''' imaju pravce asimptota hiperbole, a njihova rastojanja od centra Marsa C (tj. jedne od žiža hiperbole) označićemo sa $l = \overline{CD}$. Iz analitičke geometrije je poznato da je $l = b$, gdje je b jedna poluosa hiperbole, kao i da je $\overline{CO} = a$ druga poluosa. Za žižno rastojanje $\overline{CO} = c$ važi

$$c^2 = a^2 + b^2. \quad (1)$$

Iz trougla CDO vidimo da važi $\overline{OD} = a$, kao i

$$\text{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{a}{b}. \quad (2)$$

Očigledno,

$$d_{\min} = \overline{CB} = c - a. \quad (3)$$

Eliminacijom c i a iz relacija (1), (2) i (3) nalazimo

$$d_{\min} = b \left(\frac{1}{\cos \frac{\beta}{2}} - \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right). \quad (4)$$

Zakon održanja momenta impulsa daje

$$m v_s'' b = m v_B d_{\min}, \quad (5)$$

gdje je m masa sonde, a v_B brzina sonde u tački B, tj. centru Marsa najbližoj tački putanje.

Zakon održanja energije daje

$$\frac{1}{2} m v_s'^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{\gamma M_M m}{d_{\min}}, \quad (6)$$

gdje je M_M masa Marsa.

Iz (5) i (6) uz upotrebu (1) i (3) nalazimo

$$a = \frac{\gamma M_M}{v_s'^2},$$

što uz (2) daje

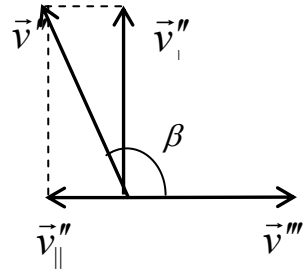
$$b = \frac{\gamma M_M}{v_s'^2} \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}. \quad (7)$$

Iz (4) i (7) slijedi

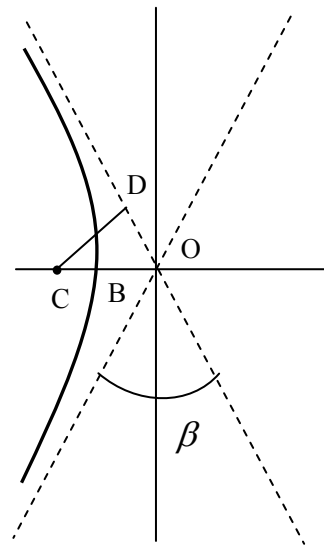
$$d_{\min} = \frac{\gamma M_M}{v_s'^2} \left(\frac{1}{\sin \frac{\beta}{2}} - 1 \right). \quad (8)$$

Uzimajući masu Marsa iz tablica (0,107 masa Zemlje) i nađene vrijednosti za v_s'' i β dobijamo $d_{\min} = 139 \text{ km}$, što je daleko manje od poluprečnika Marsa $R_M = 3400 \text{ km}$! Poslata po shemi (ii) sonda bi, dakle, udarila u površinu Marsa!

Podrobnija analiza putanja sa skretanjem u polju jedne planete (tzv. gravitaciona asistencija) vjerovatno nije bila dostupna u domaćoj literaturi. Polupopularne knjige iz astronautike kao Debra (1971) i Levantovski (1967) bile su prevodi knjiga iz sredine 1960-ih godina – kada je era međuplanetarnog leta tek počinjala, pa takve putanje nisu razmatrane. U novijoj stranoj *stručnoj* literaturi postojala je analiza, iako ne uvijek sa navedenim ograničenjima za putanje, npr.



Sl. 1: Početna i krajnja brzina sonde u gravitacionom polju Marsa.



Sl. 2: Kretanje sonde u gravitacionom polju Marsa.

Tarasov (1977: 173–191). Čak i Tarasov, ipak, navodi da su putanje sa prolaskom pored Venere i velikih planeta (naročito Jupitera) najpogodnije. Kako je izabran Mars, koji daje najmanje mogućnosti, je drugo pitanje.

Ako bismo postavili pitanje koji je najveći ugao skretanja moguć pri brzini v_s'' uzeli bismo $d_{\min} = R_M$ (ili nešto veću vrijednost) te bismo iz (8) dobili

Zamjena brojnih vrijednosti daje $\beta_{\max} = 12,4^\circ$ umjesto potrebnih 97° , što opet potvrđuje da je pretpostavka B pogrešna.

Smatrajući da na MOF ne bi bio zadan potpuno nerealan zadatak, i mi smo na jednom takmičenju zadali sličan zadatak sa prolazom pored Venere. Ispostavilo se da ni u tom slučaju pretpostavka B ne važi.

Možemo zaključiti da ponekad jedno u suštini ispravno fizičko rezonovanje može dovesti do pogrešnih zaključaka ako se ne uzmu u obzir realna (u pravilu ne čisto fizička, nego geometrijska) ograničenja u datom fizičkom sistemu. U ovom slučaju, pronalaženje tih ograničenja nije zahtijevalo usko specijalistička znanja, uostalom problem hiperboličke putanje u centralnom polju fizičari dobro poznaju (npr. Raderfordovo raspršenje). Štaviše, u jednom zadatku na 30. MOF ovo ograničenje je jasno naglašeno.

Literatura

- Babić 2012: M. Бабић, *Елаборат о огледу у гимназији: одјељење гимназије за надарене ученике математичког смјера*, Бања Лука: Републички педагошки завод.
- Debra 1971: D. B. DeBra, *Orbite i putanje: Njihova mehanika i kontrola*, u: *Astronautika za nastavnike prirodnih nauka*, prevod sa engleskog, Beograd: Vuk Karadžić.
- Dimić, Radivojević 1973: Г. Л. Димић, Д. М. Радивојевић, *Физика за II разред гимназије природно-математичког смера*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Gorškovski 1990: W. Gorzkowski, *International Physics Olympiads: History and Perspectives*, in: W. Gorzkowski (ред.), *XX International Physics Olympiad*, Singapore: World Scientific, 82–102.
- Gorškovski 2007: W. Gorzkowski, *International Physics Olympiads (IPhO): Their history, structure and future*, *Association of Asia Pacific Physical Societies (AAPPS) Bulletin* 17 (3), 2–11.
- IPhO List of Winners 2010: *IPhO List of Winners in 1st to 41st International Physics Olympiads*, compiled by Waldemar Gorzkowski and Adám Tichy-Rács, BME OMIKK.
- Levantovski 1967: V. I. Levantovski, *Letovi ka Mesecu i planetama Sunčevog sistema*, prevod sa ruskog, Beograd: Vojnoizdavački zavod.
- Menilerd 1996: C. Manilerd, *International Physics Olympiads*, Bangkok: Rangsit University Press.

- Jakovljević 1977: И. А. Яковлева, *Сборник задач по общему курсу физики. I. Механика*, под ред, издание четвертое, Москва: Наука.
- Kabardin, Orlov 1985: О. Ф. Кабардин, В. А. Орлов, *Международные физические олимпиады школьников*, Москва, Наука.
- MOF 2000: *МОФ – Међународне олимпијаде из физике: I-XXVII (1967–1996)*, превели и приредили Борис Грбић, Марко Ђорђевић, Мирјана Поповић-Божић и Марко Стошић, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Šćislovski 1971: С. Ścisłowski, *Olimpiady fizyczne XVII i XVIII*, Warszawa: Państwowe zakłady wydawnictw szkolnych.
- Smontara i dr. 1985: А. Smontara, I. Batistić, К. Biljaković i Е. Šuštar, *Međunarodne olimpijade iz fizike (I-XV, Zadaci s rješenjima)*, *Matematičko-fizički list* 35, Izvanredni broj (C), 1984–1985.
- Smontara 1985: А. Smontara, XVI међународна олимпијада из физике, *Matematičko-fizički list* 36/1, Zagreb, 1–7; 2. dio, *ibid.* 80–88.
- Surkov 1982: Е. Сурков, предговор књизи В. Горшковский, *Польские физические олимпиады*, пер. с польск., Москва: Мир.
- Tarasov 1977: Е. В. Тарасов, *Космонавтика*, Москва: Машиностроение.

ИСТРАЖИВАЊА У МЕТОДИЦИ НАСТАВЕ ФИЗИКЕ И ЊИХОВ ЗНАЧАЈ ЗА ФИЗИКУ**

Увод

Методика наставе физике у свету тек последњих деценија постаје призната научно-истраживачка област физике. Када је реч о самом називу области, у јужнословенској литератури се најчешће користи термин који је преузет из руске литературе док су у западној литератури присутни називи *Physics Education* и *Didactics of Physics* (Петровић 1994). Независно од усвојеног назива може се рећи да је циљ истраживања која се врше у оквиру методике наставе физике проналажење ефикасних начина природно-научног описмењавања укупне популације (пре свега ученичке).

Методика наставе физике као научна дисциплина

Да ли је међутим методика наставе физике призната научна дисциплина међу физичарима? Многи физичари сматрају да ово питање с правом може да се постави са циљем да закључак буде да се овој дисциплини не може признати научни статус (Крсник 1998). У том смислу постоји тенденција да се сви који предају физику на факултетима сматрају истовремено *методичарима* и *педагозима*. Овакав став иако је углавном последица неупућености физичара – било истраживача у институтима било предавача на факултетима – алармантан је, и упућује на потребу да се на аргументован начин образложи став да је методика наставе физике добро фундирана научна дисциплина.

Уопштено гледано, нека област постаје науком пролазећи кроз три сукцесивне фазе:

- фаза прикупљања података у оквиру које се идентификују и разлучују основни елементи проблематике,
- фаза природног развоја у којој се описују уочени проблеми и организују при томе у одговарајуће системе,

* nesiclj@yahoo.com

** Овај рад је делимично финансиран од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије у оквиру пројеката 176021 и 174020.

– фаза формулисања теорије у оквиру које се стварају концепти и хипотезе које је могуће тестирати.

С обзиром на то да се ради о фазама које се појављују у свим научним дисциплинама поставља се логично питање да ли је методика наставе физике прошла кроз све побројане фазе.

Фаза прикупљања података

Ова фаза у методици наставе физике (и методици осталих природних наука) започела је крајем 19. века. Како је у тој фази недостајала одговарајућа парадигма све прикупљене чињенице и подаци су изгледали једнако значајни.

Фаза природног развоја

У овој фази се у методици наставе појавило неколико модела који на концептуалан начин организују основне елементе проблематике. Ти модели би тек даљим развојем могли довести до одговарајуће теорије. По једном од модела који је развијен у овој фази 70-их година прошлог века на Универзитету Беркли у САД методика наставе природних наука бави се истовремено трима међусобно повезаним областима: физиком (градивом предмета), ученицима и наставним процесом (слика 1).



Слика 1: Предмет проучавања методике наставе физике

При томе се у оквиру физике проучавају путеви сазнавања унутар ње, када је реч о ученицима истражују се битни аспекти људског учења а у оквиру наставног процеса проучава се све што омогућује његову реализацију, нпр. његова структура, интеракција учесника процеса итд. Иако се ове области могу издвојити и проучавати свака за себе, њихов пресек је предмет истраживања методике наставе физике. У вези с тим треба нагла-

сити да се при образовању будућих наставника физике мора говорити о сталној интеракцији све три области. Њихов пресек често доноси нови квалитет и нова знања која не постоје у одвојеним областима.

Већи део сваког од кругова на слици 1 налази се изван њиховог пресека па номинално није предмет проучавања методике наставе физике. То посебно важи за круг *физика* што значи да се многа знања из посебних области физике не обрађују у оквиру методике наставе физике (или је прецизније рећи да се *joш увек* не обрађују у оквиру ње).¹ За методику наставе физике су пак битни неки аспекти физике који често нису довољно заступљени у стандардном образовању физичара. То су углавном историјски и филозофски аспекти физике. Методика наставе физике такође има блиске везе са педагогијом и психологијом, али и са социологијом, антропологијом, лингвистиком, етиком...

Фаза формулисања теорије

Ова фаза захтева унутрашњу конзистентност, свеобухватну организацију постојећег знања и моделе и теорије који објашњавају претходна истраживања и омогућују предвиђање резултата нових истраживања. У другој половини 20. века постало је јасно да је за формулисање теорије методике физике потребно наћи одговарајућу парадигму. Прве парадигме које су предложене седамдесетих година су имале превасходно психолошку основу, тј. нису узимале довољно у обзир круг *физика* са слике 1. У међувремену се у образовању развио конструктивистички покрет који је довео до праве експлозије истраживачких резултата а тиме и до нових сазнања. Конструктивистичке идеје о учењу и подучавању имају исходиште у Пијажеовим идејама док се конструктивизам у природним наукама базира на идејама Попера, Куна, Лакатоша и других. Данашњи статус образовног конструктивизма је да је он доминантна парадигма у методици природних наука. Испоставило се наиме да ниједна од његових кључних идеја из осамдесетих година прошлог века није одбачена већ су углавном додатно поткрепљене и обогаћене додатним сазнањима. Увид у чланке публиковане у научним часовима који се баве методиком природних наука (*Science Education, International Journal of Science Education, Journal of Research in Science Teaching, Physical Review Special Topics – Physics Education Research (PRST – PER), European Journal of Physics (Institute Of Physics), American Journal of Physics* [American Physical Society]) указује на то да већина радова заступа конструктивистички приступ образовању.

¹ Такав је случај рецимо са стандардним моделом елементарних честица који је део општег образовања физичара али због специфичног математичког формализма није у школским програмима. Са друге стране ова област, због значаја, ипак мора на адекватан начин (након дидактичког обликовања) бити заступљена у образовању ученика.

Методика наставе физике у 19. веку у САД и Европи

Може се рећи да се методика наставе физике издваја као добро дефинисана дисциплина у другој половини 19. века, односно у периоду када је и физика уведена као посебан предмет у школске програме. У Немачкој је 1884. године основан први научно-стручни часопис *Zeitschrift zur Förderung des Physikalischen Unterrichts*, чији циљ је био промоција физичарског образовања. До средине 20. века у свету су написани уџбеници методика физике чија је одлика да су сви готово искључиво садржали рецепте како предавати градиво задатог часа, како извести и како протумачити оглед.

Битан корак у развоју методике наставе физике у САД се десио крајем 50-их година прошлог века када је СССР успешно лансирао сателит „Спутњик“. Ово лансирање је указало Американцима на компаративну предност совјетског образовног система и иницирало их да почну да мењају свој образовни систем. Како се технологија у највећој мери ослања на физику, највеће су биле и промене у области наставе физике у школама. Те промене су нужно пратиле и промене на факултетима где је већа пажња почела да се поклања истраживањима у области методике наставе физике кроз развој докторских студија, организовање конференција и покретање, у почетку само тема у часописима, а касније и посебних часописа у којима су објављивани радови из методике. Почев од тада у САД се појавило неколико великих истраживачких пројеката: Physical Science Study Comitee (PSSC) на МИТ у Бостону, 1957. године, Project Physics Course (PPC), на Харварду, 1970. године итд. (Петровић 1994).

У другој половини 20. века долази до помака у методикама природних наука кроз три сукцесивна корака: примена Пијажеових идеја, уочавање ученичких претконцепција и конструктивизам.

Прву озбиљну истраживачку групу у САД у области методике наставе физике је формирао Арнолд Аронс са Универзитета у Вашингтону. Његова књига *Teaching Introductory Physics* из 1997. године је преглед основних тема истраживања у области методике наставе физике.

У Европи се такође доста ради у овој области па је тако у оквиру Европског друштва физичара (www.eps.org) формиран посебан комитет који се бави методиком наставе физике. Разним аспектима образовања из физике бави се такође EUPEN мрежа (www.eupen.ugent.be)² која, ради ефикасности, има у свом саставу више радних група. Ове групе се баве низом веома занимљивих тема као што су: усклађивање образовних структура у Европи, повезивању истраживачких група са образовањем у физици, новим методама учења и поучавања у физици, унапређивањем докторских студија у области методике наставе физике у Европи, успостављању везе између

² EUPEN је акроним пуног назива мреже European Physics Education Network.

средњих школа и департмана за физику преко семинара за обуку наставника, итд.

Занимљиво је да је и у Европи, слично као у Америци, 1960. године почела да се поклања посебна пажња образовању од стране државних и међдржавних тела и организација. Тако је, на иницијативу Организације за економску сарадњу и развој (прецизније организације која је њој претходила), организован низ конференција посвећених методици наставе физике. Учесници тих конференција 1966. године формирали су у Швајцарској међународну радну групу под називом GIREP (www.girep.org).³ Група је организовала више тематских конференција везаних за наставу физике у школама, моделовање у настави физике, учење физике у новим контекстима, једноставне огледе у настави физике итд.

Методика наставе физике у Србији

Методика наставе физике постоји као наставни предмет на свим матичним факултетима (Физички факултет у Београду и Природно-математички факултети у Новом Саду, Крагујевцу, Косовској Митровици и Нишу) на којима, у оквиру прва два нивоа студија, постоје студијски програми из области физике. Докторске студије (трећи ниво студија) међутим не постоје у свим универзитетским центрима као ни традиција истраживања у овој важној области физике. Посебан проблем је публикавање методичких радова и уврешено мишљење да не постоје часописи на SCI листи који спадају у област методике наставе физике. Природно је, међутим, паралелно са захтевом за признавање методике наставе за легитимну научну дисциплину испуњавати и све формалне захтеве који се постављају пред докторанде из других области физике. Ти захтеви се односе на најмање два рада у часописима са SCI листе што је могуће остварити и у области методике наставе физике. У том смислу је контрапродуктивно дозвољавање доктората у методици наставе физике без публикованих радова, који су прошли озбиљну инострану рецензију, у иностраним часописима.

У земљама из нашег суседства (Словенија и Хрватска) у овој области је већ начињен квалитативан помак јер су истраживања добро финансирана што је последица могућег финансирања научно-истраживачких пројеката из методике. Финансирање пројеката аутоматски значи и укључивање већег броја истраживача за рад на актуелним темама из методике.

³ С обзиром на то да је ова група формирана у Швајцарској њен акроним GIREP потиче од француске верзије назива групе Groupe International de Recherche sur l'Enseignement de la Physique (Међународна група за истраживања у методици наставе физике).

Пијажеове идеје и методика наставе физике

Иако је Пијаже своје резултате почео да објављује још 1927. године са неким од њих се шира јавност упознала тек када су његове књиге 50-их година преведене на енглески језик. Веома брзо је уочено да резултати његових истраживања дају корисне смернице за методике природних наука (Крсник 1998).

Централни појам Пијажеове теорије је *ментална структура*. Она представља мање-више чврсто организован ментални систем који омогућује ефикасно функционисање особе у датој средини, управља понашањем појединца, контролише како и шта он мисли и како се понаша. Тако дефинисана ментална структура је модел који је конструисан на основу ученог понашања великог броја људи, углавном деце различитог узраста. Према овом моделу укупно знање појединца одређено је његовом менталном структуром. Како се понашање људи и њихово знање мења током времена и њихове менталне структуре су подложне променама. Циљ образовања према томе би могао да се дефинише као постизање одговарајуће менталне структуре.

Веома је битан Пијажеов резултат да је за когнитивни развој појединца битно његово активно ментално учешће у решавању проблемских ситуација. Когнитивна структура може да се развије само на основу већ постојеће, њеном даљом доградњом у процесу асимилације, или пак реструктурирањем постојеће менталне структуре у процесу акомодације. У току тог развоја основну улогу имају физичко искуство и друштвена трансмисија. Одавде следи закључак и порука да школски експеримент⁴ у одељењу, по правилу, треба извести на почетку посматрања одређене појаве. Тек након стицања физичког искуства може да се уради аналитичко извођење и апстрактна генерализација одговарајућих математичких релација и појмова. Друштвена трансмисија идеја у учионици остварује се координираном отвореном дискусијом у којој учествују ученици. На основу до сада реченог јасно се намеће закључак да би наставни процес у коме се уважавају Пијажеове идеје требао да буде увелико другачији од традиционалне предавачке наставе.

У оквиру Пијажеове теорије когнитивног развоја детета сматра се да оно пролази кроз четири фазе/стадијума: стадијум *психомоторичког развоја/сензомоторни* стадијум (до 2. године), *предоперациони* стадијум (2–7. године), стадијум развоја *конкретних операција* (7–11. године) и стадијум развоја *формалних (апстрактних) операција* (од 11. године па надаље).⁵ У стадијуму формалног мислиоца ученик је у стању да размишља апстрактно. Почетна Пијажеова тврдња била је да се овај стадијум постиже

⁴ Изазивање физичке појаве у функцији остваривања задатака наставе физике чини школски експеримент из физике.

⁵ Когнитивни развој сваке особе одвија се неједнаком брзином али по одређеном редоследу, од мање ефикасних до ефикаснијих начина мишљења.

до 15. године али пажљивија анализа показује да то није случај у свим под-ручјима⁶ нити је истовремено за све ученике. Пијаже је касније кориговао своје тврђење и претпоставио да се овај стадијум достиже до 20. године.⁷ Свака од фаза је окарактерисана могућностима, али и ограничењима мишљења деце. За наставу физике, која се у Србији, изводи од 6. разреда основне школе, важне су карактеристике последње две фазе: фаза конкрет-ног мислиоца која се у просеку достиже у узрасту од једанаест година и фаза апстрактног мислиоца која се развија надаље. То значи да су ученици који у основној школи уче физику, у прелазној фази између конкретног ка формалном начину размишљања. Сазнања овог типа је неопходно имати у виду приликом осмишљавања програма предмета из корпуса природних. Она такође усмеравају ауторе програма, уџбеника и наставнике да требају водити рачуна о следећа два аспекта:

- наставни садржаји морају да буду презентовани на нивоу који је примерен датој старосној доби ученика и
- наставне садржаје треба структурирати и разрадити тако да они у процесу учења повољно делују на развој конгитивних струкура ученика.

Наредни важан корак је уочавање чињенице да велику улогу у учењу имају ученичке интуитивне идеје или претконцепције (Планинић 2007). Наиме, још је Пијаже тврдио да дечији ум, пре формалног образовања, није без икаквих знања што значи да се свако учење заснива на доградњи већ постојећег знања. Пошто се у оквиру учења усвајају одређени научни концепти, оне представе које ученици имају о њима пре формалног учења у школи називају се интуитивне идеје или претконцепције. Претконцепције чине често веома јаку препреку у процесу учења физике у школи. Зато је за процес учења у школи важно *идентификовање претконцепција* и потом њихово *реструктурирање*.

Претконцепције у механици

Механика је основна област у физици, чије разумевање је нужно и за остале гране физике. Сем тога, кроз обраду садржаја из механике, ученици се уводе у методу целе физике. Из тог разлога је ученичко разумевање појмова у механици веома битно за њихово даље разумевање физике (Планинић 2007).

Део ученичких претконцепција има основу у информацијама које су они усвојили на основу свог непосредног искуства и културног окружења.

⁶ То значи да посматрана јединка може бити нпр. у стадијуму конкретног мислиоца за природне а у стадијуму формалног за друштвено-хуманистичке науке.

⁷ Истраживања су тако показала у САД да чак 50% одраслих није достигло стадијум формалног мишљења док у Енглеској мање од 20% ученика достиже тај стадијум на крају обавезног школовања (са 16 год.).

С обзиром на то да су ученици шестог разреда једно значајно време провели у школи, њихове *алтернативне идеје* су међутим последица како неформалног тако и формалног образовања.

Претконцепције у области механике су бројне и релативно добро истражене. Само неке од њих су: за било какво кретање потребно је деловање силе, за кретање константном брзином потребна је константна сила, кретање се одвија у смеру деловања силе, тело које мирује не може да на друга тела делује силом, тежа тела падају брже итд.

При утврђивању постојања претконцепција ученицима се задају проблеми у којима не постоји потреба за рачунањем. У поступку њиховог решавања ученици не користе Њутнове законе већ се при налажењу одговора служе сопственом интуицијом. Упркос томе што ученици декларативно знају Њутнове законе, такве њихове идеје спадају у предњутновско раздобље у коме је доминирао аристотеловски приступ физици (Клемент 1982). Разлог је једноставан – аристотеловска механика је ближа интуицији јер свет посматра око нас без идеализација. Њутнова механика је у том смислу контраинтуитивна јер кретања разматра у идеализованом свету (нпр., нема трења).

У циљу процене заступљености алтернативних концепција и процену ученичког разумевања одређених концепата у Америци је 1992. године развијен тест (Хестенес и др. 1992) који носи назив Force Concept Inventory (FCI). Ради се о концептуалном тесту из механике који је састављен као тест вишеструког избора који кроз 30 питања испитује ученичко разумевање њутновског концепта силе без икакве употребе формула и рачунања. При томе су понуђени одговори базирани на познатим ученичким алтернативним концепцијама. На том наизглед једноставном тесту, готово тривијалном са становишта професора физике, ученици и студенти су углавном постизали врло лоше резултате, и то чак и након што би одслушали и положили уобичајене уводне предмете из физике на факултетима.

Концептуални тест из механике – пилот-истраживање у Србији

Концептуални тест из механике је преведен на више од 20 језика и реализован је у много земаља. Из земаља у окружењу у Хрватској је урађен школске 2006/2007. на узорку од 12.366 ученика гимназија. У Црној Гори је такође рађено слично истраживање а у Србији за сада није на систематичан начин, односно, уз обухват једног репрезентативног узорка ученичке популације. У Србији је реализовано само на веома малом узорку од 47 ученика другог разреда гимназије и Смедереву у поступку израде мастер рада (Цвејић 2013) тако да се у овом случају радило о својеврсном пилот истраживању као уводу у израду теста на већем узорку који би покрио целу Србију. Резултати истраживања су слични онима у суседним земљама и углавном потврђују закључке самих аутора теста:

- 1) Математичке вештине нису важан фактор за постизање резултата на FCI тесту.
- 2) За ученике и студенте који тек почињу да уче физику предтест⁸ резултати су увек ниски.
- 3) Код уобичајене предавачке наставе не долази до великог повећања резултата од предтеста до посттеста.
- 4) Постоји концептуални праг од близу 60% бодова на FCI тесту. Испод тога је ученичко разумевање њутновских концепата недовољно за ефикасно решавање проблема из механике.

Пошто FCI покрива основне појмове Њутнове механике, низак резултат на том тесту поуздан је индикатор озбиљних недостатака у ученичком разумевању њутновских концепата. Један од најважнијих података који су утврђени у овом истраживању је да резултати предтеста код средњошколаца нису зависили од социоекономског статуса ученика, њихове расе или географског подручја на коме живе. С друге стране резултати посттеста су у великој мери зависили од компетенција наставника, као и од заинтересованости ученика који су изабрали да слушају наставу физике.

Иако се FCI тест односи само на механику, тешко је очекивати да ће ученици који нису развили концептуално разумевање механике бити много бољи у другим областима физике, које су још апстрактније и концептуално захтевније. Може се претпоставити да лош резултат на FCI тесту упућује на уопште слабо разумевање физике

Тест из разумевања силе трења

Интересантни резултати добијени у оквиру истраживања концептуалним тестом из механике су добра основа за даља истраживања која се могу реализовати у два правца. Један би био свеобухватно истраживање типа оног урађеног у Хрватској којим би требало обавити тестирање репрезентативног узорка средњешколаца концептуалним тестом из механике. У оквиру овог правца је неопходно и учешће Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије чиме би се истраживањима дала неопходна озбиљност. Други правац се односи на тестирање сличним тестом али за неку посебну област физике. Аутори рада су по узору на FCI тест направили концептуални тест за проверу разумевања трења, који има 10 питања са понуђеним одговорима. Тестирање је спроведено међу ученицима друштвено-језичког смера гимназије у Косовској Митровици и смера ветеринарски техничар пољопривредне школе у Лешку. Тестирано је 50 ученика четвртог разреда (наставна тема везана за трење се слуша у првој години). Како су у питању ученици четвртог разреда који су у првом разре-

⁸ Предтест – тест који ученици раде пре слушања курса механике, посттест – тест урађен после одслушањог курса.

ду слушали о трењу, овај тест се може сматрати неком врстом посттеста. На основу резултата анализирани су основни типови ученичких погрешних представа. На већи број питања ученици су дали погрешне одговоре што указује на недостатке у ученичком разумевању трења. Ово указује и на потребу другачијег приступа настави генерално а поготову настави у овој области физике. Трење је нарочито интересантан феномен јер се у његовој анализи укршта концепт стар око 300 година који се обично налази у уџбеницима физике али и савремен који је базиран на најновијим достигнућима у нанофизици (Бесон и др. 2007).

Значај методике наставе физике за физику као науку

У традиционалној настави физике знање ученика је углавном декларативно. То значи да ученик обично зна да дефинише Њутнове законе, док код питања везаних за њихову примену обично греша. Разлог је у занемаривању концептуалног разумевања физике у традиционалној настави физике. Такав приступ настави не погодује популаризацији физике као предмета међу ученицима а у коначном утиче на мањи број и нижи квалитет студената физике. Крајња последица је мањи број будућих научника што има негативне последице на развој физике као науке. Успорен развој физике утиче и на кашњење на нивоу технике засноване на њој а тиме и целог друштва.

Даљи развој методике наставе физике

Каква је улога методике наставе физике у будућности и да ли ће бити и даље потребе за њеним развојем? Једна од специфичности проблема који се проучавају и решавају у овој области је што, када им се нађе решење, они не остају заувек решени већ им се мора и даље посвећивати пажња. Наиме, са напретком науке и технологије разликоваће се сет знања којима ученици треба да овладају. Са развојем друштва и променом социјалног контекста у коме ће живети ученици будућности они ће учити у другачијем окружењу. Стога ће ово поље истраживања остати увек отворено и пуно изазова а сарадња са истраживачима из других научних области неће бити само пожељна већ и неопходна (Мек Дермот 1999).

Когнитивна психологија и неуронауке

Веза методике наставе физике и когнитивне психологије и неуронаука је већ успостављена у оквиру Пијажеове теорије когнитивног развоја а реално је очекивати да ће у даљим истраживањима бити уочена још дубља веза између њих. Примена модерних техника као што су функционална нуклеарна магнетна резонанца (f-MRI), магнетоенцефалографија (MEG) и

електроенцефалографија (EEG)⁹ ће вероватно бити важна у покушају да се открије како ученици размишљају.

Информациона технологија

Информациона технологија је постала саставни део данашњег свакодневног живота. Из тог разлога ће заузети и своје место у образовној сфери и утицаће на то како ће наставници радити у школи са децом као и на то како ће ученици учити. Мобилни телефони, таблет рачунари и одговарајуће апликације у све већој мери могу да се користе у настави. За истраживача у области методике је при томе битно да испита како нове технологије могу да се користе као наставна средства а како као алат за спровођење методичких истраживања.

Мултидисциплинарност

Још један важан аспект у овој области је мултидисциплинарност која је неопходна у савременој науци. Она је неопходна и у поступку разумевања научних достигнућа али и у стицању умења неопходних ученицима да би били компететивни у овом високотехнолошком добу. Разумевање на пример савремених достигнућа у области нанонаука и нанотехнологије је у том смислу веома важно како би данас ученици а сутрадан носиоци развоја друштва били упознати и образовани на такав начин да могу да узму учешће у дискусијама које се тичу суштине и примене таквих технологија. Такве промене ће утицати на истраживања у области методике у најмању руку на два начина.

Као прво, биће потребно изменити наставне програме у вишим разредима, где се, по правилу, налази градиво које се односи на савремену науку, али и нижим у којима се налази градиво које је основа за разумевање најновијих достигнућа. Са новим садржајима појављују се и нове ученичке алтернативне идеје, претконцепције и ментални модели. Да би ученицима могло на прави начин да се помогне у учењу, важно је извршити истраживања везана за њихово разумевање физичких феномена нарочито на микроскопском нивоу.

Као друго, нове теме, као што је поменута нанотехнологија, су суштински интердисциплинарне. Стога, успех истраживања у овој области зависи од тога да ли су у њих укључени и стручњаци из области са којима се преклапа нанофизика.

⁹ f-MRI=functional Magnetic Resonance Imaging, MEG=magnetoencephalography, EEG=electroencephalography.

Литература

- Бесон и др. 2007: U. Besson, L. Borghi, A. De Ambrosis, P. Mascheretti, How to teach friction: Experiments and models, *Am. J. Phys.* 75 (12) 1106–1113.
- Клемент 1982: J. Clement, Students' preconceptions in introductory mechanics, *Am. J. Phys.* 50, 66–71.
- Крсник 1998: Р. Крсник, *Сувремене идеје у методици наставе физике*, Загреб: Школска књига.
- Мек Дермот 1999: L. C. McDermott, E. F. Redish, Resource Letter: PER-1: Physics Education Research, *American Journal of Physics*, 67 (9), 755–767.
- Петровић 1994: Т. Петровић, *Дидактика физике*, Физички факултет, Београд.
- Планинић 2007: М. Planinić i sar., Konceptualni test iz mehanike, *Zbornik radova, Osmi hrvatski simpozij o nastavi fizike*, Novi Vinodolski.
- Хестенес и др. 1992: D. Hestenes, M. Wells, G. Swackhamer, Force Concept Inventory, *The Physics Teacher*, Vol. 30, 141–158.
- Цвејић 2013: Н. Цвејић, *Аристотеловски и њутновски концепти у механици и ученичке претконцепције*, мастер рад, Природно-математички факултет у Нишу, стр. 30–60.

КОРИШЋЕЊЕ PhET (*PhET*) СИМУЛАЦИЈА У НАСТАВИ ФИЗИКЕ – ИНТЕРАКТИВНО УЧЕЊЕ

Интерактивно учење

Активно учење је назив за пројекат чију праву природу одражава назив *интерактивна настава*. Интерактивна настава подразумева сложен поступак који тежи да имитира процес сазнавања какав се одвија у аутентичним животним околностима и води једном целовитом искуственом доживљају, употребљивом и трајном. У интерактивној настави остварује се одлична сарадња између ученика/студента и професора и то у облику обостране активности. *Традиционална настава не одлази из наставног процеса, али модерна технологија допушта пуно коришћење добрих страна градивним приступима.*

Основна теза је да ученике/студенте уче професори, *како* да мисле, а не *шта* да мисле. Ученици/студенти треба да активно учествују у свим активностима наставног процеса. Улога наставника је да одржава двосмерну комуникацију са ученицима/студентима, да активира слободно изношење њихових запажања, мишљења и погледа на проблеме, као и да креира атмосферу на часу, погодну за размену и аргументовање идеја и мишљења међу ученицима/студентима. Интерактивни метод рада би требало да се одвија кроз следеће форме: кооперативни рад професора – ученици/студенти, кооперативни рад у малим групама (два или три) ученика/студента, тимски рад. Најпогодније технике за постизање интерактивности у процесу учења су: „мозгалица“ или „мождана олуја“, различити облици групне дискусије, симулација и играње улога. Интерактивна настава развија потребне вештине као што су: комуникацијска и информатичка писменост, тежња за побољшањем ученика/студента и остваривање највиших квалитета и преузимање одговорности. У времену у коме живимо знање се мултиплицира невероватном брзином. Методе интерактивног учења данас се све више спомињу и користе у контексту образовања. *Интерактивно учење се може окарактерисати као увођење рачунарске технологије у наставни процес.* Ради се о сасвим новом начину презентирања наставног материјала – градива ученицима/студентима.

Појам интерактивног учења није једнозначан, управо супротно, он обухвата многе појмове, стога и не постоји само једна дефиниција тог процеса.

У интерактивно учење спадају:

* vboba@open.telekom.rs

1. скрипте, туторали с интернета,
2. виртуални радни простори (онлајн предавања),
3. мултимедијални записи експеримената,
4. јава аплет.

Школска табла и креда одлазе у архиву школа које су опремљене информационо-комуникационим технологијама, пред новим методама и ученици/студенти добијају нове могућности за стицање потребних знања на лакши и интуитивни начин.

Код ученика/студента се развија способност решавања проблема и уводе се у истраживачки усмерену наставу. Ученици раде индивидуално и у групама (највише три ученика/студента) и тимовима. Прво раде на једноставним пројектима који ће задовољити њихове интересе, развијају самоодговорност и интердисциплинарност између предмета. Настава физике на свим нивоима посебно тражи нове методе којима би се ученицима/студентима што лакше – једноставније приближиле многе појаве из различитих области физике: електростатика, оптика, квантна физика, атомска физика, итд. Појаве које се изучавају на часовима физике веома су сложене, тако скица са кредом у боји на школској табли не може ученицима/студентима пружити јасну – праву физичку слику.

Коришћењем методе интерактивног учења, те се потешкоће лакше отклањају:

- Стварање ситуација које у највећој мери личе на стварне
- Примена стечених знања и вештина у симулираној ситуацији
- Ученици/студенти самостално вежбају, стичу и развијају вештине за употребу у реалном – свакодневном животу
- Користи се за стицање нових знања, и проверу нивоа стечених знања и вештина.
- Добро се комбинује са осталим методама, а посебно са методом демонстрација. У савременој настави се сусрећемо са много различитих мултимедијалних садржаја, који доприносе квалитету наставе, повећању мотивације, бољој реализацији предмета и бољем индивидуалном напредовању ученика/студента у складу са његовим интелектуалним способностима.

Уз коришћење информационо-комуникационих технологија, ученици/студенти могу своја знања проширити и конкретно применити, јер савремени приступ настави има циљ да се стечено знање примени у пракси.

У *настави* физике се на свим нивоима служи модерним интерактивним симулаторима на којима ученици/студенти после теоријског увода и урађених задатака експериментом покушавају повезати физичке концепте са „стварним светом“, колико је то могуће на природнији и разумљивији начин. Сви се пројекти за наставу физике темеље на ученичком/студенском експерименту. Покушајмо да спроведемо интерактивну наставу. У свету је веома популарна настава помоћу рачунара.

Интерактивне симулације

Симулације могу помоћи ученицима/студентима да разумеју везе између различитих репрезентација. Симулације могу помоћи ученицима/студентима да разумеју једначине као физички однос између резултата мерења. Симулације могу омогућити занимљиво – атрактивно и активно учење. Симулације се могу дати као шаблони на којима ученици/ студенти могу објаснити и описати своје разумевање једни другима.

Интерактивне симулације ПхЕТ се широко користе у настави физике у основним, средњим школама и на факултетима. ПхЕТ (PhET) је пројекат који је фокусиран на стварање корисних симулација за учење физике и оне су слободне и бесплатно доступне на ПхЕТ страницама. Симулације су анимиране, интерактивне и урађене у играчком окружењу, тако да ученици/студенти лакше уче жељену – задату тему истраживања у симулацији. У тим симулацијама ПхЕТ наглашава везу између стварних појава и основне науке и настоји учинити доступним ученицима/студентима визуалне и концептуалне моделе стручних физичара. ПхЕТ користи истраживачки базиран приступ у свом дизајну и укључује сазнање из предходних истраживања и властитих тестирања ради креирања симулација које подржавају ангажовање ученика/студената. Симулације покривају основну, средњошколску и факултетску наставу физике, док друге уводе у сложеније теме попут: ласер, полупроводник, стаклена башта, радиоактивност, нуклеарно оружје и Фуријева анализа. Корисници могу бити ученици основних, средњих школа до постдипломских студија. Пружају прилику ученицима/студентима да провере своје схватање и разумевање физичких појава. Један је од начина да нешто предвиде на темељу нових знања, а после да их провере на предавањима уз помоћ симулација. ПхЕТ може да помогне: увод у нове теме, јачање идеја, дају коначан преглед и разумевање. Оне могу да обезбеде заједничку визуализацију између ученика/студента и професора која може да олакша ову комуникацију и инструкције.

Основа стратегије за коришћење ПхЕТ ефикасно одговара за све ефекте интерактивне наставе су:

- Дефинишу конкретна – специфична образовна достигнућа. Циљеви и исходи учења су одређени и мерљиви.
- Охрабрује – подстиче ученика/студента да користи логичко закључивање и образложење;
- Повезује се са претходним знањем ученика/студента и разумевањем (кључујући евентуалне заблуде) га надограђују. Неопходно је постављање питања која ће изазвати њихове идеје. Коришћењем симулација ученици/студенти треба да потврде своје претпоставке и да виде своје грешке;
- Да учење повежу са реалним искуством из свакодневног живота. Ученици/ студенти боље усвајају знања кад виде директну везу са свакодневним животом.

- Подстиче групне активности, рад у мањим групама по два ученика/студента. Учење је ефикасније јер ученици размењују своје идеје и схватање одређених појава, ако професор постиче вршњачко учење.
- Не ограничавају самостално, лично истраживање ученицима/студентима, него дају само минималне смернице за коришћење симулација. Не треба дати строга упутства јер могу да спрече ученичко/студентско слободно размишљање.
- Захтевају од ученика/студента резоновање/смисао одлука у речима и дијаграмима (тј. више репрезентације) логичко закључивање и одговарају на питања у облику речи и помоћу графика. Предавања су најефикаснија кад ученици/студенти објашњавају своја схватања и резоне на више начина.
- Помажу ученицима/студентима да прате своје размишљање – разумевање.
- Веома је битно да симулације пружају могућност да ученици/студенти проверавају своје идеје, схватање и знање.
- ПхЕТ може да се користе у различитим образовним окружењима: предавања, демонстрације, у лабораторији појединац или мале групе (два или три ученика/студента). Овде ћемо истаћи неколико начина да их користе у настави физике, на основу наших искустава и користе их у основној, средњој школи и на факултету.

Предавања

ПхЕТ симулације имају два основна циља: ангажовати ученика/студента и побољшање учења. Ефикасан начин за коришћење ПхЕТ на предавањима је да се почне са постављањем сценарија од стране професора и да тражи од ученика да напишу своја очекивања и предвиђања. Свака ПхЕТ симулација је направљена као самосталн алат за учење, дајући професорима слободу избора симулација и начин њиховог коришћења. Сваки професор физике зна да ученици/студенти тешко визуализирају физичке појаве. ПхЕТ симулације користе слику, ријеч и тестове. Скоро сваки облик доводи до великог броја ученичких и студентских питања. Ученици/студенти најчешће питају „шта ако“.

Групне активности

Најефикасније је да ученици/студенти раде у групи парова (по два) на сопственом рачунару и манипулишу по ПхЕТ-у по личном избору.

Домаћи задатак

Домаћи задатак може обезбедити уводно истраживање о одређеној теми пре него су ученици видели да су симулације једноставне, јер њихов дизајн омогућава домаће задатке да их успешно користе. Подршка омогућава наставницима да обухвати питања за домаћи задатак који тражи од ученика/студента да прошири своје знање ван онога што је могуће урадити на часу, тако што им објасни феномене везане за оно што су видели у учионици или уџбенику (нпр. идеја о гасовима, притиску, балону, итд...) <<http://phet.colorado.edu>>.

Лабораторијске вежбе

Добро дошли у лабораторију! У општем курсу физике, лабораторија заузима централно место. Она је интеграл света. Лабораторија је место где ученици/студенти уче физику – постављају питања, прикупљају подтаке, анализирају добијене податке, добијају одговоре на постављана питања и нова истраживања. ПхЕТ може да се користи као једноставне анимирани илустрације, или у облику интерактивних учионица демонстрацијама. ПхЕТ нуде многе погодности када се раде демонстрације у односу на праву опрему која је скупа за наше услове.

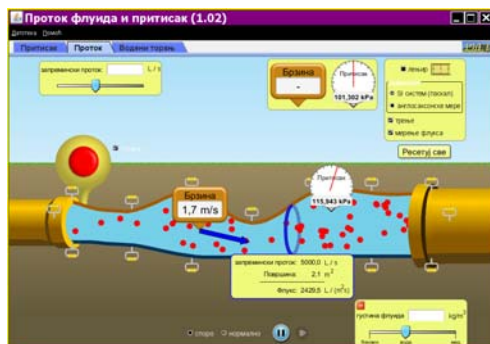
Први пример је комплетан материјала за ученике, а друга два су само препричана.

Проток флуида и притисак

Идемо у кабинет информатике. Одвојите време и играјте се са симулацијама. Одговорите на следећа питања како да се играте. *Научите* како да користите алате који ће бити веома корисни у овој симулацији (слика 1). *Главне теме: вода, притисак, флуид, динамика флуида, Бернулијева једначина.*

Образовни циљеви: Мењајте облик цеви да видите како промена површине попречног пресека цеви утиче на брзину протока флуида. Испитајте истицање воде са водоторња да бисте сазнали да ли висина и ниво воде утичу на путању воденог млаза. Испитајте и процените како се притисак мења у води. Одредити да ли и како кретање флуида утиче на притисак. Закључите каква је веза између притиска и брзине воде. Како густина флуида утиче на притисак.

Слика 1: Проток флуида



Тест:

- Да ли брзина флуида зависи од густине течности?
.....
- Кад се густина флуида повећава, брзина течности се: (повећава/смањује) и притисак се: (повећава/смањује). Објасните своје одговоре.
.....
.....
- Од чега брзина флуида зависи?
.....
- Како се брзина флуида промени кад се површина попречног пресека цеви смањи ?
.....
- Како се брзина флуида мења кад се површина попречног пресека цеви повећава ?
.....
- Објасните своје одговоре на ова два питања постављена горе.
.....
.....
- Ако замените воду у нашем хипотетичком цреву са медом и користећи исти проток као и раније, би бисте очекивали да се притисак: повећа / смањи / остане исти (занемарити треће / вискозност)
.....
- У истом цреву брзина меда, у односу на воду, ће бити бржа / спорија / иста
.....
- Замислите две идентичне куће, једну на врху брда и једну на дну долине. У којој бисте се радије истуширали? Зашто?
.....
.....

– У новијим кућама туш цеви имају пречник мањи од оних у старијим кућама. Зашто мислите да је тако?

-
1. Ако се млаз воде из водоторања креће хоризонталном брзином од 30 m/s и на висини 7m изнад површине земље, очекивали бисте да путује, колико? m / s.
 2. Вода протиче кроз хоризонтално баштенско црево унутрашњег пречником од $r = 0,12$ m, брзином од $v = 7,8$ m /s. Истиче напоље из мале млазнице пречника од $r = 0,0085$ m. Колика је брзина воде из млазнице? m/s.

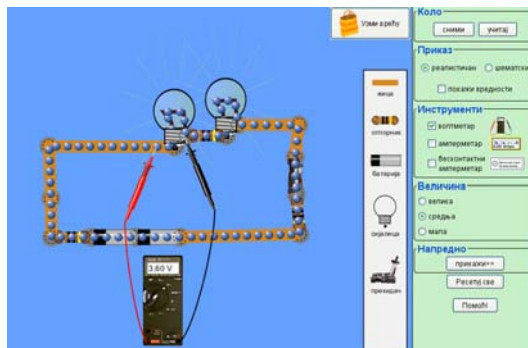
Лабораторија за израду струјних кола

Симулација ЦЦК нуди ученицима/студентима окружење слично стварној лабораторији (слика 2). Главне теме: *електрична кола, сијалице, батерије, прекидачи, амперметар, волтметар*. Пошто у последње време кабинети физике нису опремљени, ова симулација је одлична за приказивање реалних могућности комбиновања различитих елемената струјног кола.

Образовни циљеви: Ученици/студенти повезују сијалице, прекидач, батерију, отпорник, проводник (жицу) ради израде произвољног сложеног кола. Волтиметар и амперметар користе се за мерење напона и струје. Симулација ЦЦК пружа анимацију електрона који теку кроз коло и могућност непрекидног подешавања отпора било које компоненте (укључујући и сијалице) или напон батерије. Истовремено ученици могу посматрати кретање електрона, сјај сијалица и мерити напон.

Васпитни циљеви. Приступајући изучавању закона непрекидног тока, неопходно је скренути пажњу ученицима широку примену електричне енергије у свим привредним гранама Србије, на неопходност познавања особина електричне струје, ради њеног ефективног коришћења. Кратко испричати о развоју електричне енергије.

Слика 2: Комплет за једносмерну струју



Студенти могу да направе струјно коло које желе. Електрони су приказани као куглице, како се крећу у жици и сијалице светле.

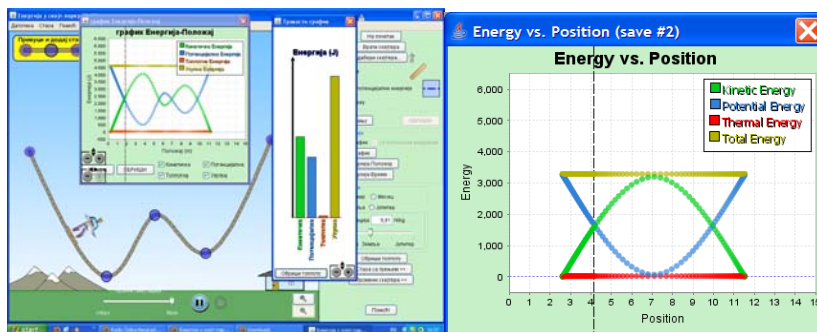
Енергија у скејт-парку

Сим „лаб“ омогућује истраживање које није могуће урадити (у школској лабораторији) са стварним/доступним училима.

Главне теме: енергија, кинетичка енергија, потенцијална енергија, закон очувања енергије, трење.

Образовни циљеви: Ученици/студенти истражују закон очувања енергије са више различитих променљивих (облик стазе, почетне висине и брзине клизачице). Ученици/ студенти могу бити питани да предвиде шта се дешава са потенцијалном, кинетичком и укупном енергијом, приказаном графички као функција времена кад се клизачица креће по стази у енергетском скат-парку (слика 3). Ученици/студенти су записали индивидуална размишљања, они воде разговоре са својим колегама и да би дошли до коначног предвиђања за њихову групу. Наставник тражи одговор на предвиђања из групе/одељења. Ученици/студенти су видели и записали шта се дешавало и како је то било супротно од њихових предвиђања. Ученици/студенти могу веома брзо поновити експеримент и истражити ефекте различитих параметара. Ученици/студенти могу да употребе скејт-парк на Месецу, Јупитеру и упоредити са скејт-парком на Земљи. Објаснити закон одржања механичке енергије користећи концепт кинетичке и потенцијалне енергије.

Слика 3: Скејт-парк графикон показује енергију клизачице у неком тренутку



Закључак

Анализирајући мањкавости садашњег стања наставе, долази се до јединственог закључка. Да би се остварили постављени захтеви, савремена дидактика настоји да пронађе подесне облике учења и организације наставе. У такве облике учења сигурно спада и интерактивна настава. Интерак-

тивна настава афирмише ученика/студента као активног субјекта наставног процеса, као истраживача који развија своју иницијативу, своје стваралачко мишљење, свој суд и који на основу утврђених метода самостално решава проблем. Улога професора у *интерактивној настави* се мења тим што је он све мање предавач и испитивач, а све више стратег, организатор и усмераваач. *Интерактивна настава* изискује посебну дидактичко-методичку припрему и повећану ангажованост професора. Ученици/студенти имају позитиван однос према *интерактивној настави*. Ученици /студенти показују интерес на часовима физике, остварена је добра сарадња између ученика/студената и професора. Ученици/студенти су истакли да после часова *интерактивне наставе* добијају жељу да сами постављају проблеме и себи и другима. Сигурно је да ова настава има више предности у односу на традиционалну. Знање стечено на овакав начин је квалитетније, дуже се задржава код ученика/студента и лакше се преноси у друге контексте. Основа свих покушаја увођења нових стратегија учења пожељна је: наставник није свезнајући, постаје помагач, сарадник, а ученик/студент активни учесник у свим наставним процесима.

Литература

- Adams et al. 2009: W. K. Adams, A. Paulson, C. E. Wieman, What levels of guidance promote engaged exploration with interactive simulations?, *PERC Proceedings*.
- Борис 2009: П. Борис, *Виртуални лабораториј електричних кругова*, дипломски рад, Загреб: Свеучилиште у Загребу, Природнословно-математички факултет, Физички факултет, Физички одсек.
- Вуца 2005: П. Вуца, *Утицај употребе рачунара на подизање ефикасности наставе физике у гимназији*, докторска теза, Зрењанин.
- Вуца, Комар 2013: П. Вуца, М. Комар, Савремени алати у настави физике за седми разред, Механички рад, енергија и снага, *Наша школа*, Сарајево, 85–97.
- Energy Skate Park clicker questions*. <phet.colorado.edu/teacher_ideas/energy_skate_park_clicker_questions.html>.
- Energy Skate Park activities*. <phet.colorado.edu/teacher_ideas/energy_skate_park_activities.html>.
- Ивић и др. 2002: И. Ивић, А. Пешикан, С. Антић, *Активно учење*, Београд: Институт за психологију.
- Крсник 2008: Р. Крсник, *Сувремене идеје у методици наставе физике*, Загреб: Школска књига.
- McKagan et al. 2009: S. B. McKagan, W. Handley, K. K. Perkins, C. E. Wieman, A research-based curriculum for teaching the photoelectric effect, *Am. J. Phys.* 77, 87–94 (Jan. 2009). <http://phet.colorado.edu/simulations/sims.php?sim=Circuit_Construction_Kit_DC_Only>
- Обрадовић и др. 2006: Д. Ж. Обрадовић, М. Д. Сегедицац, М. Стојановић, *Hands on*, experiments in integrated approach in teaching physics and

chemistry, CP899, Proceedings of Sixth International Conference of the Balkan Physical Union, BPU6, edited by S. A. Cetin and I. Hikmet, Istanbul, Turkey 899, 507 (online).

Сегединац и др. 1997: М. Сегединац, Р. Халаши. Т. Халаши, Утицај наставе помоћу компјутера на флексибилност ученичког знања из хемије, *Педагошка стварност*, 9–10 (1997) 753, Circuit Construction Kit, PhET Interactive Simulations. 2009. URL.

Computers in Education – A Brief History, *The Journal*. <[http://thejournal.com/articles/1997/06/01/](http://thejournal.com/articles/1997/06/01/computers-in-education-a-brief-history.aspx)

[computers-in-education-a-brief-history.aspx](http://thejournal.com/articles/1997/06/01/computers-in-education-a-brief-history.aspx)>.

Christian, Belloni 2001: W. Christian, M. Belloni (Davidson College), *Physlets; Teaching Physics with Interactive Curricular Materijal, Educational Innovation*, New Jersey: Prentice Hall.

Wieman: C. E. Wieman, University of British Columbia and University of Colorado, Boulder, CO.

<<http://proceedings.aip.org>>.

<<http://phet.colorado.edu>>.

РАД СА УЧЕНИЦИМА ПОТЕНЦИЈАЛНО ДАРОВИТИМ ЗА МАТЕМАТИКУ У УСЛОВИМА ИНКЛУЗИВНОГ ОБРАЗОВАЊА**

Увод

Деца потенцијално даровита за математику представљају највеће богатство и највећи потенцијал сваке нације. То богатство је неопходно открити, неговати и обезбедити му адекватну подршку. Да би се то остварило потребно је сачинити концепт образовања и васпитања који ће бити усмерен на развој потенцијала сваког ученика, јер „напредак сваког друштва у великој мери зависи од тога какав је однос према његовим најспособнијим члановима и бриге за примерен развој њихових потенцијала“ (Пејић и др. 2007: 133). Из тих разлога системска брига о даровитима „представља једно од стратешких питања за сваку земљу, с обзиром да је улагање у даровите и креативне појединце један од кључева за постизање међународне конкурентности сваке земље“ (Бодрич 2009: 93).

Мада је интензивније интересовање за ученике даровите за математику, у нашој земљи, започето још у другој половини прошлог века, када се оснивају регионални центри за таленте, улога школе у овом процесу је и даље магловита и нејасно дефисана. Већина захтева на овом плану је само декларативна, па је потребно да се садашње и будуће реформе школе и образовања морају кретати у правцу наглашавања значаја рада са даровитим ученицима (Шпијуновић 2009).

Више је разлога за ово. Неки произлазе из непостојања јединственог схватања математичке даровитости. Осим тога, не постоје ни јединствени критеријуми за идентификацију ученика даровитих за математику (Маричић и др. 2012). Не постоји ни јасна стратегија рада са ученицима даровитим за математику. Тако имамо ситуацију да се у неким источним земљама сва деца сматрају потенцијално даровитом, а на западу да само нека спадају у ту групу.

Проналажење адекватне стратегије рада са ученицима даровитим за математику отежано је због чињенице да још увек постоје различита мишљења о томе у ком тренутку треба почети организован рад са њима, да ли

* sanjamaricic10@gmail.com

** Рад је резултат рада у оквиру пројекта *Настава и учење: проблеми, циљеви и перспективе*, бр. 179026, чији је носилац Учитељски факултет у Ужицу, а који финансира Министарство просвете и науке Републике Србије.

је са њима довољно радити само на часовима редовне наставе, колико су математички клубови, секције, слободне активности, квизови, смотре, такмичења, олимпијаде, додатна настава, акцелерација, издвајање у посебна одељења, отварање посебних школа и слично ефикасни облици рада, на који начин пратити њихов развој, како их мотивисати, које видове подршке обезбедити од стране друштва и тако даље (Шпијуновић и сар. 2013).

У теорији и пракси рада са даровитима најчешће се нуде три основна начина рада са даровитим ученицима: *сегрегација* (издвајање даровитих ученика у посебне школе и одељења), *акцелерација* (могућност бржег пролажења кроз све нивое школовања) и *обогаћивање* (обезбеђивање додатних садржаја и активности уз или уместо редовног програма и наставе) (Максиф 1996). Стратегије рада са даровитом децом у свету „крећу се од непостојања програма за надарену децу у Јапану и скандинавским земљама, преко селективног одабира, какав је случај, рецимо у САД до масовног допуштања деци да одаберу сама себе за бројне курсеве за талентовану децу у Кини“ (Дејић, Тебић 2011: 143).

Међутим, упркос евидентним тежњама за бригу о овој категорији ученика све више се упозорава на негативне последице небриге о математички даровитим ученицима и на непружање образовања које је у складу са потребама и могућностима ових ученика. Национални савет наставнике математике (NCTM) управо скреће пажњу на овај проблем и указује да је проблем идентификације ученика даровитих за математику запостављен и да се тим ученицима не омогућава да достигну и остваре свој пуни потенцијал (NCTM, 1980). Таква ситуација резултира „неуспехом, досадом, незадовољством, бројним негативним ставовима и погрешним уверењима“ (Collins 2001: XIII). Указује се на неопходност и потребу диференцијације наставних програма математике (Johnson 1994; Sheffield 1999), али и на потребу да се ученицима омогући да се укључе у решавање сложених математичких задатака, пажња усмери на знања из различитих математичких садржаја, исти проблем сагледава из различитих перспектива, математика представља на различите начине и пронађу методе које ће им омогућити напредак на овом плану (NCTM 2000: 3).

Ситуацију на плану обезбеђивања адекватних услова за образовање ученика потенцијално даровитих за математику отежава и чињеница, коју све више аутора истиче, да се у току основног образовања учитеља недовољно пажње поклања оспособљавању студената за рад са ученицима потенцијално даровитим за математику (Грандић 2009; Мацура Миловановић и сар. 2011; Шпијуновић 2008; Шпијуновић, Маричић 2013). Тако резултати неких истраживања показују да је сваки пети учитељ у току редовних студија стекао *довољно знања* неопходних за рад са ученицима даровитим за математику, нешто више од половине да су знања из ове области *делимична*, а сваки четврти да су та знања *недовољна* (Шпијуновић, Маричић 2013: 253). То указује да проблем образовања ученика даровитих за математику није само проблем теоретичара, да не представља обавезу само за

школе и учитеље који тај рад треба да организују, већ и за институције које образују учитеље, тако да увођење инклузивног образовања представља и „велики изазов за високошколске институције које су одговорне за иницијално образовање учитеља“ (Мацура Миловановић и др. 2011: 209).

Последњу деценију XX и почетак XXI века карактерише појачан интерес за инклузивно образовање. Основна премиса овог система јесте да свако дете има право на квалитетно образовање, које је у потпуности прилагођено његовим могућностима, односно „настојање да се повећа доступност образовања и створе услови за квалитетно образовање у складу са потребама и способностима сваког детета појединачно“ (Шпијуновић, Маричић 2013: 243). Међутим, у настојању да реализују овај захтев школе и учитељи своју пажњу најчешће усмеравају ка ученицима који имају одређене сметње у развоју, а запостављају ученике који показују изнадпросечне способности и појачан интерес да се одређеном облашћу баве, то јест, даровите ученике. Управо из тих разлога у раду скрећемо пажњу на ученике потенцијално даровите за математику и рад са њима у концепту инклузивног образовања. У том циљу организовали смо истраживање како бисмо испитали који облик математичког образовања се најчешће користи у раду са ученицима потенцијално даровитим за математику и на који начин треба програмирати рад у редовној настави математике за ову категорију ученика.

Метод истраживања

Истраживање је обављено током школске 2012/2013. године на узорку ($N = 255$) који је одабран из популације учитеља запослених на територији Републике Србије из 26 основних школа које припадају *граду Београду и пет округа: Златиборски, Моравички, Рашки, Колубарски и Мачвански*. У истраживању су учествовали учитељи различитог радног искуства и различитог образовања. Међу њима 19,2% имало је мање од 12 година радног искуства у настави, 26,7% више од 25 година и 54,1% између 13 и 24 године. Међу анкетираним учитељима 73,3% имало је завршене академске студије, док је 26,7% имало завршену вишу школу. Видимо да су у узорку преовладавали искусни учитељи и учитељи који имају високо образовање што је релевантно за истраживање.

Истраживање је засновано на примени дескриптивне методе. Подаци неопходни за истраживање прикупљени су анкетирањем. За те потребе сачињен је анкетни упитник који је садржавао питања затвореног типа. Истраживање је било анонимно, како би се осигурала искреност испитаника и избегло давање пожељних одговора. Вредност Cronbach alpha коефицијента (0.868) указује на добру поузданост инструмента и оправдава његову прихватљивост.

Као независне варијабле операционализовали смо следећа обележја учитеља: године рада у настави (до 12, од 13 до 25, више од 25) и стручна спрема (виша, висока).

Добијени подаци обрађени су у статистичком пакету IBM SPSS Statistics 20. Од мера дескриптивне статистике коришћене су фреквенције, проценти, аритметичка средина и стандардна девијација. Од анализа које омогућавају статистичко закључивање коришћен је Хи-квадрат тест.

Резултати истраживања

Облик математичког образовања и рад са ученицима потенцијално даровитим за математику

Желели смо да испитамо који облик математичког образовања се, по мишљењу учитеља, најчешће користи у раду са ученицима потенцијално даровитим за математику у почетној настави математике. Сагледани су следећи облици математичког образовања: *редовна настава*, *додатна настава*, *слободне математичке активности* и *припреме за такмичења*.

Као што се из табеле 1 види, *додатна настава* је, по мишљењу учитеља, најдоминантнији облик рада са ученицима потенцијално даровитим за математику (ранг 1, $M = 3.55$). На другом месту су *припреме за такмичења* (ранг 2, $M = 2.38$), а на трећем *слободне математичке активности* (ранг 3, $M = 2.10$). Са ученицима потенцијално даровитим за математику најмање се ради у оквиру *редовне наставе математике* (ранг 4, $M = 2.01$).

Табела 1: Заступљеност облика математичког образовања у раду са ученицима потенцијално даровитим за математику

Облик наставе	1.	2.	3.	4.	М	Ранг
Редовна настава	44 17,3%	40 15,7%	45 17,6%	126 49,4%	2.01	IV
Додатна настава	166 65,1%	68 26,7%	16 6,3%	5 1,9%	3.55	I
Слободне математичке активности	17 6,7%	68 26,7%	94 36,8%	76 29,8%	2.10	III
Припреме за такмичења	30 11,8%	81 31,8%	99 38,8%	45 17,6%	2.38	II

Ако се има у виду да се у Србији додатна настава математике организује само за ученике четвртог разреда (један час недељно), да се припреме за такмичења, најчешће, организују само непосредно уочи самог такмичења, да се слободним математичким активностима у школама, по правилу, посвећује мало пажње и да је рад са овом категоријом ученика у оквиру редовне наставе недовољно заступљен, онда се недвосмислено намеће закључ-

чак да се у почетној настави математике ученицима потенцијално даровитим за математику не посвећује довољно пажње.

Резултати истраживања показују да, у вези са заступљеношћу различитих облика математичког образовања у раду са ученицима потенцијално даровитим за математику, нема разлика у мишљењима учитеља с обзиром на године радног искуства у настави (табела 2): додатна настава ($\chi^2=1.192$, $df = 6$, $p = 0.997$), припреме за такмичења ($\chi^2=8.333$, $df = 6$, $p=0.215$), редовна настава ($\chi^2 = 5.265$, $df = 6$, $p = .511$) и слободне математичке активности ($\chi^2=4.443$, $df = 6$, $p= 0.617$). Ипак постоји тенденција да учитељи са мање година радног искуства већу пажњу придају редовној настави и слободним математичким активностима, а учитељи са више радног искуства преферирају додатну наставу и припреме за такмичења.

Табела 2: Заступљеност облика математичког образовања у раду са ученицима потенцијално даровитим за математику с обзиром на године радног искуства у настави

Облик наставе	Године радног искуства	1.	2.	3.	4.	
Редовна настава	До 12	11 22,4%	8 16,3%	12 24,5%	18 36,7%	$\chi^2 = 5.265$ $df = 6$ $p= 0.511$
	13–24	22 15,9%	22 15,9%	20 14,5%	74 53,7%	
	Више од 25	11 16,2%	10 14,7%	13 19,1%	34 50%	
Додатна настава	До 12	31 63,2%	15 30,6%	2 4,1%	1 2,1%	$\chi^2 = 1.192$ $df = 6$ $p= 0.997$
	13–24	89 64,5%	36 26,1%	10 7,2%	3 2,2%	
	Више од 25	46 67,6%	17 25%	4 5,9%	1 1,5%	
Слободне математичке активности	До 12	1 2,1%	15 30,6%	16 32,7%	17 34,6%	$\chi^2 = 4.443$ $df = 6$ $p= 0.617$
	13–24	10 7,2%	34 24,6%	56 40,7%	38 27,5%	
	Више од 25	6 8,8%	19 27,9%	22 32,3%	21 30,9%	
Припреме за такмичења	До 12	7 14,3%	10 20,4%	19 38,8%	13 26,5%	$\chi^2 = 8.333$ $df = 6$ $p= 0.215$
	13–24	19 13,8%	47 34,1%	52 37,7%	20 14,4%	
	Више од 25	4 5,9%	24 35,3%	28 41,2%	12 17,6%	

Ако се анализирају мишљења учитеља о заступљености различитих облика математичког образовања у раду са ученицима потенцијално даро-

витим за математику, у зависности од стручне спреме, онда се може закључити да учитељи са вишом школом повољније оцењују значај редовне наставе у односу на учитеље са високом стручном спремом (табела 3). Међутим, те разлике нису статистички значајне ($\chi^2 = 2.731$, $df = 3$, $p=0.581$).

Табела 3: Заступљеност облика математичког образовања у раду са ученицима потенцијално даровитим за математику с обзиром на стручну спрему

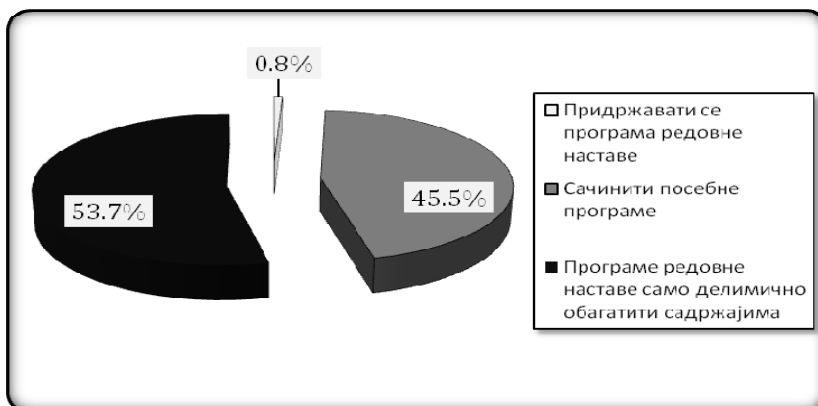
Облик наставе	Стручна спрема	1.	2.	3.	4.	χ^2
Редовна настава	Виша	16 23,5%	10 14,7%	10 14,7%	32 47,1%	$\chi^2 = 2.731$ $df = 3$ $p = 0.581$
	Висока	28 14,9%	30 16,1%	35 18,7%	94 50,2%	
Додатна настава	Виша	41 60,3%	21 30,9%	6 8,8%	0 0%	$\chi^2 = 3.725$ $df = 3$ $p = 0.603$
	Висока	125 66,9%	47 25,1%	10 5,3%	5 2,7%	
Слободне математичке активности	Виша	5 7,4%	17 25%	27 39,7%	19 27,9%	$\chi^2 = 0.473$ $df = 3$ $p = 0.980$
	Висока	12 0,5%	51 27,3%	67 35,8%	57 30,4%	
Припреме за такмичења	Виша	5 7,4%	21 30,9%	25 36,7%	17 25%	$\chi^2 = 4.499$ $df = 3$ $p = 0.332$
	Висока	25 13,4%	60 32,1%	74 39,6%	28 14,9%	

Статистички значајне разлике у мишљењима учитеља не постоје ни када је у питању додатна настава ($\chi^2=3.725$, $df=3$, $p= 0.603$), припреме за такмичења ($\chi^2 = 4.499$, $df = 3$, $p = 0.332$) и слободне математичке активности ($\chi^2=0.473$, $df = 3$, $p= 0.980$).

Програмирање рада са ученицима потенцијално даровитим за математику

С обзиром на то да се почетна настава математике у највећој мери реализује на часовима редовне наставе, желели смо да испитамо мишљења учитеља на који начин треба програмирати рад за ову категорију ученика. У вези с тим, требало је да учитељи изразе своје мишљење избором једне од три понуђене могућности: а) *придржавати се програма редовне наставе*, б) *сачинити посебне програме који у потпуности превазилазе оквире редовне наставе*, в) *програме редовне наставе само делимично обогатити садржајима изван програма редовне наставе*.

Резултати истраживања показују да више од половине учитеља (53,7%) сматра да програме редовне наставе треба *делимично обогатити садржајима* намењеним даровитим ученицима, 45,5% да треба *сачинити посебне програме*, независно од програма редовне наставе, а само 0,8% учитеља сматра да се треба искључиво *придржавати програма редовне наставе* (графикон 1, табела 4).



Графикон 1: Програмирање рада са ученицима потенцијално даровитим за математику

Интересовало нас је, такође, да испитамо да ли се у вези са начином израде програма рада са ученицима потенцијално даровитим за математику учитељи разликују у односу на године рада у настави (табела 4).

Табела 4: Мишљења учитеља о програмирању рада са ученицима потенцијално даровитим за математику с обзиром на године радног искуства

Године радног искуства	Придржавати се програма редовне наставе	Сачинити посебне програме	Програме редовне наставе само делимично обогатити садржајима	Укупно	$\chi^2 = 4.49,$ $df = 4,$ $p=0.344$
До 12	1 2,1%	23 46,9%	25 51%	49 100%	
13–24	0 0%	58 42,1%	80 57,9%	138 100%	
Више од 25	1 1,4%	35 51,5%	32 47,1%	68 100%	
Укупно	2 0,8%	116 45,5%	137 53,7%	255 100%	

Највећи број учитеља (51,5%), који мисли да треба *сачинити посебне програме* за рад са ученицима потенцијално даровитим за математику, припада групи учитеља који имају више од 25 година радног искуства, а најмањи (42,1%) групи учитеља који имају између 13 и 24 године радног искуства. С друге стране, највише учитеља (57,9%), који мисле да *програме редовне наставе треба само делимично обогатити садржајима изван њега* припада групи учитеља који имају између 13 и 24 година радног искуства, а најмањи број (47,1%) групи учитеља који имају више од 25 година радног искуства. Међутим, те разлике нису статистички значајне ($\chi^2 = 4.49$, $df = 4$, $p = 0.344$).

Табела 5: Мишљења учитеља о програмирању рада са ученицима потенцијално даровитим за математику, с обзиром на стручну спрему

Стручна спрема	Придржавати се програма редовне наставе	Сачинити посебне програме	Програме редовне наставе само делимично обогатити садржајима	Укупно	$\chi^2 = 0.736$, $df = 2$, $p = 0.692$
Виша	0 0%	31 45,6%	37 54,4%	68 100%	
Висока	2 1,1%	85 45,5%	100 53,4%	187 100%	
Укупно	2 0,8%	116 45,5%	137 53,7%	255 100%	

Статистички значајне разлике у вези са овим питањем не постоје ни када је у питању стручна спрема учитеља ($\chi^2 = 0.736$, $df = 2$, $p = 0.692$).

Значи, учитељи мисле да рад са ученицима потенцијално даровитим за математику у оквиру редовне наставе математике захтева обогативање програма рада садржајима који превазилазе оквире тог програма или израду посебних програма који превазилазе оквире програма редовне наставе математике.

Закључак

И поред декларативних одређења и бројних теоријских и истраживачких радова који указују на потребу и проблеме рада са ученицима потенцијално даровитим за математику, овој категорији ученика се не посвећује довољно пажње. Концепт инклузивног образовања је, управо, покушај да се почетна настава математике прилагоди њиховим потребама. С обзиром да је реч о концепту који има релативно малу традицију, многа питања на овом плану су још увек отворена. Нас је овом приликом интересовало да у том контексту испитамо који облик математичког образовања се најче-

шће користи у раду са ученицима потенцијално даровитим за математику и утврдимо мишљења учитеља на који начин треба програмирати рад у редовној настави математике за ову категорију ученика.

Добијени резултати показују да се са ученицима потенцијално даровитим за математику најчешће и најорганизованије ради и оквиру *до-датне наставе*. Потом следе *припреме за такмичења и слободне математичке активности* и на крају *редовна настава*.

Када је у питању програмирање рада за ученике потенцијално даровите за математику, онда више од половине анкетираних учитеља (53,7%) сматра да програме редовне наставе математике треба *обогатити садржајима изван регуларног програма*, 45,5% да треба *сачинити посебне програме који превазилазе оквире редовног програма*, а занемарљив број (0,8%) сматра да за ову категорију не треба сачињавити посебне програме, већ се треба *придржавати програма редовне наставе*.

Евидентно је, осим тога, да ни у једном, ни у другом случају нема разлике у мишљењима с обзиром на године радног искуства у настави, ни с обзиром на ниво стручне спреме, односно иницијално образовање.

Резултати добијени истраживањем упућују на закључак да је потребно предузети мере и створити услове да се у раду са ученицима потенцијално даровитим за математику више него до сада користе могућности које пружају различити облици математичког образовања. То се, пре свега, односи на редовну наставу, која обухвата целу популацију ученика, а истовремено заузима највећи временски простор у раду са ученицима потенцијално даровитим за математику. Због тих карактеристика редовна настава, која за сада представља најнеискоришћенији облик рада са ученицима потенцијално даровитим за математику је облик који осмишеним приступом, диференцијациом и индивидуализацијом захтева представља поље у коме леже највеће резерве и које пружа највише могућности за организован и осмишљен рад са тим ученицима.

Када је у питању планирање рада са ученицима потенцијално даровитим за математику онда, по нашем мишљењу, не треба бирати између обогаћених и посебних програма, већ треба правити њихову комбинацију и на тај начин максимално искористити могућности које пружа редовна настава и могућности које пружају други облици математичког образовања.

У сваком случају, рад са ученицима потенцијално даровитим за математику је изузетно сложено и осетљиво питање па није реално очекивати да га било који поједини учитељ реши на одговарајући начин. За то су потребни напори и пажња свих оних који се на било који начин баве овом проблематиком. Без тога, појединачни напори неће дати неки озбиљнији резултат.

Литература

- Бодич 2009: R. Bodrič, Daroviti, nacionalni potencijal znanja – nacionalna brigа, u: *Daroviti i društvena elita*, Vršac: Visoka škola strukovnih studija za obrazovanje vaspitača „Mihailo Palov“, 92–99.
- Грандић, Летић 2009: Р. Грандић, М. Летић, Стање, проблеми и потребе у подручју бриге о даровитим ученицима у нашем образовном систему, у: *Зборник: Даровити и друштвена елита*, Вршац: Висока школа струковних студија за образовање васпитача „Михаило Павлов“, бр. 15, 323–343.
- Дејић, Тебић 2011: М. Дејић, С. Ћебић, Strategije rada sa matematički darovitim decom u svetu i kod nas, u: G. Gojkov, A. Stojanović (ur.), *Daroviti u procesu globalizacije*, Vršac: Visoka škola za obrazovanje vaspitača „Mihailo Palov“, Arad: Universitatea de Vest „Aurel Vlaicu“, 142–159.
- Johnson 1994: D. T. Johnson, Mathematics curriculum for the gifted, in: J. Van-Tassel-Baska (Eds.), *Comprehensive curriculum for gifted learners* (2nd ed), Boston: Allyn & Bacon, 231–261.
- Johnson 2000: D. T. Johnson, *Teaching mathematics to gifted students in a mixed-ability classroom*, <<http://www.gifted.uconn.edu/siegle/tag/Digests/e594.html>>. 12. 9. 2013.
- Максић 1996: S. Maksić, Oblici vaspitno-obrazovnog rada sa darovitim učenicima, *Zbornik Instituta za pedagoška istraživanja*, 28, 279–294.
- Маричић и др. 2012: S. Maričić, K. Špijunović, B. Arsović, Teachers' Qualifications For Identifying Students Potentially Gifted For Mathematics, R. Nikolić (ed.), *Current Trends in Educational Science and Practice I, International proceedings of scientific studies*, Nitra, Faculty of education „Constantine the Philosopher“ University in Nitra, Faculty of education „University of Jan Evangelista Purkune“ in Usti nad Labem“, Teachers training faculty in Užice University of Kragujevac in Kragujevac, 109–118.
- Мацура Миловановић и др. 2011: С. Мацура Миловановић, И. Гера, М. Ковачевић, Припрема будућих учитеља за инклузивно образовање у Србији: тренутно стање и потребе, *Зборник Института за педагошка истраживања*, 46 (2), Београд, 208–222.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) 1980: *An agenda for action*, Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) 2000: *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA: Author.
- Пејић и др. 2007: Р. Пејић, Т. Тућтан-Марас, Ј. Аригони, Suvremeni pristupi poticanju dječje darovitosti s kreativnim radionicama, *Magistra ladertina*, 2 (2), Zadar: Odjel za izobrazbu učitelja i odgojitelja predškolske djece Sveučilišta u Zadru, 133–149.

- Sheffield 1999: L. J. Sheffield, *Developing mathematically promising students*, Reston, VA: NCTM.
- Collins 2001: J. Collins, *The education of gifted children*, Canberra: Commonwealth of Australia.
- Шпијуновић 2008: К. Шпијуновић, Оспособљеност васпитача за идентификацију деце потенцијално даровите за математику, *Зборник радова*, 11 (9), Ужице: Учитељски факултет, 23–32.
- Шпијуновић 2009: К. Špijunović, Škola i daroviti učenici, u: *Buduća škola*, zbornik radova sa naučnog skupa, I deo, Beograd: Srpska akademija obrazovanja.
- Шпијуновић, Маричић 2013: К. Špijunović, S. Maričić, Učitelj i rad sa učenicima potencijalno darovitim za matematiku u uslovima inkluzivnog obrazovanja, *Pedagogija*, 68 (2), 242–256.
- Шпијуновић и др. 2013: К. Шпијуновић, М. Кундачина, С. Маричић, Методолошки проблеми проучавања даровитости за математику, у: Г. Гојков, А. Стојановић (ур): *Методолошки проблеми истраживања даровитости*, (382–388), Вршац: Висока школа струковних студија за образовање васпитача „Михаило Палов“, Arad: Univer-sitatea de Vest „Aurel Vlaicu“.

ПРИЛАГОЂАВАЊЕ НАСТАВНИХ САДРЖАЈА МАТЕМАТИКЕ ЦИЉЕВИМА МОДЕРНОГ ДРУШТВА

Стицање темељних математичких и научних знања у основним школама представља основу за надоградњу и постизање будућих образовних циљева ученика, али и важно средство за њихов свакодневни живот и будуће радно место. Број занимања која захтевају висок степен знања и коришћења математике, или математичког начина мишљења, расте с унапређивањем технологије и савремених метода економије. Ученици би требало да препознају математику као велико достигнуће човечанства, али и као науку која не стагнира, већ се и даље развија, и својим развојем омогућава развој и осталих научних области. Математика представља идеални систем знања у науци, и као таква чини основу за многе друге наставне предмете у основној школи, али и уопште. Савремено друштво од појединца тражи разумевање математике и науке до оне дубине која је довољна да он буде способан да самостално доноси одлуке у не само свом личном животу, већ и на друштвеном и глобалном плану. Због тога је важно да ученици током свог образовања схвате математику као важан чинилац у напретку људског рода.

Термин „писменост“ је првобитно био уско везиван за вештину читања и писања, а често и приповедања, па није се ретко дешавало у народу да се за особу која има добру вербалну флуентност каже да је писмена. У савременом друштву овај термин означава читав спектар различитих одредница у зависности од области у којима се посматра: лингвистике, музике, статистике, математике, итд.

Математичка писменост представља једну од кључних компетенција за успешно суочавање са различитим изазовима: у свакодневном животу, на радном месту, током образовања. „Математичка писменост је капацитет појединца да идентификује и разуме улогу коју математика игра у савременом свету, да изведе добро засноване математичке процене и да се ангажује у математици тако да задовољи своје садашње и будуће потребе као конструктивног, заинтересованог и рефлексивног грађанина“ (OECD 1999). Можемо још додати да се у општем смислу математичка писменост односи на коришћење математичких знања, поступака и формула како би се описала и објаснила нека појава, или за предвиђање неких будућих догађаја. Стога, појединац је математички писмен ако може да препозна како се нека појава или догађај могу превести на математички језик, односно у математич-

* aleksandra.mihajlovic@gmail.com

ку форму која нам омогућује да га боље разумемо и да на основу тога доносимо одређене одлуке.

PISA тестирање из 2009. године у области математичке писмености показало је забрињавајуће лоше резултате тестираних ученика осмог разреда из Србије у односу на OECD просек (Бауцал, Павловић-Бабић 2010: 26–27).

Табела 1: Опис постигнућа по нивоима на скали математичке писмености

Ниво	1	2	3	4	5	6
Србија (%)	82,3	59,4	32,9	13,0	3,5	0,6
OECD (%)	91,9	77,9	55,9	31,6	12,7	3,1

За нијансу бољи резултати добијени су TIMSS тестирањем из 2011. године када су тестирани ученици четвртог разреда, где је просечно постигнуће ученика четвртог разреда било изнад просека (516 поена у односу на међународни просек од 500 поена), чиме су се нашли на 18. месту од укупно 52 земље. Међутим, треба имати на уму да су резултати који се односе на чињенична знања статистички значајно изнад просека, док су резултати који се односе на когнитивни домен математике и резонување, тј. закључивање, статистички значајно испод просека (Mullis et al. 2012).

Један од проблема наставног процеса у основним школама, на који се често указује, а који проистиче и из поменутих истраживања, јесте недовољно повезивање теорије и праксе и нефункционалност знања која ученици усвајају. Због природе тестова које ученици раде овај проблем се у највећој мери огледа и приписује настави математике.

Реални или физички свет је, по Смиту (Smith 2000, в. Мосволд 2008: 2–3), свет објеката и догађаја који су познати и које можемо описати свакодневним језиком. За многе веза између математике и физичког света представља нешто скоро мистериозно, чиме може бити објашњено и зашто доста ученика математику сматра бесмисленом и тешко разумљивом. По Мосволду (Мосволд 2008: 3–6), веза са реалним животом се може дефинисати као веза математике која се учи и предаје у школи и спољашњег света. По њему под реалним животом треба посматрати све што је повезано или се може сусрести у реалном свету. Односно, сматра да не треба ограничити схватање термина реални живот само на оно што ученици сусрећу у свом свакодневном животу, нарочито узевши у обзир чињеницу да различити ученици живе у различитим окружењима и различито доживљавају искуства из спољашњег света. Циљ наставе математике у школама у земљама широм света није само да рефлектује свакодневни живот ученика, већ да их оспособи за њихово будуће занимање и живот у савременом друштву.

Основно истраживачко интересовање овог рада односи се на испитивање у којој мери учитељи основних школа у Србији на својим часовима

врше повезивање математичких садржаја са ситуацијама из реалног света и са другим наставним и научним областима. Предмет истраживања у овом раду је испитивање постојећег стања у наставној пракси основних школа по питању оспособљавања ученика за живот и рад у савременом друштву, а из перспективе учитеља. Општа хипотеза спроведеног истраживања је да учитељи у почетној настави математике у довољној мери врше повезивање математичких садржаја са ситуацијама из реалног света и са другим наставним и научним областима.

Истраживање је спроведено школске 2012/2013. године и обухватило је узорак од 107 учитеља из четири општине Републике Србије (Јагодина, Рековац, Крагујевац, Београд). Структура узорка по степену стручне спреме дата је у табели 2.

Табела 2: Расподела учитеља у односу на степен стручне спреме

	VI степен	VII степен
Број учитеља (%)	23,37	76,63

Структура узорка у односу на географску локацију школа у којима испитаници раде дата је у табели 3.

Табела 3: Расподела учитеља у односу на средину у којој се налази школа

	Градске	Сеоске
Број учитеља (%)	70,1	29,9

Структура узорка у односу на године радног стажа дата је у табели 4.

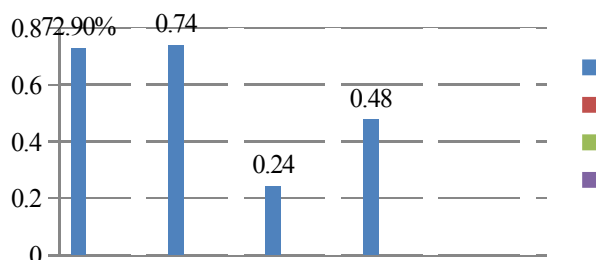
Табела 4: Расподела учитеља у односу на радни стаж

	Године радног стажа						
	0–5	6–10	11–15	16–20	21–25	26–30	31–40
Укупно (%)	18,69	9,35	12,15	16,82	14,02	18,69	10,28

За потребе истраживања конструисан је упитник који се састојао од 16 питања, од којих су четири била отвореног, а дванаест затвореног типа. Резултате спроведеног истраживања изнећемо по питањима која су дата у упитнику.

Резултати истраживања

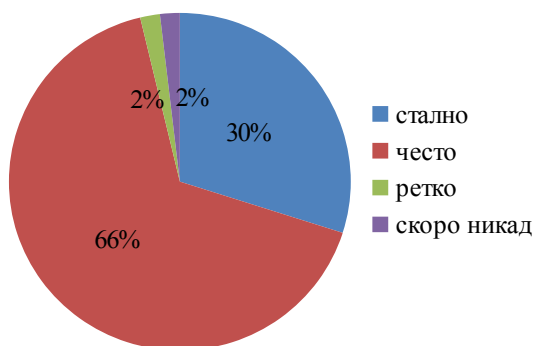
1. *Извори наставних материјала који приказују везу и примену математике у реалним животним ситуацијама?*



Слика 1: Дистрибуција одговора учитеља у 1. питању

Прво питање предочило је важност доброг одабира уџбеника који - су одобрени од стране ресорног министарства јер 73,83% испитаника задатке одабира управо из тих уџбеника. Такође, добар податак је и да у скоро подједнаком проценту испитаници самостално креирају материјале које - примењују у раду са ученицима. Ово питање показало је благи дисбаланс између испитаника који раде у градским и сеоским школама јер 76% оних који раде у градским школама самостално креирају материјале, док већина испитаника из сеоских школа те материјале црпе из уџбеника. Иако скоро половина њих користи интернет као извор наставних материјала већи је проценат учитеља из градских средина (53,33%) у односу на оне из сеоских (34,38%) који га користе. Ово се може довести у везу и са заступљеношћу интернета у различитим срединама.

2. *Колико често у настави математике учитељи користе примере повезане са свакодневним животним ситуацијама?*



Слика 2: Дистрибуција одговора учитеља у 2. питању

Статистички показатељ броја испитаника који у великој мери врше повезивање у настави математике са примерима из свакодневног живота је

велики и посматрајући бројке можемо бити задовољни њима. Међутим, имајући на уму да укупну популацију ученика у прва четири разреда у Републици Србији чини око 288 хиљада ученика и да је проценат учитеља који никада или скоро никада не врше повезивање 3,73%, тј. да са скоро 11 хиљада ученика у Србији раде учитељи који су дали поменуте одговоре, ово представља забрињавајућу чињеницу. Податак да у категорију учитеља који слабије врше повезивање спадају већином они који имају до пет година радног стажа указује на потребу интензивнијег рада на основним и мастер студијама на оспособљавању учитеља и указивању на значај повезаности наставе математике са свакодневним животом.

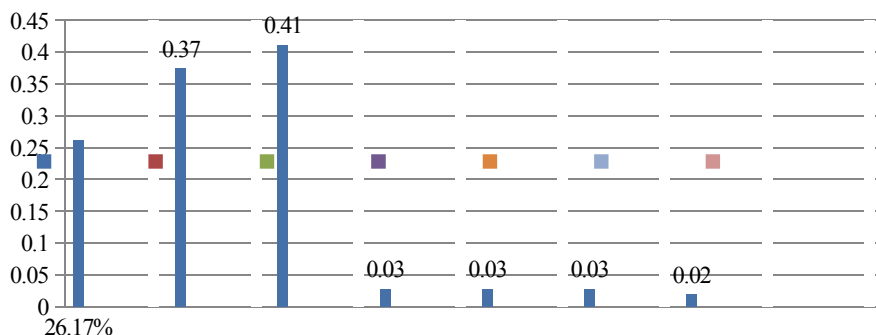
3. У којој мери учитељи користе примере повезане са реалним животним ситуацијама у одређеним областима наставе математике?

Табела 5: Дистрибуција одговора учитеља у 3. питању

	Стално	Често	Ретко	Скоро никад
а) Геометрија (садржаји везани за правоугаоник, квадрат и троугао)	41,12%	51,40%	4,67%	0,93%
б) Геометрија (садржаји везани за коцку, квадар)	30,84%	56,07%	10,28%	0,00%
в) Мерење и мере	49,53%	48,60%	1,87%	0,00%
г) Једначине и неједначине	20,56%	53,27%	19,63%	2,80%
д) Разломци	31,78%	49,53%	15,89%	0,93%
ђ) Рачунске операције са природним бројевима	51,40%	42,99%	4,67%	0,93%

Сагледавањем одговора испитаника на треће питање закључујемо да се корелација са животним ситуацијама највише користи у областима за које је предвиђено највише часова годишњим планом рада. Тако је корелација најзаступљенија у извођењу рачунских операција са природним бројевима и геометријским садржајима, а најмање код једначина и неједначина и разломака. Не постоји никаква видљива разлика по супкатегоријама испитаника у било ком сегменту одговора.

4. Главни проблем и препрека за чешћу употребу задатака везаних за реалне животне ситуације и окружење



Слика 3: Дистрибуција одговора учитеља у 4. питању

Највећи проценат укупног броја учитеља као главни проблем наводи недостатак одговарајућих наставних средстава. У односу на средину у којој раде, највећи проценат учитеља градских школа (44%) наводи - као разлог недостатак наставних средстава, а половина учитеља који раде у сеоским школама наводи недостатак времена на часовима редовне наставе. У односу на степен стручне спреме, највећи проценат оних са VI степеном наводи недостатак времена, док највећи проценат оних са VII степеном - стручне спреме наводи недостатак наставних средстава. Интересантно је да са порастом година радног стажа расте и број испитаника који су одговорили да је главни проблем недостатак литературе и наставних средстава, док испитаници који су на почетку професионалне каријере дају акценат на наставна средства.

5. Да ли сте током студија посебну пажњу обрађали на могућности примене и везу математике и реалног света?



Слика 4: Дистрибуција одговора учитеља у 5. питању

Велики проценат учитеља даје позитиван одговор али највише учитеља сматра да везу математике и реалног света није посвећена довољна

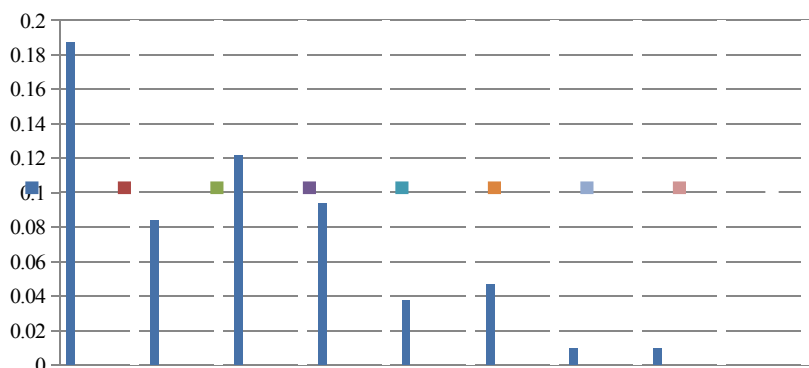
пажња. Процент учитеља који сматрају да је у току студија довољно пажње посвећено могућностима примене и вези математике и реалног света је већи са смањењем година радног стажа. Ово указује на позитивне промене у садржајима програма методике математике који се изучавају на учитељским факултетима. Повезујући контекст другог питања са овим, долазимо до неочекиваног закључка да иако се са учитељима који тек завршавају факултете ради у доброј мери на постизању корелације, они је најмање примењују у свакодневној пракси. Када је у питању средина у којој се школа налази не постоји значајна разлика у одговорима учитеља, а ни када је у питању њихова стручна спрема.

6. *Да ли сте током студија практично повезивали садржаје наставе математике са садржајима других предмета?*

Дистрибуција одговора, заступљеност и закључци код овог питања, идентични су као у претходном питању.

Питањима 7 и 8 испитивало се да ли постоје садржаји који учитељима представљају посебан проблем за налажење одговарајућих примера који би илустровали њихову примену у реалним животним ситуацијама. Питања су била отвореног типа.

7. *За које теме у настави математике сматрате да не могу у довољној мери да се повежу са реалним животним ситуацијама?*

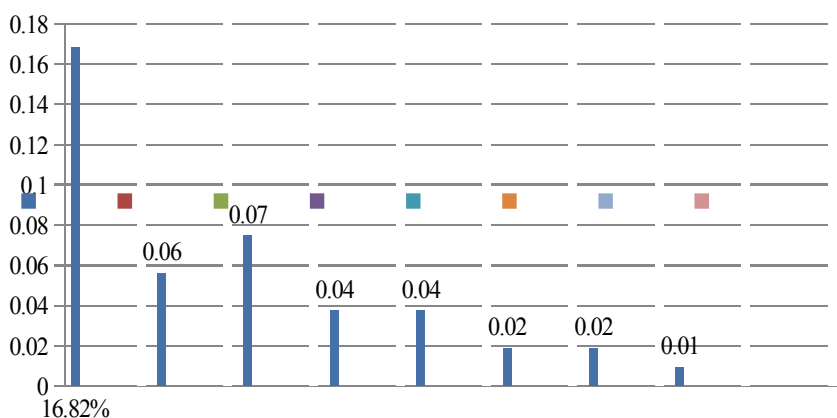


Слика 5: Дистрибуција одговора учитеља у 7. питању

На ово питање одговорило је 50,47% испитаника. Највећи проценат је одговорио да такве наставне теме не постоје, односно да је увек могуће извршити повезивање са реалним животним ситуацијама. Интересантно је нагласити да је највећи проценат учитеља који дају овај одговор са радним стажом мањим од 5 година. Са друге стране, највише проблема учитељима

задају геометријски садржаји (12,15%), садржаји о мерењу и мерама (9,35%) и једначине и неједначине (8,41%). Занемарљив је проценат оних - који као такве издвајају садржаје о природним бројевима и рачунским операцијама, математичким изразима и разломцима. Резултати добијени - питањем 7 су у директној сразмери са резултатима добијеним у питању 3. - Од оних који сматрају да је могуће извршити повезивање у оквиру било - које од наставних тема највећи је проценат оних са VII степеном стручне спреме.

8. За које наставне јединице сматрате да не могу да се повежу са реалним животним ситуацијама?

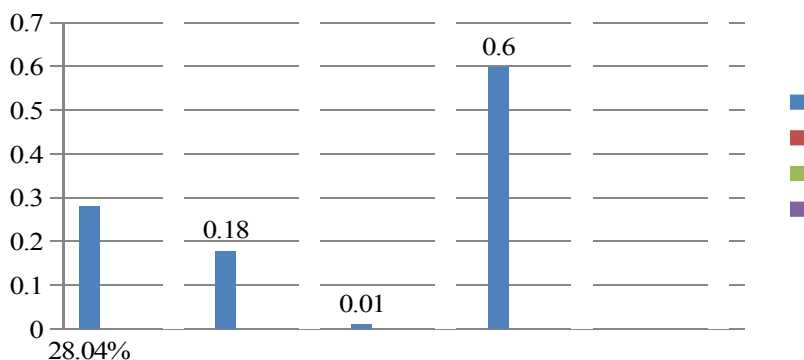


Слика 6: Дистрибуција одговора учитеља у 8. питању

На ово питање одговорило је само 32,7% учитеља. Највећи проценат сматра да се за сваку наставну јединицу могу пронаћи примери који би указали на везу са реалним животним ситуацијама. Као специфичне наставне јединице које представљају највећи проблем издвајају се оне које су у вези са садржајима из геометрије и мерења и мера.

Питања 9 и 10 односила су се на организациона питања наставе математике која учитељима омогућавају да на најефикаснији начин изврше повезивање математичких садржаја са ситуацијама из реалног живота и света.

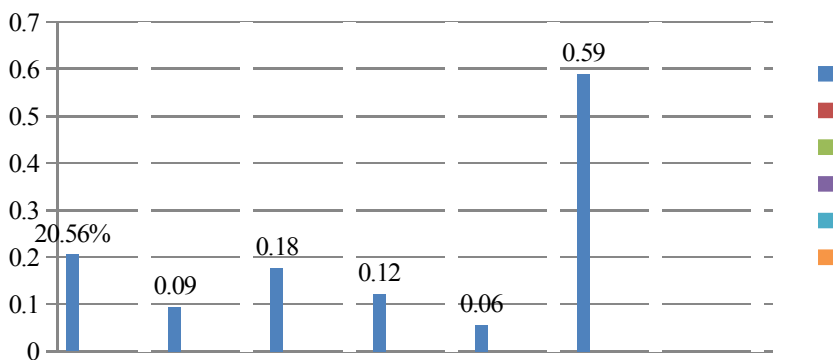
9. На којим типовима часова највише употребљавате везу математике и реалног живота?



Слика 7: Дистрибуција одговора учитеља у 9. питању

Највећи проценат укупног броја учитеља одговорио је да на свим - типовима часова указују на примену и везу математичких садржаја и реалних животних ситуација. Мањи проценат учитеља одговара да то најчешће чини на часовима обраде и утврђивања. Одговори су слични и када упоредимо одговоре учитеља по средини у којој се школа налази, као и по степену стручне спреме. Када је у питању радни стаж, највећи проценат учитеља са радним стажом мањим од 5 година на ову везу указује углавном на часовима обраде (70%). Остаје нејасно због чега часови систематизације остају запостављени у односу на друге типове часова, када би управо свеобухватност садржаја једне теме или њених делова требала доћи до изражаја.

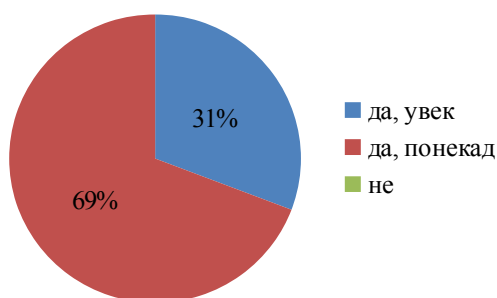
10. За који облик рада сматрате да је најприкладнији за повезивање математичких садржаја са реалним животом?



Слика 8: Дистрибуција одговора учитеља у 10. питању

Већина учитеља наводи да се сви наставни облици подједнако успешно могу користити за повезивање математичких садржаја са реалним животом. У односу на остале облике рада, изненађујуће је да за индивидуализовани облик рада, који би управо требало да буде осмишљен, реализован и примењен у складу са могућностима сваког ученика, учитељи сматрају да није прикладан за повезивање. У овом питању са порастом година радног стажа повећава се и заступљеност мишљења међу учитељима да су сви облици рада подједнако прикладни за повезивања.

11. Да ли сматрате да садржаји математике могу да се повежу са наставом других предмета?



Слика 9: Дистрибуција одговора учитеља у 11. питању

Оно што је добро је да нема учитеља који сматрају да се математика не може повезати са наставом других предмета, односно учитељи не виде математику као апсолутно изолован предмет. Ипак мањи је проценат оних који то успевају да ураде са свим математичким садржајима.

Питањем 12 испитано је који су то предмети чије садржаје учитељи најчешће повезују са садржајима математике.

12. У којој мери Ви повезујете садржаје математике са наставом других предмета?

Табела 6: Дистрибуција одговора учитеља у 12. питању

	Стално	Често	Ретко	Скоро никад
а) Српски језик	28,04%	43,93%	26,17%	0,93%
б) Свет око нас	8,41%	72,90%	15,89%	0,93%
в) Ликовна култура	9,35%	68,22%	19,63%	0,93%
г) Музичка култура	3,74%	38,32%	45,79%	8,41%
д) Физичко васпитање	4,67%	50,47%	36,45%	5,61%
ђ) Грађанско васпитање	1,87%	22,43%	39,25%	24,30%

Највећи проценат учитеља се изјашњава да садржаје повезују често са садржајима следећих предмета: свет око нас, ликовна култура, физичко васпитање и српски језик. Најмањи проценат учитеља повезује наставу музичке културе са математичким садржајима. Дистрибуција одговора је прилично уједначена по свим супкатегијама испитаника. Као битан исход намеће се чињеница да годишњи фонд часова одређених предмета није у директној корелацији са степеном корелације њихових садржаја.

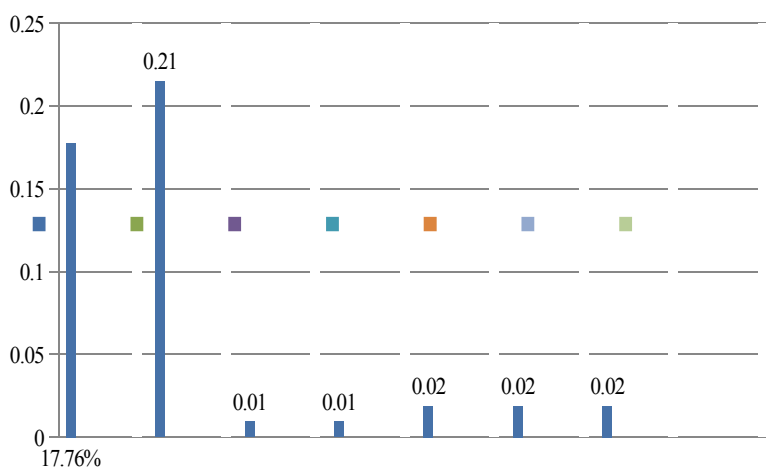
13. Да ли при одабиру уџбеника водите рачуна о степену заступљености примера и задатака из реалног живота у њима?



Слика 10: Дистрибуција одговора учитеља у 13. питању

Нешто више од трећине учитеља наводи да при избору математичких уџбеника води рачуна о степену заступљености садржаја који указују на везу и примену математике у реалном животу. Са друге стране, није занемарљив ни проценат учитеља који ретко воде рачуна о заступљености оваквих садржаја. Мада је у питању мали проценат учитеља, није занемарљиво да 4,67% учитеља не води рачуна о степену заступљености садржаја и задатака који указују на примену у реалном животу. Показатељ да 61,68% учитеља који веома мало или уопште се не воде овим сегментом при одабиру уџбеника или немају никакав утицај на њихов одабир је забрињавајући, посебно имајући у виду одговоре из питања 1 и то да чак 73,83% учитеља управо као главни ресурс за црпљење материјала користи уџбенике.

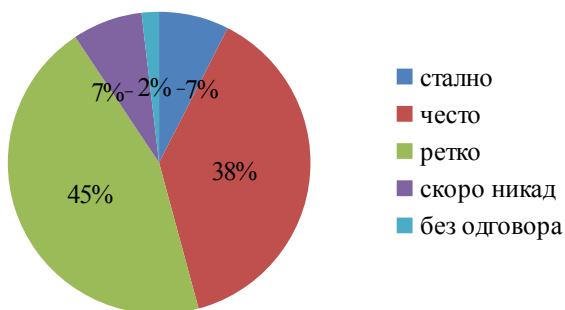
14. Шта по Вама представља функционална писменост у почетној настави математике?



Слика 11: Дистрибуција одговора учитеља у 14. питању

На ово питање није одговорило чак 54,21% учитеља. Од оних који су одговорили највећи проценат сматра да функционална писменост у математици подразумева да ученици познају основне математичке појмове, док само око шестина укупног броја учитеља под функционалном писменошћу подразумева способност примене математике у свакодневним ситуацијама. Веома мали проценат учитеља наводи да функционална писменост подразумева: развијено логичко мишљење, оспособљеност за примену у даљем животу, оспособљеност за даље учење и школовање. Без обзира на то што је проценат занемарљив, ипак је забрињавајуће што постоје они који сматрају да нам функционална математичка писменост није потребна. Ово мишљење је за нијансу израженије код оних који раде у градским срединама и примарно је заступљено код испитаника који имају мање од 5 година радног стажа.

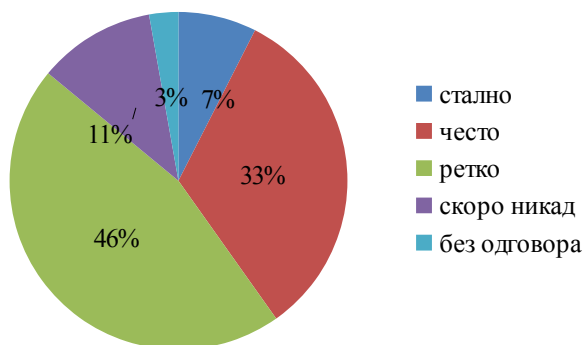
15. У којој мери посећујете семинаре везане за наставу математике?



Слика 12: Дистрибуција одговора учитеља у 15. питању

Највећи проценат учитеља ретко посећује семинаре о настави математике. У односу на средину у којој учитељи раде, проценат учитеља из градских школа који често посећују семинаре (42,67%) сличан је проценту оних који ретко посећују семинаре (40%). Највећи проценат оних који раде у сеоским школама (56,25%) ретко посећује семинаре.

16. Да ли је на семинарима стручног усавршавања на којима сте присуствовали било речи о повезивању наставе математике са реалним животом?



Слика 13: Дистрибуција одговора учитеља у 16. питању

Сагледавајући комплетне одговоре испитаника може се закључити да мали број семинара стручног усавршавања пажњу посвећује повезивању математике са реалним животним ситуацијама. Узимајући у обзир и одговоре добијене у 7. и 8. питању, намеће се закључак да је пажњу потребно усмерити ка креирању семинара који разматрају тему повезивања, а

нарочито о повезивању геометријских садржаја, садржаја о мерењу и мерним јединицама, као и садржаја о једначинама и неједначинама.

Закључак

Спроведено истраживање указује на одређене предности, али и недостатке у постојећој наставној пракси. Као позитивну можемо констатовати чињеницу да већина учитеља у свом наставном раду у одређеној мери врши повезивање математичких садржаја са реалним животним ситуацијама и потребама, чиме је наша хипотеза потврђена. Ипак, сматрамо да би проценат учитеља који указују на примену и везу математике и реалног живота морао бити већи. Такође, пажњу треба посветити (нарочито у програмима стручног усавршавања) и чињеници да већина учитеља као извор материјала користи постојеће уџбенике, док знатно мањи проценат учитеља такве примере осмишљава сам.

Одговори учитеља такође указују да пажњу треба усмерити и на садржаје који им представљају проблем за осмишљавање одговарајућих примера који имају основу у реалним животним ситуацијама, као и на примере који указују на примену ових садржаја. Углавном су то садржаји из области геометрије, једначина и неједначина и мерења и мера. Охрабрујуће је то да од учитеља који сматрају да не постоје теме у настави математике које се не могу повезати са реалним животом највећи проценат је оних који имају мање од 5 година радног стажа. Може се рећи да ови резултати указују да реформисани наставни програми методике математике већу пажњу посвећују повезивању садржаја са реалним животним ситуацијама.

Каква су то знања и способности која ученици млађег школског узраста треба да стекну да би се припремили за даљи живот и школовање? Шта заправо значи да су они функционално математички описмењени? Нажалост већина учитеља није одговорила на питање шта је то функционалана писменост, а забрињавајуће је и то да један, мада мали, проценат учитеља сматра да функционална писменост није неопходна. Ово је још једно питање коме треба посветити пажњу и у току редовних студија, али и касније на семинарима стручног усавршавања. Забрињавајуће је да је највећи проценат учитеља одговорио да се на семинарима у недовољној мери посвећује пажња математичкој писмености и повезивању са свакодневним животним ситуацијама. Сматрамо, да би на семинарима - нарочиту пажњу требало посветити решавању математичких проблема који имају реални контекст, а не само текстуалним проблемима који заправо само површно илуструју ову везу.

Литература

- Антонијевић 2007: Р. Антонијевић, *TIMSS 2007 у Србији: концепција истраживања*, Педагогија, vol. 62, бр. 1, 13–22.
- Бауцал, Павловић-Бабић 2010: А. Бауцал, Д. Павловић-Бабић, *PISA 2009 у Србији: први резултати*, Београд: Институт за психологију Филозофског факултета у Београду, Центар за примењену психологију.
- Мосволд 2008: R. Mosvold, Real-life Connections in Japan and the Netherlands: National teaching patterns and cultural beliefs, *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. <<http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal>>. 10. 02. 2013.
- Мосволд 2003: R. Mosvold, *Mathematics in everyday life*, Telemarksforsking-Notodden Senter for pedagogisk forskning og utviklingsarbeid. <<https://teora.hit.no/bitstream/handle/2282/1365/Rapp-2003-07.pdf>>. 15. 02. 2013.
- Мулис et al. 2012: I. V. S. Mullis, M. O. Martin, P. Foy, A. Arora, *Timss 2011 International Results in Mathematics*, Boston-Amsterdam: Timss & Pirls International Study Center
- Милинковић–Росић 2009: И. Милинковић–Росић, Постигнућа ученика из математике, у: Н. Сузић, А. Ибраковић: *Секундарна анализа TIMSS 2007 у Босни и Херцеговини*, Сарајево, 75–102.
- НЦВВО 2012: Национални центар за вањско вредновање образовања, *TIMSS 2011. Загреб: Извешће о постигнутим резултатима из математике*. <http://dokumenti.ncvvo.hr/TIMSS/Dokumenti/TI-MSS_2011_mat.pdf>. 25. 09. 2013.

СТВАРАЛАЧКО ЗНАЊЕ И КРЕАТИВНОСТ УЧЕНИКА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Увод

За савремену наставу је најважније да се њом подстиче богата интелектуална активност ученика, да су знања која се стичу применљива и трајнија, да су ученици у процесу стицања знања активни субјекти који самостално уче, раде и развијају се. Најважније је да наставник користи такве методе и поступке којима ће мисаоно активирати ученике. Наставни процес треба да се заснива на ученичком самосталном овладавању знањима, а не на излагању готових знања од стране учитеља, памћењу и репродуковању садржаја од стране ученика. Због тога се све чешће постављају питања: *Чиме и како развијати стваралаштво ученика на часу математике?* Настава математике је од посебног значаја за развијање стваралачких способности код ученика, јер у њој превладавају тешкоће које активирају мисаоне напоре ученика и подстичу развој стваралаштва.

Одељења у нашим школама се састоје од просечних, даровитих и испод просечних ученика. Традиционални облик наставе је прилагођен већини ученика коју чине просечни, док остали не могу да се оптимално развијају. Традиционална настава, пре свих предавачка, омогућава стицање великог броја чињеница чиме ученици добијају добар фонд знања, али та знања ретко умеју применити. Из тих разлога и недостатака тежи се подстицању стваралачких знања у настави, развоју мишљења ученика и усвајању знања са разумевањем, а тако стечена знања су трајнија, ефикаснија и применљивија. Све више се инсистира на истраживачкој настави. Настава предавачког карактера се све више обогаћује истраживачком наставом, јер је при њој ученичка активност стваралачка. Применом самосталног учења математике стварамо услове у којима ће сви ученици максимално развијати мисаоне способности и напредовати у складу са својим индивидуалним способностима и на тај начин покушати да побољшамо традиционалну наставу. Самостално учење математике може се остварити на разне начине: помоћу радних уџбеника, програмираних или полупрограмираних материјала које поседује школа, али може их и сам наставник израдити.

* ivanajovanovic014@gmail.com

Стваралачко знање и креативност

Једна од основних дидактичких функција је образовање. Образовање означава процес стицања знања, вештина и навика. Знање је основна компонента образовања и најчешће се дефинише као „систем научно проверених, логички повезаних чињеница и генерализација о природи, друштву и човеку које је појединац схватио и усвојио“ (Вилотијевић 1999: 67). Материјални задатак наставе се управо односи на стицање знања о објективној стварности која се проучава у настави одређеног предмета. Знање је „један од најважнијих квалитета човека. Његовим стицањем и растом, његовом употребом у реалном животу, човек и постаје личност. Знањем је човек и изградио и очовечио себе“ (Павковић 2004: 455). Знање је „познавање и разумевање чињеница, односа, правила, метода, и др. (појединаца или културе)“ (Брковић 1995: 19).

У процесу наставе ученици усвајају одређена знања. Говорећи о знању ученика можемо му прићи са две стране. Са једне стране можемо посматрати знање као квантитет, где се мери количина информација којима ученик располаже, а са друге као квалитет, где се разликују одређени нивои знања. Знању се све више прилази као квалитету који желимо постићи - код ученика.

У педагошкој литератури најчешће се наводе следећи нивои знања: ниво присећања, ниво препознавања, ниво репродукције, оперативно знање и креативно знање (стваралачка примена знања).

Ниво присећања карактерише сећање на неке садржаје. Особа се сећа да је некада чула дате информације, али су та сећања непотпуна и нејасна. Ниво препознавања подразумева да ученик препознаје чињенице (информације) које је раније сретао. Код репродуктивног знања од ученика се тражи да тачно репродукују учене чињенице. На оперативном нивоу се подразумева да се ученици могу служити одређеним знањем, нарочито при стицању нових знања. Оперативно знање је увод у стваралачко знање, јер се код њега од ученика захтева истраживачки приступ у решавању проблема и стваралачко мишљење. Креативно (стваралачко знање) подразумева, поред примене знања и стваралачког мишљења, и стварање. Како је стваралачко (креативно) знање највиши ниво знања, јасно је да учитељи теже да код својих ученика постигну тај ниво. М. Вилотијевић стваралачко знање дефинише као „највиши ниво који се одликује тиме што појединац знања и принципе из једне области успешно примењује у другим областима (трансфер), што, на основу постојећег, ствара ново знање и нове пројекте“ (1999: 69).

Под стваралачким знањем се подразумева стварање нових идеја, - коришћење знања на нов начин и довођење у везу знања из различитих области. Стваралачко знање значи да се појединац активно служи стеченим знањем. Од ученика се не тражи усвајање одређеног обима знања, умења и навика, већ се од школе све више захтева да ученици постану самостални у

процесу стицања знања. Савремена школа „више наглашава компоненте - којима се програмира *развој и васпитање* и задатке помоћу којих се то може успешно остварити“ (Трнавац, Ђорђевић 2010: 210). Само стицањем стваралачких знања појединац ће бити оспособљен да се сналази у бројним животним проблемским ситуацијама. Свестрани развој не подразумева усвајање великог обима знања, него активно учествовање појединаца у процесу стицања и прераде знања, активно служење знањима. Основни задатак школе је да оспособи ученике за живот, па је стицање стваралачких знања неизоставни део учења.

Када се говори о стваралаштву, често се истичу два критеријума у зависности од продуката стваралачког рада. Први је строжији критеријум по ком је стваралаштво нешто ново што до тада није познато, што до тада нико није открио. Други је блажи критеријум, по ком се стваралаштво схвата као нешто ново за оног ко га ствара, без обзира да ли је неко пре до тога дошао. Када говоримо о креативности деце у школи, посебно када се говори о млађем школском узрасту, под стваралаштвом се подразумева оно што је за дете ново. Стога ћемо, у раду прихватити две тенденције у схватању стваралаштва, а које истиче и К. Шпијуновић:

1. Прихвата се као стваралачко свако решење до кога дете долази, које је за њега ново, без обзира на чињеницу да ли је неко други пре њега до тог истог решења дошао.

2. Стваралачко мишљење се посматра као способност коју у већој или мањој мери, поседује сваки ученик, а не као специфична мисаона особарност која се статистички ретко јавља у датој популацији (1994: 52).

Говорећи о креативности деце П. Јанковић истиче да: „Под појмом креативност (од лат. *creativus, creatio*) најчешће се подразумева стваралаштво, стварање, изум, проналазак нечег новог и оригиналног. Креативност је својство личности, које у већој или мањој мери поседује свака особа. Слично тзв. Г фактору интелигенције, која у извесној мери учествује у свакој људској активности или радњи“ (2001: 63). М. Стевановић истиче да: „За стваралаштво можемо рећи да је то трагање за новинама“ (2001: 101).

Слично, креативност дефинише и Б. Ђорђевић: „Креативност је способност да се стварају нове идеје, нова увиђања, новина, нови уметнички предмети, све оно што има социјалну, духовну, естетску, научну или техничку вредност. Садашња схватања о креативности иду у правцу нашег поимања овог феномена, па се сматра да креативност припада скоро свим људима у различитом степену“ (2008: 6). Посебно се треба осврнути на деце стваралаштво. Ми од ученика не можемо очекивати да дођу до нових научних и техничких достигнућа, али у ученичком раду можемо приметити нови начин прилажења проблему, виђење проблема на нов и другачији начин у односу на вршњаке, оригиналност у решавању. Б. Ђорђевић истиче: „Када се ради о дечјем стваралаштву, не треба тражити или очекивати резултате тог стваралаштва, већ је важан сам *процес* стварања“ (2008: 7).

Говорећи о креативности П. Стојаковић наглашава важност Гилфордовог модела структуре интелекта (SI). Овај модел обухвата: когницију (схватање, разумевање, откривање информација...), меморију, конвергентно мишљење (произвођење информација на основу датих, које су сличне међусобно), дивергентно мишљење (произвођење што различитијих информација у односу на дате) и евалуација (изграђивање критеријума за правилно вредновање чињеница) (1997: 427).

Стваралачко знање се одликује тиме што појединац увиђа нове везе и односе међу предметима; ствара нове продукте, идеје, новине; проналази нове и оригиналне путеве за решавање проблема; остварује вредности које су признате у друштву. Појединац се, захваљујући стваралачком знању успешно сналази у новим, недоживљеним проблемским ситуацијама.

Стваралаштво се испољава кроз стваралачке способности. Како би се стваралаштво боље разумело, неопходно је издвојити способности које га сачињавају.

Оригиналност потиче од латинске речи *origo* што значи почетак. - Оригиналност је најчешће дефинисана као способност продуковања необичних, нових, ретких, удаљених и духовитих одговора. М. Стевановић оригиналност дефинише као „настајање нечег новог, изворног, раније непознатог. Обично се види у неком делу, процесу или понашању појединца“ (2001: 120). По блажем критеријуму оригиналним се сматра све оно што се први пут јавља код једне личности. По строжем критеријуму оригиналним се сматра само оно што се први пут појављују у свету уопште. Како се ми бавимо млађим школским узрастом, за нас је значајнија оригиналност по блажем критеријуму. То је разумљиво јер од ученика млађег узраста не можемо очекивати да стварају научне теорије, откривају изуме, али можемо од њих очекивати да на основу датих података дају оригинална решења и откривају оригиналне начине долажења до решења.

Флексибилност потиче од латинске речи *flexibilis*, што значи флексибилан: „1. савитљив, еластичан, гибак. 2. (о људима) који није крут у опхођењу, прилагодљив, који се лако може прилагодити ставовима супротне стране“ (Клајн, Шипка 2007: 1332). У свом раду М. Стевановић - флексибилност дефинише као „мењање, прилагођавање, савитљивост, гипкост мишљења, одбацивање старих метода и прихватање нових, мењање дирекције (усмерености) мишљења при поступку решавања неког проблема“ (2001: 120).

Флексибилност карактеришу: ослобађање од стереотипа, клишеа и шаблона, пластичност, гипкост мишљења, прилагодљивост измењеним условима, ослобађање понашања од ригидности, промена усмерености мишљења... У почетној настави математике, када год је то могуће, различитим задацима, ученике треба ослобађати од стереотипног начина мишљења и подстицати њихову флексибилност.

По речима Р. Квашчева *флуентност* представља „способност да се за одређено време произведе што већи број идеја које испуњавају

извесне смисаоне захтеве“ (1975: 4). Сличну дефиницију даје и К. Шпијуновић истичући да флуентност представља „способност ученика да приликом решавања задатка пронађе што већи број могућих решења“ (1994: 113). М. Стевановић истиче да флуентност „означава мноштво, множину нечег, неку производњу“ (2001: 122).

Флуентност долази до изражаја у решавању задатака који имају већи број решења. Решавајући ове задатке код ученика се подстиче гипкост мишљења, способност пребацивања са једне на другу мисаону операцију. Основни проблем у наставној пракси је тај што се, често, и ученици и наставници задовољавају једним решењем, а често се инсистира на једном - начину долажења до решења. Флуентност није изолована од осталих компоненти стваралачког мишљења. Проналажење што већег броја идеја - повлачи за собом и друге компоненте, пре свега оригиналност и флексибилност.

Рedefиниција се најчешће одређује као способност проналажења нових функција објеката или делова објеката, способност да се познати предмети употребе на један нов и неуобичајен начин. Рedefиниција је, по схватању К. Шпијуновића, „способност стваралачког мишљења која омогућава ученику да податке дате у задатку употреби на нов, другачији начин, са циљем да се ти подаци осмисле језичком формом која је најближа ученику и која омогућава да задатак буде лакше решен“ (1994: 114). У *Великом речнику страних речи и израза* се наводи да је „*редефиниција* – другачије формулисана, промењена постојећа дефиниција“ (Клајн, Шипка 2007: 1044). У процесу наставе и учења ученици су често у ситуацији да информације дате у задацима реформулишу у њима јаснију језичку формулацију.

Осетљивост за проблеме се најчешће дефинише као „способност откривања и формулисања проблема у недоживљеним проблемским ситуацијама“ (Квашчев 1975: 5).

Осетљивост за проблеме најчешће долази до изражаја у увиђању - нечег необичног у задатку, уочавању неке грешке, неког недостатка, нелогичности. У почетној настави математике осетљивост за проблеме долази до изражаја у задацима који садрже неку празнину, нелогичност, неки недостатак, у задацима са необичним одговорима, шаливим задацима, па се од ученика захтева да те недостатке и загонетке открију.

Елаборација – Реч елаборација потиче од латинске речи *elaboratio* од *elaborare* (израдити) што значи „израђивање, разрађивање, разрада“ (Клајн, Шипка 2007: 419). Р. Квашчев наводи да се фактор елаборације дефинише као „способност разраде рада, тј. развијање оригиналног рада у целини, а на основу откривених нових идеја“ (1975: 5). Даље, наводи да је то „способност да се нађу детаљи који ће попунити општу скицу или план дела“ (исто: 5). Базирајући се на наставу математике у млађим разредима - основне школе К. Шпијуновић елаборацију дефинише као „способност да

се идеје и подаци дати у задатку развијају и допуњавају новим идејама и новим подацима и на тој основи изналази решење задатка“ (1994: 116).

У почетној настави математике учитељи су често у прилици, да разним задацима, подстичу стваралачке способности својих ученика. У настави треба бирати такве задатке који истовремено подстичу више стваралачких способности, чиме настава постаје ефикаснија.

Стваралачко знање и креативност ученика у почетној настави математике

Настава је организован процес у коме ученици стичу одређена знања, вештине и навике. Основни чиниоци наставе су наставник, ученици и дидактички обликовани садржаји. Наставник треба тако да организује - наставу да она подстиче стваралачко знање и самосталност ученика, јер циљ наставе је да се ученици развију као свестране личности које ће моћи да иду у корак с временом. У наставном процесу „ученике треба оспособљавати и научити да мисле усмеравајући их и подстичући ка *стваралачком - мишљењу и активностима*. Развој мишљења завршава се највишим обликом – *апстрактним мишљењем*. Развој апстрактног мишљења подразумева развој критичког и стваралачког мишљења“ (Влаховић и сар. 1996: 1-59).

На основу изнетог, можемо издвојити основне карактеристике стваралачког знања у настави математике. Оно подразумева: оригиналност у решавању задатака (проблема), висок проценат трансфера, стварање новог или делимично новог, могућност замишљања нових функција објеката, трагање за новим методама (новим путевима долажења до истине), решавање проблемских ситуација на сасвим нов начин, извођење нечега на сасвим другачији начин од оног који се сматрао могућим, доминантност стваралачког мишљења, дивергентно и критичко мишљење, активно коришћење стеченог знања и др.

Од огромног математичког знања бира се само један мали део који се трансформише у облик који је погодан за преношење ученицима и на тај начин настаје наставни предмет математика. „Важна компонента при одређивању циљева наставе математике јесте улога коју математика игра у савременој науци, техници, друштву и уметности“ (Дејић 2009: 445). Знања која ученици усвајају у почетној настави математике су знања (математички садржаји) која су дидактичко-методички обликована. То обликовање знања „у оквиру наставног програма, уџбеника и наставног процеса подразумева потребу да се знања на адекватне начине припреме за откривање и усвајање у наставном процесу, у складу са чињеницом да постоје - одређене специфичности процеса откривања и усвајања знања и учења у настави уопште, у односу на процес сазнања у науци“ (Антонијевић 2006: 231). Другим речима, ако се за циљ има стицање стваралачких знања, наставник ће тако дидактичко-методички обликовати садржаје и стварати ра-

зличите проблемске ситуације у наставном процесу које ће подстицати стваралаштво. У тим ситуацијама ученици ће се понашати као истраживачи и својим активностима ће откривати и усвајати знања.

Један од важних задатака наставе јесте свестрани развој појединца, који у себе укључује креативност и самосталност. Говорећи о овом задатку Ј. Ђорђевић истиче да: „Развој појединца не би био потпун уколико се не би односио и на *креативност и стваралаштво* као компоненти не само интелектуалног већ и целовитог развоја. Развој не подразумева само стицање знања, ма колико оно било неопходно, већ и активно учествовање појединца у процесу прераде знања и његове улоге у *самосталном и критичком* мишљењу“ (2010: 541). И В. Павковић истиче: „У васпитно-образовном раду, од предшколске установе до факултета и даље, главни задатак је васпитање личности, стицање практично применљивих и стваралачких или креативних знања и развијање способности и особина личности. Развијање стваралаштва као високог својства личности одвија се преко стицања - практично применљивих и стваралачких знања. Знање је средство за остваривање тог циља“ (2004: 461). М. Стевановића каже: „Креативност се развија добро организованом наставом“ (2001: 54). Он, даље, истиче: „Савремена настава се све више трансформише у учење путем стваралаштва. То означава висок ступањ самосталности у процесима стицања знања. Ученик у процесу рецепције и стваралаштва активира све своје интелектуалне, физичке и стваралачке потенцијале, с циљем да оствари слободу изражавања и свој индивидуални максимум у одређеном подручју за који показује посебан интерес...“ (2001: 102).

Све наведено говори о важности стицања стваралачких знања и развијању креативности у почетној настави математике. У настави математике ученике треба активирати, односно мисаоно ангажовати и доводити у ситуације у којима ће они стално бити у ситуацији да напуштају ригидни, шаблонски начин долажења до решења. Ученике треба доводити у такве проблемске ситуације које ће захтевати промену усмерености мишљења, откривање нових релација међу датим објектима и коришћење података на нов и оригиналан начин. Таквим ситуацијама у настави математике ће се код ученика будити и развијати креативност.

Уместо репродукције и преношења „готових“ знања „образовање је неопходно оријентисати ка будућности, у правцу развијања иницијативе и независности ученика, спремности за развијање нових облика активности, буђење интересовања и продубљивање мотива за што ефикасније учење, самообразовање и самоваспитање, оспособљавање ученика да *самостално мисле* и решавају тешкоће и проблеме а посебно проучавају како да користе значајне изворе и могућности паралелног образовања“ (Влаховић и сар. 1996: 156). Из тих разлога се у настави све више истиче потреба подстицања стваралачких знања и осамостаљивања ученика и као важан циљ истиче – *свестрано формирање креативне личности*.

За подстицање стваралачког знања које је неопходан услов за - свестрани развој ученика, неопходно је и да наставник поседује одређено психолошко, педагошко, дидактичко и методичко знање. У почетној настави математике се стваралачко знање може подстицати уколико је настава добро организована, тј. истраживачког карактера, уколико се користе савремени наставни системи који подстичу стваралачки рад ученика и уколико у настави преовладава самостални рад ученика и њихова активност.

Наставни системи и креативност ученика у почетној настави математике

Од обликовања наставе зависи и да ли ће се креативност ученика подстицати у настави. У литератури се најчешће наводе традиционални и савремени наставни системи.

У традиционалне наставне системе се убрајају: предавачка настава, предавачко-приказивачка настава, катехетичка настава, мајеутичка настава.

У савремене наставне системе се убрајају: хеуристичка настава, програмирана настава, егземплярна настава, проблемска настава, индивидуализована настава, тимска настава, менторска настава.

Поједини наставни системи подстичу стваралаштво ученика, док други ограничавају његов развој. Овде ћемо сагледати предности и недостатке наставних система са аспекта развијања стваралаштва ученика.

Традиционални наставни системи су углавном конципирани тако да је учитељ предавач који износи податке које ученици памте. У предавачкој настави учитељ предаје и испитује. У предавачко-показивачкој настави поред аудио-компоненте присутна је видео-компонента, па ученици неке делове садржаја и визуелно перципирају. Катехетичка настава је изграђена на катехетичком облику разговора: наставник поставља одређено питање – ученици дају одређене одговоре. Овде се учење сводило на меморисање и репродукцију одређених одговора. Мајеутичка настава изграђена је на мајеутичком разговору, односно Сократовој методи. Овде се нуде два алтернативна одговора и треба се одредити за један. У традиционалној настави улога ученика је сведена на слушање, меморисање и репродукцију, тако да има мало простора за испољавање креативности ученика у тако организованој настави.

Савремени наставни системи теже да превазиђу недостатке традиционалних и да функцију ученика помере са објекатске на субјекатску. Хеуристичка или развојна настава има за крајњи циљ разумевање, схватање, поимање наставних садржаја. У овој настави наставник мисаоно води ученике до схватања одређених наставних садржаја. Инсистира се на мисаоној активности ученика, јер без мисаоне активности нема ни схватања, већ само учења напамет и репродукције. Предност хеуристичке наставе је у схватању садржаја, али овде доминирају поучавање, вођење ученика - што успорава осамостаљивање ученика.

Програмирана настава је облик самосталног рада ученика, али на специјално припремљеном материјалу. У програмираној настави ученик самостално савлађује програмиране садржаје што омогућује напредовање ученика према његовим могућностима, као и према темпу који њему одговара. Са аспекта стваралаштва ученика програмирана настава има низ слабости. Она се заснива на строгом вођењу ученика, па он нема простора да испољи своју креативност. Ученик мора дословно пратити сваки корак, а његов стваралачки рад је недовољан. Такође, у програмираној настави недостају интерперсонални односи.

Код егземпларне наставе, из скупа садржаја неког подручја наставник изабере неки (репрезентативан) који обрађује са ученицима. Тај садржај служи као узорак и остале садржаје из тог тематског подручја - ученици самостално обрађују. Самостални рад ученика одвија се по моделу, узору на репрезентативан. Ова настава подстиче самосталност ученика и њихову мисаону активност. Самосталним радом „на обради аналогних садржаја ученици ће развијати своју радну културу и способности, осамостаљивати се у раду, учити како треба 'зарађивати' знање. Ученици су у том делу у пуном смислу субјекти, носиоци рада“ (Пољак 1977: 73). У обради аналогних садржаја омогућен је стваралачки рад ученика. То „још - није стваралачки рад високог домета, јер ученици аналогне садржаје обрађују по добијеном моделу или узору, али је ипак одређени стваралачки рад“ (исто: 76). Егземпларна настава је први наставни систем који омогућава стваралачки рад ученика.

Проблемска настава је корак даље у подстицању стваралачког рада ученика. Овде час почиње стварањем проблемске ситуације. Затим следи постављање хипотеза, трагање за решењима, рашчлањавање проблема на мање потпроблеме и завршава се решавањем проблема и применом стечених знања на нове ситуације. Често се као задатак проблемске наставе истиче развој мишљења и подстицање и развијање стваралаштва. Стварањем проблемске ситуације покренути су мисаони процеси ученика. Ученици упоређују дато и задато, анализирају, откривају везе и односе и настоје решити проблем. Решавање проблема „подразумева релативно самостално откривање законитости, а такође и пружање могућности ученицима да дођу до слободних и оригиналних открића, макар и у релативном смислу“ (Ђорђевић, према Јукић и сар. 1998: 505). Овде су ученици самостални и мисаоно активни субјекти. Претходна знања и искуства сада се примењују на нове услове и на другачији начин. Постојање тешкоће и напор који ученици улажу да реше проблем, подстичу њихово стваралаштво, па се често истиче да је решавање проблема „стваралачка активност којом се, у сусрету са посебним захтевима, тражи откривање нових решења. Претпоставка за ову активност је учешће свих мисаоних чинилаца у различитим комбинацијама“ (исто: 506). Решавајући проблеме ученици су у улози истраживача. Решавање проблема захтева низ етапа: упознавање проблема, сужавање – реформулација проблема, постављање хипотеза, проверавање -

хипотеза. Понашајући се као истраживачи и пролазећи кроз ове етапе у решавању проблема, ученици до сазнања долазе помоћу мисаоних структура и испољавају и развијају своју креативност. Посебно у фази постављања хипотеза до изражаја долазе креативне способности ученика (када излажу - и образлажу хипотезе).

Индивидуализована настава подразумева да сваки ученик ради према својим могућностима и напредује према свом темпу. У индивидуализованој настави ученици раде различите задатке који су прилагођени њиховим могућностима, њиховом сазнајном нивоу. Овде се уважавају когнитивни стилови учења, когнитивне способности ученика, њихов фонд знања и настава се диференцира према тим разликама. Индивидуализована настава пружа могућност ученицима да испоље своју креативност.

Менторска настава је веома слична проблемској настави. Ментор је вођа и саветодавац. У овој настави улога наставника је сведена на повремене консултације, разговоре, као и упућивање ученика. Самостални интелектуални рад ученика доминира у овој настави и ученици се постепено оспособљавају за научни рад. Ова настава је погодна за рад са ученицима старијег узраста и стваралачки рад ученика у њој долази до пуног изражаја.

Савременим наставним системима се желело прећи од поучавања на самостално учење, од ученика као објекта до ученика као субјекта у процесу учења и од репродуктивног до продуктивног рада ученика. Док је у хеуристичкој настави помоћ наставника највећа у менторској настави ученик је самосталан. Такође, у хеуристичкој настави ученик је вођен од стране наставника, па се ученик још увек у наставном процесу јавља као објект. Стваралачко знање ученика ће бити подстицано проблемском и менторском наставом. Већ се у егземпларној настави „приликом обраде аналогних наставних садржаја, испољава потреба самосталног стваралачког рада ученика, а она се проширује и повећава прелазом на проблемску и менторску наставу...” (Пољак 1977: 123).

Карактеристике креативних појединаца

У времену брзих промена и нагомилавања велике количине информација услед бројних открића, човек је препуштен сналажењу у тим информацијама. У тим условима, све више се акценат ставља на оспособљавање за коришћење информација, а образовање је важан фактор у том оспособљавању. Настава математике има своју улогу у том оспособљавању. Креативне појединце красе многе особине које им олакшавају сналажење у савременом свету. Све више се захтева да у настави математике ученик буде активан субјект који ће умети да користи информације, да осмишљава свој рад и тако долази до нечег новог. Креативни појединци су мотивисани, стрпљиви и истрајни у свом раду. Они осећају срећу, радост, задовољство, веру у себе и резултате свога рада. Креативни појединци су самосталнији и

самопозданији. Они увек трагају за новим решењима и отворени су за нове идеје и сарадњу са другима. Мишљење креативних појединаца није - ригидно, они увек траже више решења и нове начине решавања проблема. Њихов рад је оригиналан и флексибилан.

Како би у наставном процесу успешно могли утицати на креативност ученика морамо познавати особине које су битне за стваралаштво. М. Стевановић истиче да: „Стваралаштво подразумева, у основи, разноликост, ширину, отвореност, хетерогеност, духовитост, оригиналност, флексибилност, флуентност и критичност, при чему долазе до изражаја различити видови интелигенције“ (2001: 112). Из ове дефиниције стваралаштва јасно се истичу и неке особине креативних појединаца. Ј. Ђорђевић - истиче да поред креативних способности „креативност укључује и друге категорије, међу којима се издвајају интелектуални фактори (мишљење, машта, памћење и др.), фактори способности и неинтелектуални фактори (мотивација, темперамент, својства карактера, аспирација и др.). Улога свих поменутих фактора је да подстичу, подржавају и усмеравају процес стваралаштва“ (2010: 543). Креативни појединци су маштовити и критични. Код креативних појединаца развијен је мотив радозналости, жеља да се сазна више, стално трагање за новим одговорима, покушаји да се самостално саставе проблеми и сл.

На крају, на основу проучене литературе, можемо направити листу особина које красе креативне појединце. То су: самопоздање, самосталност, истрајност у раду, мотивисаност за истраживачки рад, прилагодљивост, тежња према достигнућу, алтруизам, промишљеност, богатство идеја, развијена интелигенција, склоност ка креативном раду, склоност ка апстрактном мишљењу, ширина интересовања, флексибилност у раду, отвореност за разна искуства, сензитивност (осетљивост), често постављање питања *зашто*, одсуство ригидности, флексибилност мишљења, толеранција и многе друге.

Ове особине личности учитељ треба да искористи у организацији наставе математике и на њиховој основи подстиче и даље развија ученичку креативност.

Улога учитеља и ученика у процесу активног стицања знања

У савременој настави наставник нема више водећу улогу, његов задатак није да ученицима даје „готове порције знања“ које ће они памтити, већ су и улога наставника и улога ученика измењене. У савременој настави „наставник не треба увек да има водећу улогу јер она ограничава самосталан рад и стваралачки однос самих ученика. У условима развијених облика наставе, један од важних дидактичких захтева јесте веће ангажовање у трагању за решењима, самостална примена стечених знања“ (Трнавац, Ђорђевић 2010: 220). Дидактички троугао се у основи не мења, али се у

њега укључују и други чиниоци наставног процеса и сви се доводе у узајамну динамичку везу.

У савременој настави тежи се са објекатске улоге ученика прећи на субјекатску. Они више нису само неми посматрачи и слушаоци у наставном процесу. Ученици су мисаоно активни, активно се служе претходним знањима и искуствима, откривају и самостално долазе до сазнања, постављају питања, траже информације, дискутују, примењују знања, учествују, дефинишу и решавају различите проблеме (нарочито у проблемској настави), преузимају иницијативу у решавању проблема и сл. Ученици су у таквом наставном процесу активни, самосталнији и досежу стваралачка знања.

У креативној настави је и функција учитеља измењена. Први задатак учитеља је идентификација креативних појединаца. Након тога, његова улога је да подстиче ученичку креативност и да ствара такву климу у одељењу која ће позитивно утицати на развој креативности. Како би подстицао креативност својих ученика и он сам мора бити креативан. Креативан учитељ „одликује се великим богатством знања, одличним познавањем културе и уметности, примереним одгојем, сталном спремношћу за рад и стицање нових знања, те усавршавањем властитих навика и вештина“ (Кадум 2011: 170). Креативан учитељ се стално мора усавршавати и у свој рад уносити иновације. Како М. Стевановић истиче: „Наставник је главна покретачка снага стваралаштва својих ученика... Учитељева основна активност требало би да буде откривање стваралачких потенцијала својих ученика“ (2000: 51). Учитељ својим излагањем треба да подстиче продуктивно мишљење ученика, да их упућује на различите изворе знања, мотивише их за стваралачки рад, различитим питањима подстиче размишљање ученика, подстиче и развија њихове интелектуалне снаге и стално уноси иновације у васпитно-образовни рад. Креативни учитељи не дају „порције чињеница“ које ће ученици механички памтити, већ подстичу ученичку активност и самосталност.

Улога учитеља је да мотивише ученике на стваралачки рад како би они учили не за оцену већ за знање. „Велика је улога учитеља да код деце упале варницу интереса за математику и да је стално распламсавају“ (Дејић, Егерић 2003: 290). Учитељ планира рад и организује наставу, затим мотивише, усмерава и вреднује рад ученика. Ученици имају слободу да испоље своје идеје. Наставник „има организаторску и педагошку функцију и покретач је стваралачких активности“ (Стевановић 2001: 97). Он од ученика „ствара мале истраживаче који се не задовољавају наученим, већ увек желе нешто више“ (исто: 97). У креативној настави ученици активно стичу знања (властитим радом), чиме је учење запамћивањем замењено учењем размишљањем. Ученици као активни субјекти осећају радост и задовољство јер проналазе нова решења одређених проблемских ситуација, а тиме и показују већу вољу и жељу за учењем. Учитељ мора стварати такве пробл-

емске ситуације у којима ће ученици бити мисаоно ангажовани и у ситуацији да раније научена знања примене у новим ситуацијама.

У савременом наставном процесу улога наставника је да организује рад и створи проблемске ситуације (проблемски изложи садржај), усмерава рад ученика, помаже у избору приступа и метода за решавање проблема, - подстиче ученике да постављају питања, подстиче и развија самокритичност код ученика, ствара повољну климу у разреду која ће позитивно деловати на испољавање креативности и стваралачко учење и сл.

Закључак

На потребу подстицања и развијања стваралаштва готово и да не морамо подсећати. Развој стваралачких способности је један од кључних задатака васпитно-образовног рада. То је и разумљиво ако се узме у обзир чињеница да је знање богатство. Од школе се све више захтева да оспособљава ученике за самостално стицање знања. Како би се у наставном процесу стваралаштво подстицало и развијало, све више се мења улога наставника и ученика у том процесу. Учитељ планира и организује наставу, - односно ствара проблемску ситуацију, а ученици се све чешће јављају у улози истраживача и самостално долазе до сазнања. У таквом процесу стицања знања ученици су активни субјекти који су мисаоно ангажовани, а знања која се стичу на такав начин су трајнија и применљивија.

Када се говори о млађем узрасту ученика, под стваралаштвом се - подразумева новина у начину мишљења, оригиналан начин долажења до решења, флексибилност у мишљењу. Како би у настави учитељи подстицали стваралаштво ученика морају стварати такве ситуације које ће побуђивати дечју радозналост и подстицати коришћење стваралачких способности. У таквим ситуацијама ученици ће трагати за решењима, улагати мисаоне напоре, анализирати и синтетизовати информације, откривати нове релације међу датим информацијама, откривати више могућих решење, односно испољавати и развијати своју креативност. Све то говори у прилог чињеници да се добро организованом наставом могу досегнути стваралачка знања (бар у оном блажем смислу) и развијати креативност ученика у почетној настави математике.

Литература

- Антонијевић 2006: Р. Антонијевић, Повезаност знања у наставном програму и процесу наставе, *Педагошка стварност*, бр. 3–4, Нови Сад, 230–241.
- Брковић 1995: А. Брковић, *Психологија – речник појмова*, Чачак: Технички факултет.
- Вилотијевић 1999: М. Вилотијевић, *Дидактика 1. Предмет дидактике*, Београд: Учитељски факултет.

- Влаховић и сар. 1996: Б. Влаховић и сар., *Опита педагогија*, Београд: Учитељски факултет.
- Дејић, Егерић 2003: М. Дејић, М. Егерић, *Методика наставе математике*, Јагодина: Учитељски факултет.
- Дејић 2009: М. Дејић, *Анализа циљева наставе математике*, у: *Образовање и усавршавање наставника – циљеви и задаци васпитно-образовног рада*, Ужице: Учитељски факултет, 445–458.
- Ђорђевић 2008: Б. Ђорђевић, *Креативност и имагинација деце и младих*, Нови Сад: *Педагошка стварност*, бр. 1–2, Нови Сад, 5–13.
- Ђорђевић 2010: Ј. Ђорђевић, *Процес глобализације и креативности*, *Педагошка стварност*, бр. 7–8, Нови Сад, 537–549.
- Јанковић 2001: П. Јанковић, *Ваннаставне активности и ученичко стваралаштво*, *Норма*, бр. 3, Сомбор, 59–78.
- Јукић и сар. 1998: S. Jukić i sar., *Didaktika*, Јагодина: Уčiteljski fakultet u Jagodini.
- Кадум 2011: V. Kadum, *Kreativnost u nastavi matematike*, *Metodički obzori*, бр. 13, Пула, 165–174.
- Квашчев 1975: R. Kvaščev, *Podsticanje i sputavanje stvaralačkog ponašanja ličnosti*, Београд: *Zavod za udžbenike i nastavna sredstva*.
- Клајн, Шипка 2007: И. Клајн, М. Шипка, *Велики речник страних речи и израза*, Нови Сад: Прометеј.
- Павковић 2004: В. Павковић, *Нивои знања унутар педагошких процеса васпитно-образовног рада*, *Педагошка стварност*, бр. 5–6, Нови Сад, 454–466.
- Пољак 1977: V. Poljak, *Nastavni sistemi*, Загреб: *Pedagoško-književni zbor*.
- Стевановић 2000: М. Stevanović, *Modeli kreativne nastave*, Тузла: *Grafičar*.
- Стевановић 2001: М. Stevanović, *Kvalitetna škola i stvaralaštvo*, *Varaždinske Toplice*: *Tonimir*.
- Стојаковић 1997: П. Стојаковић, *Један покушај критичке анализе Гилфордовог модела подстицања и развијања креативности путем наставе*, *Наша школа*, бр. 3–4, Бањалука, 424–437.
- Трнавац, Ђорђевић 2010: N. Trnavac, J. Đorđević, *Pedagogija (udžbenik za nastavnike)*, Београд: *Naučna КМД*.
- Шпијуновић 1994: К. Шпијуновић, *Такмичење из математике и развијање стваралачког мишљења ученика*, Београд: *Институт за педагогију и андрагогију Филозофског факултета*.

КООРДИНАТИВНЕ ВРИЈЕДНОСТИ УЦБЕНИКА МАТЕМАТИКЕ У РАЗРЕДНОЈ НАСТАВИ

Увод

Било да наставу посматрамо у тзв. „дидактичком троуглу“ или „дидактичком четвороуглу“, наставни садржаји или наставно градиво чине њен важан фактор. За изворе наставних садржаја у савременој настави - прихватају се „природа, друштво, рад, техника, технологија, култура, - уметност, наука и живот. Тако проширени и дијалектички повезани извори наставних садржаја обезбеђују најшири избор неопходних вредности за савремене наставне садржаје, који се одликују савременом научном заснованошћу и дидактичком свеобухватношћу и у којим су сједињени сви услови за развој ученикове личности“ (Продановић, Ничковић 1974: 82). Позитиван утицај тако широког спектра извора наставних садржаја обезбеђује се њиховим правилним избором, организовањем, дидактичком прерадом и довођењем ученика у непосредан контакт с њима. Неки наставни садржаји ученицима су доступни директно, а други индиректно, преко одређених медија. Што су ти медији разноврснији и богатији, бољи ће бити и укупан васпитно-образовни утицај наставе. Задатак је школе и наставника да што боље организује и презентује наставне садржаје. Уцбеник је најорганизованији и најсистематичнији извор знања и информација. Пошто спада у штампане медије, информације су ученику доступне путем писане ријечи и слике. Немогуће је да уцбеник на једном мјесту организује сва знања, и при том обезбиди најбољи могући начин њиховог усвајања и разумијевања, ма колико она била систематично и сажето изнесена. - Слабости се огледају и у томе што уцбеник спада у „тзв. малу, нижу образовну технологију чију основу чине текст и слика“ (Ковачевић 2011: 13). Као такав, он не може да оствари позитивне утицаје који се приписују нпр. мултимедијално презентованим наставним садржајима. Међутим, ове слабости могуће је превазићи и максимално искористити капацитете штампаног уцбеника путем повећања његових координативних вриједности.

Теоријски приступ проблему

Уцбеник је пратећи елемент наставног процеса. Потребна за њим - јавила се омасовљавањем школе и добијањем права сваког појединца на

* jelena.bozalo@gmail.com

образовање. Био је и остао основни носилац наставног садржаја као једног од главних фактора наставе. Иако живимо у ери брзог развоја технологије, уџбеник, који се може сврстати у нижу технологију, још увијек није потиснут и у потпуности замијењен. Упоредо са мијењањем и развојем теорије и праксе наставе, у процесу је сталних промјена. Настале промјене су се одразиле на развој његове концепције, повећање захтјева, функција и дидактичко-методичких вриједности које му се налажу.

У *Педагошком речнику 2* (1967: 521) уџбеник се дефинише као „наставно средство; књига која се разликује од књига за општу употребу по томе што су у њој изнесени основи научних знања, према дидактичко-методичким захтевима, у складу са наставним програмом, задацима наставе и циљем васпитања“. Уџбеник је „динамично наставно средство и посебан тип школске комплексне књиге, која је уграђена у наставни процес – има вишеструку функцију помагања оптималног развоја ученика и непосредно суделује у живој узајамној комуникацији између ученика, наставника и наставних садржаја“ (Продановић, Ничковић 1974: 311–312). Обилежје које уџбеник битно одваја од других књига јесте да су основи научних знања, који чине његов садржај, претрпјели дидактичко-методичке трансформације управо за потребе наставе. Те трансформације су комплексног карактера, па тиме и сам уџбеник добија на својој комплексности и постаје основно и главно наставно средство. Раније је уџбеник имао функцију да буде основни извор информација и знања које ученици треба да усвоје, а данас је број тих функција много већи. Дидактичким функцијама шири се и конкретизује могући домет образовног и васпитног утицаја уџбеника. Теоретичари савременог уџбеника његове „дидактичко-методичке вредности сврставају у следеће групе:

- информационе вредности уџбеника,
- сазнајне вредности,
- систематизацијске вредности,
- вредности индивидуализације,
- самообразовне вредности и
- координирајуће вредности“ (Лакета 1993: 63).

На основу дидактичко-методичких вриједности и функција које му налаже савремена теорија уџбеника могуће је сагледати сву комплексност једног таквог друштвеног производа.

Уџбеник се често одређује као основно, главно и најорганизованије наставно средство. Тиме се не може рећи да је он сам довољан за процес наставе. Наглашавајући предности и недостатке одређених извора знања и наставних средстава, савремена дидактика заступа став да је најоптималније рјешење при њиховом избору њихова адекватна комбинација. Број наставних средстава се повећава и обогаћује тако да данас можемо говорити о систему наставних средстава и извора знања. У таквом окружењу и сама концепција уџбеника се мијењала.

На самом почетку, уџбеник се односио на једну књигу која је била у посједу наставника и првенствено му служила као оријентир за обим и - дубину садржаја и информација које ученици треба да усвоје у току једног разреда. Касније долази до његове масовне продукције и употребе, уџбеник постаје обавезан за сваког ученика, повећава се и број његових функција и он прераста у радни разгранати уџбеник. „Радни разгранати уџбеник темељи се на захтјеву за *активним* односом ученика према настави и другим облицима одгојно-образовног рада у основној школи. Он је *радна* књига која ученика уводи и упућује у разнолике технике интелектуалног рада [...] Разгранатост уџбеника само је назив за различите *дијелове* овог уџбеника - гдје разликујемо *основни* уџбеник и његову *дидактичку* пратњу (радне биљезнице, изворни текстови, материјали за увјежбавање, провјеравање, - оцјењивање, књига за наставника као методички приручник кориштења уџбеника и др.) [...] Разгранати материјали који с уџбеником чине органску цјелину, почетак су увођења ученика у читав систем извора знања“ (Педагошка енциклопедија 1989: 470–471). Таква концепција уџбеника, коју чини систем школских књига или наставни комплекс, била је у складу са тадашњим нивоом развоја технологије и развоја педагогије као науке.

Каснијим напретком технологије, посебно аудио-визуелног начина представљања садржаја, додатно се обогаћују наставна средства, па долази до појаве графофолија, дијаслика, дијафилмова, машина за програмирано учење и сл. Уџбеник, као штампано средство и даље је заступљен у школама, добија и нове функције и заузима посебно мјесто у таквом окружењу у наставних средстава. Иванчек (Ladislav Ivanček) се залаже за прерастање разгранатог радног уџбеника у вишеизворни склоп и изградњу вишеизворног система. Под вишеизворним склопом подразумијева склоп извора знања и наставне опреме који с наставним планом и програмом чине јединствену цјелину. Поред штампаних материјала, главних и помоћних, саставни дио вишеизворног склопа чине и дијаслике, елемент-филмови, магнетофонске траке, ТВ и радио-емисије итд. (Лакета 1993: 43–44).

Поставља се питање улоге основног уџбеника у таквом систему наставних средстава и извора знања. Неке од његових функција се губе, - односно преносе на друга наставна средства, а долази и до захтјева за координацијом и интеграцијом разноврсних извора знања и наставних средстава као материјалне основе наставе и учења. „Истраживачи уџбеника све мање заобилазе овај проблем односно све га више истичу, указују на његов значај и потребу да у концепцији уџбеника нађе своје место још један квалитет наставе, познат под називом координативне вредности уџбеника. Њихова сврха је да уџбеник као главно средство учења што ефикасније групише остала наставна средства, а пре свега:

- 1) визуелна наставна средства,
- 2) аудитивна наставна средства,
- 3) аудио-визуелна наставна средства,
- 4) текстуална наставна средства“ (Лакета 1993: 45).

Зујев као дидактичке функције савременог уџбеника, између осталих, наводи и интегрирајућу функцију, која пружа помоћ у избору и усвајању cjеловитог знања и координирајућу функцију, која представља обезбјеђивање кориштења свих наставних средстава и усвајање допунских информација, подстицање најефективнијег и најфункционалнијег испољавања свих наставних средстава (Ковачевић 2011: 17). Координативне вриједности уџбеник одређују као језгро око кога се групишу сва остала наставна средства и којима уџбеник упућује ученика на кориштење других извора и начина презентације информација (Лакета 1993). Уџбеник не губи улогу главног и основног наставног средства, али се та улога мијења. Некада је он чинио збир укупних информација, систематски изнесених и обједињених на једном мјесту, а сада му се улога помјера на упућивање ученика и на друге изворе и начине презентације информација, чиме се обогаћује и његов методички аспект у оспособљавању ученика за учење.

Можемо рећи да је и данас, у условима брзог развоја информационих технологија, ово питање актуелно и да уџбеник полако губи примат главног наставног средства. Све су више актуелни мултимедијални пакети који обједињују поред разноврсних штампаних материјала, макета, скица, цртежа и електронске медије и образовне софтвере чије се могућности непрестано повећавају. „У мултимедијалном наставном пакету уџбеник има улогу агенса, који ступа у интеракцију са учеником и који га упућује на друге изворе (ученик пажљиво следи алгоритам активности)“ (Шпановић 2008: 118). Видимо да уџбеник као потпора наставног процеса у мултимедијалном окружењу треба да оствари улогу координације између разноврсних наставних средстава и извора знања.

Координативне вриједности уџбеника, поред доприноса рационализацији и ефикасности материјалне основе наставе, имају и низ других утицаја. Прије свега то су оспособљавање ученика за самостално стицање знања и самообразовање, тражење и налажење информација, развијање критичког односа према информацијама, оспособљавање у начину представљања информација, већу мотивацију и развијање истраживачког духа, ученик се учи техникама учења.

Критикујући концепцију класичног уџбеника Продановић и Ничковић (1974: 311) наводе да је ту „функција уџбеника била доведена до крајности, а у сенци су му стајали наставник и остала наставна средства. Очигледно, *класичан уџбеник је био статичан и затворен у себе*“. Наглашавајући да је у савременој настави уџбеник битно измијенио своју функцију постајући радно средство, исти аутори наводе његову динамичку природу која се „очитује у отворености према другим изворима информација, с којима садејствује, и у извесној, да тако кажемо, намерној недоречености и 'празним' карикама које ученик, пратећи ток наставничког излагања, уџбенички текст и импурсе осталих средстава, све самосталније решава и попуњава“ (исто). Захваљујући томе што је уџбеник увијек био значајан чинилац наставног процеса, њиме се може остварити упућивање -

ученика на друге изворе знања, у чему би се огледала савременост уџбеника и његова отвореност према другим изворима знања и њихово укључивање у сам наставни процес.

Наставна средства и уџбеник у настави математике у разредној настави

Математичка знања која усвајају ученици у разредној настави су врло специфична, посматрано са аспекта математике као науке. Усвајају се и формирају основни математички појмови, који, иако су апстрактне природе, морају бити засновани на чулним представама због специфичности узраста ученика. Како би се ученицима створиле представе и формирали апстрактни математички појмови, користе се разноврсна наставна средства - и објективна, изворна стварност. Преко наставних средстава ученици брже откривају својства и односе математичких појмова.

Наставни садржаји чине систем информација. Наставна средства су носиоци или извори тих информација. Многи их одређују и као средства (медијуме) у преношењу наставних садржаја. Наставна средства су - дидактички обликована изворна стварност, представљају и битно наглашавају један њен дио значајан за одређену наставну јединицу или тему.

Постоји више подјела наставних средстава и критеријума тих подјела. Неки аутори при подјели не поштују принцип по којем се разликују наставно средство и наставно помагало. Можемо рећи да је веома тешко направити подјелу и одредити такав критеријум по коме бисмо добили потпуну и свеобухватну подјелу наставних средстава, а да при том одређено наставно средство не сврстамо у двије категорије. При подјели наставних средстава, која се среће у литератури, за критериј се најчешће узима начин перципирања и сходно томе, она се дијеле на: визуелна, аудитивна, аудио-визуелна и текстуална наставна средства. Даље се визуелна наставна средства дијеле на дводимензионална и тродимензионална и статичка и динамичка. У аудио-визуелна наставна средства најчешће се убрајају телевизијске емисије, наставни филмови и др. У текстуална наставна средства спадају: енциклопедије, рјечници, изворни текстови, наставни листићи и други текстуални извори. Аудитивна наставна средства су радио-емисије, репродукције тонских снимака и сл. Без обзира на различите подјеле наставних средстава, не даје се предност било ком наставном средству, већ се управо наглашава њихово садејство како би се оптимално искористила. - Наставна средства, поред бољег разумијевања садржаја, остварују и низ - других функција: информативност, мотивацију, усмјеравање и контролу, емоционалну и рационалну функцију. Због тога њихова боља искористеност даје позитивне ефекте на цјелокупан васпитно-образовни процес.

У настави математике у разредној настави користи се већина наставних средстава. Аудитивна наставна средства се због своје природе најмање користе, док се највише користе визуелна наставна средства. Визуе-

лна дводимензионална наставна средства Малиновић и Малиновић-Јовановић (2002: 87–88) називају графичким очигледним средствима и ту убрајају: слике, цртеже, дијаграме, симболе, апликације, дијафилмове. Од тродимензионалних наставних средстава, према истим ауторима, најчешће се користе: модели геометријских фигура, модели мјерних јединица, разне рачуналке, дрвца, жетони, штапићи и сл. Тродимензионална визуелна наставна средства могу бити статичка и динамичка, док су дводимензионална најчешће статичка. Специфичност узраста ученика разредне наставе, поготову у нижим разредима, налаже што већу употребу тродимензионалних динамичких наставних средстава.

Изворна стварност (реални свијет, материјални свијет, објективна стварност, природа, околина) у почетној настави математике се користи као извор знања. Како је математика наука која описује реални свијет, она је и настала на темељу посматрања реалног свијета. То вриједи и за математичке појмове који се налазе у програмима математике у разредној настави. Формирање појмова код ученика је често скраћена верзија формирања математичког појма у прошлости. Наставна средства и изворна стварност сами по себи нису довољни, јер дијете треба да чини разне активности (практичне или интелектуалне природе) у вези са оним што слуша и гледа, како би се оствариле њихове функције и циљеви наставе математике. Поред тога, у настави математике „очигледност се сматра као привремени ослонац за развијање апстрактног мишљења“ (Малиновић, Малиновић-Јовановић 2002: 87). При кориштењу било ког наставног средства потребна је одређена анализа, систематичност и усмјереност пажње.

Уџбеник се готово увијек узима као саставни и најважнији чинилац сваке пројекције наставног процеса, па тако и наставе математике у разредној настави. Можемо чак рећи да се уџбеник (основни уџбеник и радна свеска) користи више него иједно друго средство, јер обилује задацима којима чине срж наставе математике у разредној настави. Овај уџбеник се може одредити као радни разгранати уџбеник. Ученици су у сталној интеракцији с њим и активности ученика се обликују у складу с његовим садржајем и структуром.

Неки аутори (Лакета 1993, Малиновић, Малиновић-Јовановић 2002) при класификацији наставних средстава уџбеник сврставају у текстуално наставно средство. Уџбеником се путем штампане ријечи преноси систем информација. Међутим, текстуална наставна средства суштином и функцијом тијесно су повезана са вербалним изражавањем. Изношење чињеничког материјала од стране наставника путем говора или од стране уџбеника путем текста „неће бити довољно атрактивно за ученике, нити удовољити њиховим суптилним потребама, нити задовољити њихова интересовања“ (Мандић 2001: 27). Због тога се у уџбеницима у разредној настави као извор знања користи и сликовно, графичко и симболичко представљање.

У уџбеницима математике у разредној настави поред текста заступљен је и илустративни материјал у виду слика, графикона, табела, симбола. Путем, најчешће, текстуалних задатака описана је објективна стварност, па можемо условно рећи да се у уџбеницима наставе математике као извор знања користи изворна стварност. Међутим, ово треба узети са резервом, јер су текстуални задаци „препарирани“ изворна стварност.

На кориштење наставних средстава и извора знања у самом уџбенику или изван њега ученици се упућују или им се налаже њихово кориштење путем инструкција. Термин инструкција је латинског поријекла, настао од ријечи *instructio* и означава уређење, односно упутство, - упућивање, поучавање, наставу (Вујаклија 1961). Ковачевић (2001: 81) инструкцију у настави дефинише као системско упућивање, односно скуп препорука и правила за учење ученика у процесу поучавања и самосталног учења, а која могу да претходе учењу или да усмјеравају његов ток како би се остварили постављени циљеви и задаци у настави. Инструкција је овдје схваћена и дата у дидактичком смислу и обухвата различите налоге који су најчешће вербално исказани путем једне ријечи, синтагме или реченице и који од ученика захтијевају одређену активност практичне или мисаоне природе.

Током интеракције ученик – уџбеник, ученик се сусреће са одређеним инструкцијама које често подразумијевају и кориштење неких наставних средстава и извора знања. У уџбеницима наставе математике потребно је објединити текст и илустративни материјал и што потпуније их - искористити, јер то омогућава природа уџбеника као штампаног наставног средства, и при том путем инструкција упутити ученике на њихово кориштење. Такође, путем одређених инструкција ученици се могу упутити и на кориштење других наставних средстава и извора знања који нису експлицитно дати у уџбенику, већ је потребно да ученик користи, пронађе, конструише или прикупи информације из различитих извора изван уџбеника. То би умногоме обогатило наставу математике, допринијело већој мотивацији ученика за учење, али и бољем разумијевању аспстрактних математичких појмова.

Методолошки оквир истраживања

Овим истраживањем смо покушали утврдити координативне вриједности уџбеника математике за разредну наставу, као основног средства учења, као масовне књиге која је обавезна, лако доступна и на коју су ученици највише упућени. Координативне вриједности уџбеника одређују - колико уџбеник као текстуално наставно средство групише остала наставна средства и изворе знања, било да их даје у уџбенику или упућују на њихово кориштење. За потребе овог рада увешћемо термин експлицитна наставна - средства и извори знања (ЕНСИЗ) који ће се односити на наставна средства и изворну стварност дате у уџбеницима математике. То могу бити цртежи,

слике, графикони, табеле и изворна стварност посредована путем текстуалних задатака. Ако је путем инструкција ученик упућен на кориштење одређених наставних средстава и извора знања, а која нису директно дата у уџбенику, онда њих можемо условно дефинисати као имплицитна наставна средства и извори знања (ИНСИЗ).

Циљ овог истраживања је био да се испита учесталост наставних - средстава и извора знања датих у уџбеницима математике у разредној - настави и наставних средстава и извора знања на која они упућују да се користе ван уџбеника. Задаци проистекли из циља истраживања су:

- Испитати учесталост визуелних наставних средстава датих у уџбеницима математике за разредну наставу;
- Испитати учесталост изворне стварности као извора знања дате у уџбеницима математике за разредну наставу;
- Испитати однос наставних средстава и извора знања датих у уџбеницима математике за разредну наставу (ЕНСИЗ) и наставних средстава и извора знања на која уџбеници математике упућују да се користе изван уџбеника (ИНСИЗ);
- Испитати учесталост других текстуалних наставних средстава на која уџбеници математике за разредну наставу упућују;
- Испитати учесталост аудиовизуелних наставних средстава на која уџбеници математике за разредну наставу упућују;
- Испитати учесталост визуелних наставних средстава на која уџбеници математике за разредну наставу упућују;
- Испитати учесталост изворне стварности као извора знања на коју уџбеници математике за разредну наставу упућују.

За реализацију овог истраживања користили смо дескриптивну методу са анализом садржаја као истраживачком техником. Узорак истраживања чинили су уџбеници математике за разредну наставу за други, трећи, четврти и пети разред основне школе одобрени за употребу од Министарства просвете Републике Српске за школску 2012/2013. годину. Под уџбеником математике за разредну наставу подразумевамо основни уџбеник и радни лист који заједно чине уџбенички комплет.

Независна варијабла овог истраживања била је разред за који је уџбеник математике намијењен.

Резултати и дискусија

Истраживањем смо жељели утврдити у којој су мјери заступљена визуелна наставна средства у уџбеницима математике у разредној настави, и то, посебно слике а посебно графички материјал и изворна стварност. У табели 1 приказан је однос експлицитних наставних средстава и извора знања датих у уџбеницима математике за разредну наставу. Видимо да су слике као визуелно наставно средство најзаступљеније у уџбеницима математике за други разред, што је сходно природи ученика тог узраста, јер

они немају још увијек довољно савладану вјештину читања, па највећи број информација добијају преко слике. Графичка предствалања у уџбеницима за овај разред су мање заступљена, јер су апстрактнија у односу на реалистичнији приказ сликом. Такође, описана изворна стварност најмање је заступљена у том разреду, вјероватно због мањег броја текстуалних задатака за које се ученици постепено оспособљавају. У осталим разредима се примјећује да су скоро једнако заступљена визуелна наставна средства и изворна стварност, по једна трећина, с тим што је у петом разреду описана изворна стварност у благој предности, што се опет може приписати већем броју текстуалних задатака.

Табела 1: Однос визуелних наставних средстава и изворне стварности датих у уџбеницима математике у разредној настави (ЕНСИЗ) према варијабли разред

Разред	Визуелна наставна средства		Описана изворна стварност	Укупно
	Слике	Графичка сред.		
2.	230 59,4%	97 25,1%	60 15,5%	387 100%
3.	149 34,7%	146 34,1%	134 31,2%	429 100%
4.	113 29,5%	142 37,1%	128 33,4%	383 100%
5.	117 32,3%	99 27,4%	146 40,3%	362 100%

Можемо рећи да су у уџбеницима математике за разредну наставу, сходно природи уџбеника као штампаног медија и природи наставе математике, у довољној мјери заступљена наставна средства и извори знања.

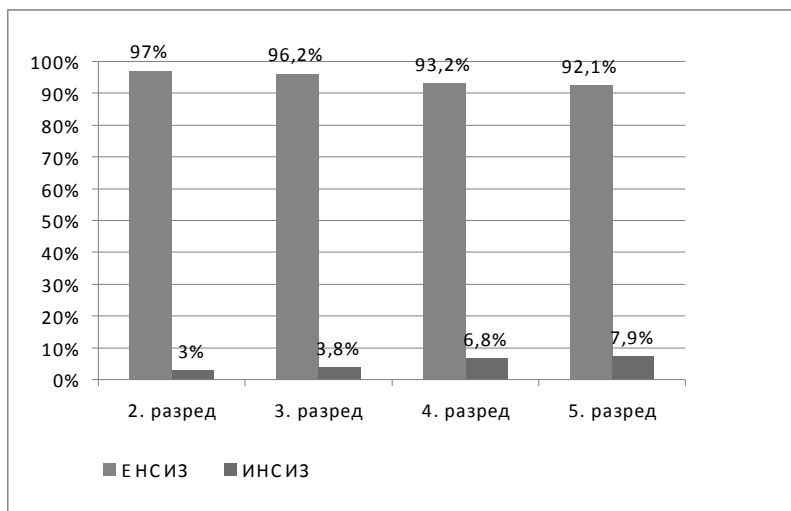
Укупност наставних средстава и извора знања која окупљају уџбеници математике за разредну наставу, било да су она дата директно у уџбеницима или се на њихово кориштење ученик упућује, приказана је табелом 2. Такође, ту је посебно приказана учесталост појединих имплицитних наставних средстава и извора знања. Уџбеници математике у разредној настави упућују ученике на изворну стварност као извор знања и на визуелна наставна средства. На кориштење других текстуалних наставних средстава и аудио-визуелних наставних средстава, ови уџбеници уопште не упућују ученике.

Табела 2: Учесталост наставних средстава и извора знања на које уџбеници математике упућују да се користе изван уџбеника (ИНСИЗ) према варијабли разред

Разред	ЕНСИЗ	ИНСИЗ				Укупно
		Изворна стварност	Визуелна наст. сред.	Текс. наст. сред.	Аудио-виз. наст. сред.	
2.	387 97,0%	9 2,2%	3 0,8%	0 0%	0 0%	399 100%
3.	429 96,2%	11 2,5%	6 1,3%	0 0%	0 0%	446 100%
4.	383 93,2%	18 4,4%	10 2,4%	0 0%	0 0%	411 100%
5.	362 92,1%	21 5,3%	10 2,6%	0 0%	0 0%	393 100%

Однос заступљености наставних средстава и извора знања датих у уџбенику и оних на чије кориштење уџбеник упућује ученике представљен је графиком 1. Он показује да је у уџбеницима математике за више разреде примјетан благи пораст процента упутстава за кориштење других наставних средстава и извора знања. Према нашем мишљењу, уџбеници математике, ипак, не упућују у довољној мјери на кориштење других наставних средстава и извора знања изван уџбеника, а потпуно су изостављена упутства за кориштење других текстуалних и аудио-визуелних наставних средстава.

Графикон 1: Однос наставних средстава и извора знања датих у уџбеницима математике и оних на чије кориштење уџбеници математике упућују (однос ЕНСИЗ и ИНСИЗ) према варијабли разред



Закључна разматрања

Координација и интеграција разноврсних извора знања је сложен дидактичко-методички проблем, који је ушао и у концепцију савремених уџбеника и дао им једно ново обиљежје које смо овдје дефинисали као координативне вриједности.

У овом истраживању покушали смо да дамо одговор на питање колико уџбеници математике за разредну наставу групишу остала наставна средства и изворе знања тако што их дају у уџбенику или упућују на њихово кориштење изван уџбеника. Резултати говоре да уџбеници математике за разредну наставу, сходно природи уџбеника као штампаног средства и природи наставе математике на том узрасту, у довољној мјери окупљају наставна средства и изворе знања, али да, с друге стране, у довољној мјери не упућују на кориштење других наставних средстава и извора знања изван уџбеника.

Можемо закључити да уџбеник математике за разредну наставу највише упућује на кориштење статичких дводимензионалних визуелних наставних средстава, а најмање на друга текстуална и аудио-визуелна наставна средства и на тражење информација изван уџбеника. Стога би се унапређивање координативних вриједности уџбеника математике могло кретати у правцу укључивања инструкција у уџбеник којима би се ученици упутили на кориштење других извора знања текстуалних, аудио-визуелних и др.

Све више су присутни мултимедијални образовни софтвери и електронски уџбеници и због својих могућности и предности они полако, али сигурно улазе у наставну праксу. „Ово нас наводи на још један закључак: да су васпитно-образовне могућности традиционалних средстава за учење минимизирани у односу на савремену образовну технологију и да је време да се школе и наставници озбиљно позабаве оспособљавањем ученика за самостално тражење и селекцију информација јер то постаје њихов приоритетан задатак“ (Шпановић 2008: 116–117). Данас, у условима експоненцијалног раста свеукупног знања (ако се знање мјери количином информација), способност тражења и налажења информација је од драгоцјеног значаја. Оспособљавању ученика за то може се допринијети и побољшањем координативних вриједности уџбеника.

Литература

- Ковачевић 2011: З. Ковачевић, *Инструкције за самостално учење у уџбеницима за млађе разреде*, Београд: Учитељски факултет.
- Лакета 1993: Н. Лакета, *Вредности савременог уџбеника*, Београд: Научна књига.
- Малиновић, Малиновић-Јовановић 2002: Т. Malinović, N. Malinović-Jovanović, *Methodika nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet.

- Мандић 2001: Д. Мандић, *Информациона технологија у образовању*, Српско Сарајево: Филозофски факултет.
- Педагошка енциклопедија* 1989, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Педагошки речник II* 1967, Београд: Завод за издавање уџбеника Социјалистичке Републике Србије.
- Продановић, Ничковић 1974: Т. Prodanović, R. Ničković, *Didaktika*, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
- Шпановић 2008: С. Шпановић, *Дидактичко обликовање уџбеника*, Нови Сад: Савез педагошких друштава Војводине.

САВРЕМЕНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ У ПЛАНИРАЊУ И РЕАЛИЗАЦИЈИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

1. Уводна разматрања

Математички појмови се, као и они спонтани, формирају постепено. Најпре се утисци сређују око сродних објеката, док се у уму детета не формира представа или ментална слика појма. Затим следи назив, а веома често и симбол за одређени појам. Да би дете овладало научним појмовима какви су рецимо “три“ или „квадрат“ није довољно само чулно искуство и просто опажање, већ мисаона активност ученика у процесу учења. У процесу конструисања математичких појмова, који је често веома сложен и дуготрајан, ученицима је потребно понудити низ типичних примера или репрезентата које ће они доводити у међусобне односе, упоређивати и утврђивати битне одлике сваког од њих. Процес издвајања инваријантних (непроменљивих) или битних својстава које имају сви објекти неке издвојене класе називамо апстраховањем. Дакле, до научних појмова у математици не може се доћи само путем опажања, већ путем апстраховања које несумњиво има своје корене у чулном сазнању. Под утицајем чулних искустава изграђују се прецепције које остају у памћењу као представе или слике сећања и које се надаље путем мишљења изграђују у појмове, судове, закључке, као интегралне делове математичких знања.

Наставу математике посматраћемо као целовит сазнајни систем који пролази кроз неколико фаза: припремну фазу, фазу реализације и учења новог градива, фазу понављања и утврђивања градива и на крају фазу евалуације наставног рада. Сазнања до којих је математика дошла као наука не могу се у свом коначном и датом облику презентовати ученицима. Потребно је научне садржаје на *најфинији начин дидактички транспоновати и прилагодити узрасним карактеристикама ученика.*

Садржаји, који несумњиво потичу из математике као науке, морају се пажљиво бирати, програмирати и дидактичко-методички обликовати у наставно градиво које ће ученици усвајати. Један од полазних принципа у планирању наставног рада и трансформацији математичких садржаја јесте принцип очигледности који произилази из природе људског сазнања. Своје место у настави добија тек у XXI веку у делима Коменског (Јан Амос Коменски) који се сматра и његовим утемељивачем. Значај очигледности у настави Коменски је извео из Локовог (John Locke) става који каже да *нема ничег у сазнању што раније није било у чулима*, наглашавајући тако уло-

* edusoft@open.telekom.rs

гу чулних искустава у процесу учења. И док је Коменски на очигледност гледао помало сензуалистички за Песталоџија (Johann Heinrich Pestalozzi) је крајња сврха очигледности у настави била образовање јасних и правилних појмова. Примењивати принцип очигледности не значи само пуко давање што више чулних искустава, већ непрекидно уопштавање чулних искустава у појмове, правила и законе (Вилотијевић 2000). Енглески психолог Скемп (Richard Skemp) такође истиче да се појмови не могу преносити путем дефиниција и усменим излагањем, већ увек предочавањем одабране колекције примера. За наставу математике веома је важно и какви су ти примери. Холандски математичар Фројдентал (Hans Freudenthal) разликује две врсте апстраховања која почивају на чулним искуствима: апрехензију и компрехензију. Компрехензијом се својства издвајају из мноштва примера док је за наставу математике битнија апрехензија или *издвајање својстава из добрих примера*. Уколико очигледност схватимо на прави начин, постаје јасно да настава може бити очигледна и без очигледних средстава, уколико се ослања на већ формиране представе и дедуктивно закључивање, али исто тако не мора бити очигледна и са мноштвом најсавременијих наставних средстава. Савремено третиран принцип очигледности тако нећемо сводити само на опажање у току часа већ га посматрати као захтев да се *процес стицања знања посредно или непосредно заснива на ученичком чулном искуству*. Очигледна настава математике се тако *не зауставља на показивању и посматрању слика, већ мора омогућити ученицима да мисаоном активношћу сазнају суштину појмова*. Истина, на самом почетку изучавање математике очигледна наставна средства играју веома важну улогу, док у вишим разредима, након усвајања елементарних појмова и стварања мноштва менталних слика и представа, њихово коришћење бива редуковано.

У настави математике наставна средства треба употребљавати са циљем и правом мером. Увек када смо у прилици да ученицима омогућимо контакт са изворном стварношћу дужни смо да то и учинимо. Међутим постоје садржаји, процеси и појмови које ученицима можемо приближити само уз употребу техничких наставних средстава.

Наставна средства се у општој дидактичкој класификацији могу поделити на: вербална, текстуална, аудитивна, визуелна, аудио-визуелна, мануелна, експериментална, помоћна техничка наставна средства. У зависности од њиховог укључивања у наставни рад, развиле су се разноврсне наставне технологије. На наставну технологију ћемо гледати као на скуп техничких средстава и поступака, метода и облика рада у настави математике. Дакле, разумећемо је у оном ширем смислу од наставне технике (Мандић 2001). Јасно је да употреба одговарајућих наставних средстава за собом повлачи и низ промена које се огледају у избору наставних метода, облика и разноврсних дидактичких иновативних модела наставе. Појавом компјутера и развојем рачунарских и информационих технологија дошло је и до снажних преображаја у наставном раду. Компјутер као универзално на-

ставно средство, како га условно можемо назвати, у великој мери смењује досадашњу дотрајалу наставну технику али и технологију. Чини се да неки недостаци традиционалне наставе могу бити превазиђени уз употребу савремених компјутера повезаних у информационе и телекомуникационе системе. О недостацима традиционалне наставе математике и предностима коришћења нових информационих технологија говорићемо у наредном поглављу.

2. Савремена образовна технологија

Велики педагог и утемељивач дидактике као науке Јан Амос Коменски, половином 17. века обликовао је разредно-часовни систем који је у потпуности променио дотадашње образовање и индивидуално подучавање. Поставио је основне принципе за организацију школе и наставе, утврдио школску годину, разред као старосну групу, наставни час као временску јединицу наставе, поставио темеље програмирања и планирања наставног рада, увео дидактичке стандарде у оквиру наставних садржаја итд. Одбацујући индивидуалну наставу и уводећи колективну наставу, школски систем је учинио рационалнијим, економичнијим док се фронтлни облик рада наметнуо као нови облик рада који дуго времена доминира у школској пракси. Од тог периода до данас испољиле су се многобројне предности али и недостаци тако концептиране школе (Вилотијевић 2000).

Без обзира на уочене недостатке у класичној настави математике доминира фронтални облик рада са најчешће једносмерном комуникацијом која иде од наставника ка ученику. Недовољна активност ученика и немогућност напредовања у процесу стицања знања у складу са њиховим способностима и интересовањима представљају недостатке који значајно утичу и на смањену мотивацију ученика за рад. Истраживања показују да је настава у школама најчешће прилагођена оном просечном ученику. Различите предиспозиције и предзнања ученика отежавају наставнику да припреми диференциране садржаје који би одговарали свим ученицима. Традиционална настава је тако монотона напреднијим ученицима, а превише захтевна и неразумљива оним слабијим. Други проблем класичне наставе је недовољна интеракција између наставника и ученика. Двосмерна комуникација обезбеђује да ученици боље разумеју наставне садржаје. Традиционалну наставу карактерише час са наставником у центру, чија предавачка активност доминира током целог часа (Мандић 2001).

Бројни покушаји иновирања наставног рада могу се сврстати у две групе. Прву групу чине иновације које у потпуности мењају разредно-часовни систем и другу групу иновација које у оквиру постојећег образовног система теже унапређивању и подизању квалитета наставе. Настава заснована на парадигми Коменског може бити значајно унапређена, како наводи проф. М. Вилотијевић, сменом застареле наставне технологије уз употребу нових наставних средстава и технологија наставног рада.

О примени компјутера у настави почело се говорити још 70-их година прошлог века. Међутим, своје право место у наставном раду рачунари су добили тек појавом Windows оперативних система, с почетка 90-их година. Нови оперативни систем као и хардверска унапређивања отворила су врата компјутерима у учионицама широм света. Савремени мултимедијални рачунари тако данас руше многобројне баријере и препреке настале у традиционалној настави математике. Компјутерски подржано учење веома је погодно за остваривање интеракције између ученика и садржаја како би се унапредила постојећа технологија учења, настава учинила очигледнијом, динамичнијом и интересантнијом уз ангажовање више ученичких чула у стицању нових знања. Такво учење укључује: мултимедијалне презентације и образовне софтвере, интернетске услуге, рачунарске симулације, виртуелну реалност, вештачку интелигенцију, неуралне мреже и др. (Мандић 2010). Коришћењем информационих технологија предвиђено је самостално стицање знања, стална повратна информација и праћење напредовања ученика, што наставнику помаже да реалније вреднује знање ученика и да их упућује на друге дидактичке медије како би успешније овладали новим знањима, сматра Д. Мандић у књизи *Интернет технологије*.

2.1 Мултимедијални софтвери у настави математике

Једна од најзначајних дидактичко-информатичких иновација која се појавила на крају 20. века јесте мултимедија. У основи мултимедијалних система лежи *могућност интерактивног рада и презентације садржаја помоћу вишемедијалних извора информација: текста, слике, звука, филма и анимације* (Мандић 2001). Појава мултимедијалних система је значајна и за наставу математике због самог пута усвајања научних појмова. Активирање више чула у поступку учења садржаја обезбеђује боље разумевање наставних садржаја и доприноси трајности и апликативност стечених знања. Овакву могућност, до појаве апликативних софтвера за израду мултимедијалних презентација нису поседовала остала наставна средства. Апликативни софтвер Power Point је алат који у Windows окружењу омогућује израду и приказивање мултимедијалних садржаја. Једноставно руковање овим софтверским алатом пружа неограничене могућности наставницима за израду мултимедијалних презентација или приказивање већ постојећих. Мултимедијални рачунар повезан са БИМ пројектором омогућава презентацију садржаја на платну. Овакав мултимедијални систем погодан је за фронтални облик рада и то у фазама изучавања новог градива, вежбања и утврђивања, али и провере знања ученика (Мандић 2001).

Мултимедијалне презентације могу бити и средство за успостављање корелације између информатике и математике као наставног предмета. Ученици се у току основне школе оспособљавају за израду мултимедијалних презентација, те оне могу постати начин за презентовање ученичких радова. Како се компјутер може повезати са већином дигиталних фотоапа-

рата, камера и другим уређајима, велике су могућности за формирање рачунарских фото или видео колекција насталих као резултат активног учења ученика у истраживачком раду и раду на пројектима. Последњих година започела је продукција образовних софтвера и на српском језику. Већи број уџбеника опремљен је и овим мултимедијалним издањима. Имајући у виду да опремљеност школа компјутерима расте, очекујемо да ће образовни софтвери остварити свој пунији значај у наредном периоду. Образовни интерактивни софтвери превасходно подржавају самостално учење ученика. Они значајно могу допринети индивидуализацији рада и индивидуалном напредовању ученика.

У дидактичкој теорији се у другој половини прошлог века пуно говорило о индивидуализацији наставе. Велики број постојећих начина прилагођавања наставе поједином ученику показао се неефикасним или слабо економичним. Учитељи су због тога једноставно одустајали од свих облика индивидуализације и опет меру налазили у некаквом просечном ученику. Појавом образовних рачунарских софтвера можемо говорити о једноставном и реалном поступку индивидуализације наставе. Садржаји који се организују у форми образовних софтвера прилагођени су ученицима са различитим предзнањима. Креирањем одговарајућих опција може се обезбедити да ученици који нису у потпуности савладали градиво поново чују инструкцију праћену мултимедијалним садржајима. Са друге стране, ученици који се осећају спремнима, користећи дате инструкције, могу напредовати брже од својих вршњака. На тај начин се учење може прилагодити претходним знањима али и темпу учења сваког ученика. Разгранатост садржаја која се постиже коришћењем хипермедијалних система омогућава напредовање ученика у складу са његовим способностима али и интересовањима.

Уџбеници су по правилу линеарно структурирани и обавезују ученике на униформан начин усвајања знања. Иако најсуптилнији и уједно најзахтевнији у дидактичкој разradi, математички садржаји су ипак најпогоднији за програмирање у рачунарским софтверима. С обзиром на једнозначност одговора могуће је обезбедити висок степен интеракције са садржајима уз сталну повратну информацију у процесу учења. Образовни софтвери могу бити добра подршка ученицима да понове одређена знања, меморишу чињенице, провере и оцене своја знања. Своју примену могу наћи у домаћем раду ученика, у условима без надзора наставника када је потребно обезбедити благовремену повратну информацију у учењу.



Слика 1: „Математичка варошица“ – образовни софтвер за други разред

2.2 Интернет технологије у настави математике

Интернет је највећа постојећа рачунарска мрежа чији се број корисника стално повећава. Могућности размене и употребе информација у настави су бројне. Навешћемо неке од њих:

4. размена електронске поште,
5. претрага радова и књига из различитих области,
6. претрага база података различитих институција и појединаца,
7. претраживање и размена софтвера,
8. комуникација у оквиру компјутерских конференција и др.

Размена електронске поште једна је од најстаријих услуга интернета. Омогућава брзу и лаку комуникацију између наставника и ученика, наставника и родитеља. У времену у којем живимо овакав вид сарадње у настави може уштедети много времена. Велики број радова, електронских енциклопедија, стручних текстова наставнику могу помоћи у обогаћивању наставног рада. На интернету се налази неисцрпан извор информација и креативних идеја које наставници могу искористити у настави. Базе података различитих институција, веб-презентације и портали, електронске енциклопедије и сл. могу послужити као извор за самостално теоријско истраживање ученика.

Школски сајтови су добра прилика за презентацију ученичких радова и постигнућа у настави математике, али и постигнућа рада наставника. Презентовањем рада и „отварањем врата учионица“ наставници имају прилику да промовишу свој рад, рад својих ученика и омогуће увид јавности у васпитно образовни рад у школама. Ова информативна функција школских сајтова може допринети бољој сарадњи породице и школе. Веб-сајтови пружају неограничене могућности за индивидуализацију и диференцијацију рада ученика, примену егземпларне или пројектне наставе. Веб-портали настали су из потребе да се на једном месту нађу информације

потребне одређеној циљној групи. На интернету се углавном налазе материјали који немају научно релевантне чињенице и нису употребљиви у стручном раду, па представљају личне ставове појединаца или институција о неким појмовима. Последњих година се интензивно ради на креирању структурираних портала на којима се искључиво налазе информације које су рецензиране, научно утемељене и резултат су рада врхунских стручњака из одређене области.

Едусофт је образовни портал са веома снажном и разгранатом структуром. У менију предвиђеном за ученике, те избором подменија математика, примера ради, могуће је одабрати опцију *Сабирање* и ући у садржаје везане за ову наставну јединицу. На врху стране могу се уочити навигациона средства која кориснику олакшавају сналажење у виртуелном простору. У централном делу екрана приказано је поље чијим избором се активира анимирани едукативни филм. У доњем делу екрана смештене су иконе за избор додатних ресурса који се могу користити у настави или за самостално учење ученика. Ови ресурси обухватају: радне листове, предлоге за реализацију експеримената, додатне информације, различите занимљивости, стрипове, интерактивне квизове и још много тога. Са десне стране смештена је листа сродних појмова који су у корелацији са одабраним садржајем. Едукативни анимирани филмови конципирани су на веома занимљив и духовит начин. Аутори портала одабрали су ликове дечака, девојчице и ванземаљца који на индиректан начин ученике воде кроз садржаје лекције. Сваки од филмова почиње питањем које стиже у облику писма до главних јунака. Овакав приступ најављивању наставне јединце изазива стање велике заинтересованости и мобилише пажњу ученика, што можемо сматрати добром психоемоционалном припремом за учење градива. Филмови су кратки и трају само неколико минута. Контроле за управљање омогућавају наставнику да филм заустави и градиво изложи у низу пажљиво планираних корака. Овакав начин управљања садржајима доприноси динамичности наставног часа која се огледа у смењивању различитих активности ученика и наставника, смени различитих наставних метода и облика рада. Након активности посматрања филма, наставник започиње разговор са ученицима о секвенци филма који су заједнички одгледали. И наставник и ученици били су посматрачи. Додатни ресурси који се могу користити у електронској или штампаној форми такође подржавају процес активног учења садржаја. Од фронталног облика рада час креће ка индивидуалном раду ученика. Наставни листови конципирани су тако да помажу: апстраховању, разумевању и дефинисању појмова.



Слика 2: Изглед главних екрана Едусофт портала за ученике

Након фазе учења основног садржаја наставник може добити и благовремену повратну информацију о томе колико су ученици разумели градиво. Повратна информација у настави је основни услов за уређење наставе на системским основама. Без ње нема даљег напредовања, али ни спознаје о погрешним корацима наставника. Немогуће је тачно одредити коме је повратна информација значајнија у процесу учења: наставницима или ученицима? Можемо слободно рећи и једнима и другима. У класичној настави повратна информација је најчешће закаснела. Избором опције „Квиз“, корисници могу изабрати неколико начина за проверу знања. Прва могућност је да кроз појединачна питања вишеструког избора ученици истовремено добију повратну информацију: тачно –нетачно. До тачног одговора систем неће омогућити прелазак на наредно питање. Следећа могућност је тестирање, при чему се број освојених бодова може добити на крају теста. Трећа могућност је штампање теста са питањима. У зависности од услова, односно броја рачунара у учионицама, зависиће и избор неког од понуђених решења. Уколико сваки ученик пред собом има рачунар може самовредновати сопствено знање. У условима у којима постоји само један рачунар повезан са БИМ пројектором квизом управља наставник. За потребе оцењивања наставник може искористити и штампану верзију теста.

Након фазе учења основног садржаја ученицима је остављена могућност додатног проучавања сродних садржаја. Избором опције „Експеримент“, постоји предлог за извођење одговарајућег огледа који ученици могу изводити у групи или индивидуално. Након активности: посматрања, слушања, писања, цртања, извођења закључака, записивања и дефинисања кључних појмова, следе активности практичних радова, анализирања додатних садржаја, читања стрипа и сл. Богатство већ припремљених ресурса остављају неограничене могућности ученицима да у складу са интересовањима, способностима, темпом и стиловима учења стичу сопствена искуства и знања. На овом примеру можемо препознати велике могућности за

индивидуализацију наставног рада. Истина је да би у условима традиционалне наставе припремање овако разноврсних, интерактивних, мултимедијалних, разгранатих, индивидуализованих и занимљиво обликованих материјала наставнику одузело много времена. Заправо је тешко у оквиру традиционалне наставе остварити све предности које нам један овакав портал пружа. Заснован на принципима активног учења, непрестане интеракције наставника и ученика, ученика и садржаја, разноврсним когнитивним и психомоторним активностима ученика, представља прави начин иновирања наставе математике али и других наставних предмета.

Аутори портала су велику пажњу посветили и наставницима, дајући им подршку кроз разноврсне наставне материјале: предлоге за реализацију часа, графичка средства за помоћ у концептуализацији, тестове, софтверски алат за рад на интерактивним електронским таблама и сл. Можемо приметити да веб-портали могу играти значајну улогу и у квалитетнијем припремању наставника за час. Познато је да од квалитета припреме наставника, зависи и квалитет наставног часа. Образовни портали тако налазе примену у свим фазама наставног рада и наставу могу учинити: економичнијом, рационалнијом, ефикаснијом, а наставнике ослободити већине рутинских послова.

3. Улога наставника у технолошки богатом окружењу

Промена наставне технологије мења и традиционалну улогу наставника као предавача. Настава са наставником у центру помера се више ка оној са учеником у центру. Из психологије је познато да учења и развоја личности нема без активног учешћа јединке у тим процесима. Које су то нове улоге које наставник добија развојем нових информационих технологија? Какве су потребе данашњег ученика? Која знања су потребна данашњим генерацијама? Сигурно је да развој наставника не сме каснити за развојем ученика. Елементарна информатичка писменост нужни је минимум за рад у савременој школи. Добро познавање дечијих способности, начина и стилова учења, метода, облика и средстава рада, основна су претпоставка за успешан рад наставника. Елементарна компјутерска писменост наставника обухвата основна знања за рад у Windows окружењу, рад са MS Office пакетом програма, претрагу садржаја на интернету, слање и примање електронске поште и сл. С обзиром да се нова информациона технологија свакодневно усавршава и прилагођава потребама наставног рада, наставници морају поседовати и основна знања и вештине за руковање периферним уређајима који се користе у комбинацији са рачунаром. За наставу математике важно је повезивање рачунара са дигиталним фотоапаратима и видео камерама, диктафоном и сл. Електронска табла, опремљена софтверским пакетом, савремено је наставно учило које може унапредити интеракцију наставника и ученика, подићи оигледност у настави и значајно допринети унапређивању наставе математике.



Слика 3: Савремена дидактичка опрема

Наставник у савременој школи мора имати интегративну улогу, те се од њега очекује да повеже у јединствену акциону целину: школски амбијент, наставни програм, учениково понашање и свој начин рада. Из те интегративне улоге произлази и више специфичних улога као што су: *планирање, иницирање, подстицање, организовање, усмеравање, вођење, праћење, анализирање и вредновање, кориговање и иновирање наставног рада* (Хавелка 1998). Наставник као иноватор наставног процеса мора непрестано обогаћивати и иновирати наставу, како она не би постала рутинирана, механичка и досадна за ученике. Савремене информационе технологије пружају широк спектар могућности за индивидуализацију и диференцијацију наставног рада, увођење различитих иновативних модела у наставу математике. На крају можемо рећи да компјутери и друга савремена наставна средства сама по себи не могу и неће унапредити наставу, али могу постати снажно оруђе у рукама стручно оспособљених, иновативних и креативних наставника.

4. Закуљчна разматрања

Предности коришћења савремених технологија у настави математике јесу многобројне. Једна од значајнијих јесте унапређивање интеракција између наставника и ученика, ученика и ученика, ученика и садржаја. У интерактивној настави акценат се ставља на сарадњу и размену искустава међу ученицима те се њихове везе у наставном процесу обогаћују. Мултимедијални и хипермедијални системи доприносе бољем разумевању наставног градива, повећавају трајност и апликативност стечених знања, подстичу унутрашњу мотивацију и пажњу за рад, мобилишу више чула у процесу учења и усвајања знања. Хипертекстуалне везе дају подршку разгра-

натим изворима информација тако да ученици могу самостално напредовати у складу са сопственим стиловима, темпом учења или предзнањима. Ово је велики корак у процесу индивидуализације и диференцијације наставног процеса. Образовни софтвери пружају могућност самовредновања и вредновања у процесу учења нових садржаја. Разноврсност образовних ресурса, који се могу наћи у оквиру структурираних образовних портала, велика су подршка динамизовању наставног часа и подстицању разноврсних активности ученика. Настава постаје ефикаснија, економичнија, а наставник се може ослободити већине рутинских послова. Увођењем програма и садржаја нових наставних технологија у програме за образовање наставника учињен је велики корак у оспособљавању наставника за њихову имплементацију у будућу наставни рад. Снажењем хардверске инфраструктуре у основним и средњим школама створени су материјално-технички услови за иновирање наставе математике уз подршку нових информационих технологија. Програми стручних усвршавања такође подржавају наставнике у оспособљавању за примену нових наставних средстава, тако да можемо закључити да настава математике и у нашој земљи прати савремене тенденције и мења постојећу парадигму традиционалне школе. Компјутерски системи наставе на даљину отварају врата за перманентно неформално усвршавање наставника у различитим областима.

Литература

- Вилотијевић 2000: М. Вилотијевић *Дидактика*, Београд: Научна књига и Учитељски факултет.
- Вилотијевић 2002: Н. Вилотијевић, Наставник између јесте и треба, Београд: часопис *Образовна технологија*, 56–65, Цуро.
- Мандић 2001: Д. Мандић, *Образовна информациона технологија*, Београд: Учитељски факултет.
- Мандић 2010: Д. Мандић, *Интернет технологије у образовању*, Београд: Чигоја.
- Мандић, Мандић 2013: Д. Мандић, А. Мандић, *Innovations in Modern Education and Teachers Competences, Asian Journal of Education and e-Learning, Vol. 1, No. 1.*
- Хавелка 1998: Н. Хавелка, Улога наставника и улога ученика у основној школи, *Зборник радова са научног скупа Наша школа будућности*, Београд: Учитељски факултет.

PRIMJENA TEOREME O NEPOKRETNOSTI TAČKI U NASTAVI MATEMATIKE

Uvod

U ovom radu navodimo nekoliko primjera iz školske matematike u kojima se koriste teoreme o nepokretnim tačkama.

Neka je f -preslikavanje proizvoljnog skupa A u sebe. Tačku $x \in A$ nazivamo nepokretnom (fiksnom) tačkom preslikavanja f , ako je

$$f(x)=x. \quad (1)$$

Kada je $A \subset \mathbb{R}$, tj. kada je f prosto brojeva funkcija, naći nepokretnu tačku preslikavanja f znači riješiti jednačinu (1). Obratno, ako je data proizvoljna jednačina $g(x)=0$, tada su njena rješenja nepokretne tačke preslikavanja f , gdje je $f(x)=g(x)+x$.

Primjer 1. Preslikavanje $x \rightarrow ax^2+bx+c$, gdje je $a \neq 0$, ima jednu, dvije ili nema nepokretnih tačaka u zavisnosti od znaka izraza $\Delta=(b-1)^2-4ac$.

Na osnovu broja nepokretnih tačaka može se izvršiti klasifikacija izometrijskih i afinih preslikavanja u ravni i prostoru.

Primjer 2. Izometrija je preslikavanje prostora u samog sebe koje čuva rastojanja među tačkama. Važna karakteristika izometrijskih preslikavanja u prostoru je skup njenih nepokretnih tačaka. Postoji samo pet takvih slučajeva:

- a) izometrija koja nema nepokretnih tačaka je translacija za nenulti vektor,
- b) izometrija koja ima samo jednu nepokretnu tačku je centralna simetrija,
- c) izometrija u kojoj su nepokretne samo tačke jedne prave je rotacija oko te prave,
- d) izometrija u kojoj su nepokretne samo tačke jedne ravni je simetrija u odnosu na tu ravan,
- e) izometrija u kojoj su nepokretne sve tačke prostora je identičko preslikavanje.

Drugih izometrijskih preslikavanja u prostoru nema (ovdje su uključene i kompozicije ovih osnovnih izometrijskih preslikavanja). Na sličan način se može izvršiti i klasifikacija izometrijskih preslikavanja u ravni.

Primjer 3. Preslikavanje ravni u sebe nazivamo afinim ako svaku pravu preslikava u pravu i ako paralelne prave preslikava u paralelne prave.

- a) Afino preslikavanje koje nema nepokretnih tačaka je translacija,

* radoje@rc.pmf.ac.me

- b) afino preslikavanje koje ima samo jednu nepokretnu tačku je centralna simetrija,
 c) ako afino preslikavanje ima dvije nepokretne tačke A i B , tada je svaka tačka prave (AB) nepokretna.

Nepokretne tačke nema svako preslikavanje, na primjer, preslikavanje $f(x)=x+2$ skupa R (realnih brojeva) u skup R nema nepokretnih tačaka.

Zadatak 1. Naći preslikavanje ravni u samu sebe koje ima tačno n nepokretnih tačaka ($n \in \mathbb{N}$).

Teorema o kontraktivnom preslikavanju. Primjeri iz geometrije

Od posebnog značaja su tzv. kontraktivna (sažimajuća) preslikavanja. Kao što smo uočili, rješenje jednačine oblika $g(x)=0$ se svodi (dodavanjem x njenoj lijevoj strani) na nalaženje nepokretne tačke preslikavanja f , gdje je $f(x)=g(x)+x$. Zato je važno znati uslove pod kojima postoji nepokretna tačka i znati kako naći nepokretnu tačku.

Neka je dato preslikavanje $f:A \rightarrow A$, gdje je A skup u kojem je definisano rastojanje $d(x,y)$ među tačkama x i y . Na primjer, skup A može biti podskup prave, ravni ili prostora.

Definicija 1. Za preslikavanje $f:A \rightarrow A$ kažemo da je kontraktivno (ili da je kontrakcija, sažimajuće) ako

$$(\exists q \in [0,1])(\forall x, y \in A) : d(f(x), f(y)) \leq qd(x, y).$$

Drugim riječima, rastojanje među slikama je strogo manje od rastojanja među originalima kojima odgovaraju te slike, pri čemu se ono umanjuje q „puta“. Broj q nazivamo koeficijentom kontrakcije (sažimanja).

Primjer 4.

a) Homotetija ravni sa koeficijentom homotetije k , gdje je $0 < k < 1$, je kontraktivno preslikavanje.

b) Rotacija ravni nije kontraktivno preslikavanje.

Svako kontraktivno preslikavanje je neprekidno.

Teorema 1 (princip kontraktivnog preslikavanja na pravoj). Svako kontraktivno preslikavanje $f:]a,b[\rightarrow]a,b[$ ima jedinstvenu nepokretnu tačku.

Dokaz. U osnovi dokaza leži metod iteracije. Izaberimo, na proizvoljan način, $x_0 \in]a,b[$ i formirajmo niz $x_0, x_1=f(x_0), x_2=f(x_1), \dots, x_n=f(x_{n-1}), \dots$. Dokažimo da niz (x_n) konvergira ka traženoj nepokretnoj tački. Za ovo je dovoljno dokazati da je niz (x_n) Košijev (fundamentalna), jer u prostoru realnih brojeva R svaki Košijev niz konvergira. Dakle, treba dokazati da za svako $\varepsilon > 0$ postoji prirodan broj n_0 takav da za svako $n, m > n_0$ važi nejednakost $d(x_n, x_m) < \varepsilon$. Učimo da je $d(x_k, x_{k+1}) < q^{k-1} d(x_1, x_2)$. Dalje je $d(x_n, x_{n+p}) \leq d(x_n, x_{n+1}) + d(x_{n+1}, x_{n+2}) + \dots + d(x_{n+p-1}, x_{n+p}) \leq (q^{n-1} + q^n + \dots + q^{n+p-2}) d(x_1, x_2) \leq (q^{n-1} + q^n + \dots + q^{n+p-2} + \dots) d(x_1, x_2) \leq \frac{q^{n-1}}{1-q} d(x_1, x_2)$. Sada, za proizvoljno zadato $\varepsilon > 0$ za broj n_0 možemo uzeti, na

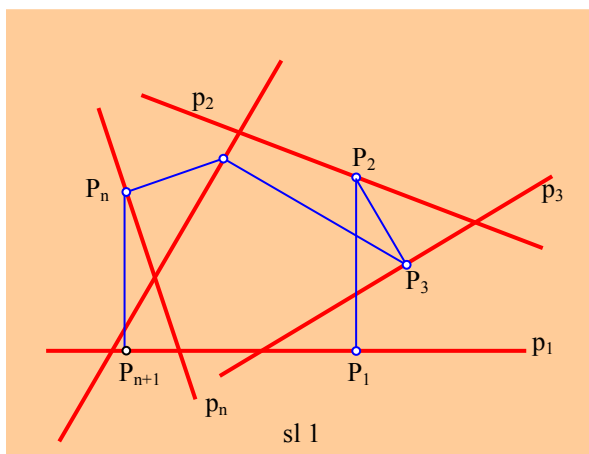
primjer, $n_0 = \left\lceil \log_q \frac{\varepsilon(1-q)}{d(x_1, x_2)} \right\rceil$. Ovim smo dokazali da je niz (x_n) Košijev, tj. da je konvergentan. Neka je $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = x^*$. Znajući da je f neprekidno preslikavanje, iz graničnog prelaza u $x_n = f(x_{n-1})$ za $n \rightarrow +\infty$, dobijamo da je $f(x^*) = x^*$, tj. x^* je nepokretna tačka preslikavanja f . Jedinstvenost tačke x^* je očigledna. Stvarno, ako bi postajale dvije različite nepokretne tačke x_1^* i x_2^* , tada bi, saglasno definiciji kontraktivnog preslikavanja, imali da je $d(x_1^*, x_2^*) < q(x_1^*, x_2^*)$, tj. $q > 1$, što nije moguće.

Lako se uočava da teorema 1 važi i u slučaju kada se interval $]a, b[$ zamijeni, na primjer, odsječkom, polpravom ili čitavom pravom R . Štaviše, ona važi i u ravni i prostoru. Sva ova tvrđenja su specijalni slučajevi sljedeće teoreme.

Teorema 2 (teorema o kontraktivnom preslikavanju). Svako kontraktivno preslikavanje kompletnog metričkog prostora u sebe ima jedinstvenu nepokretnu tačku.

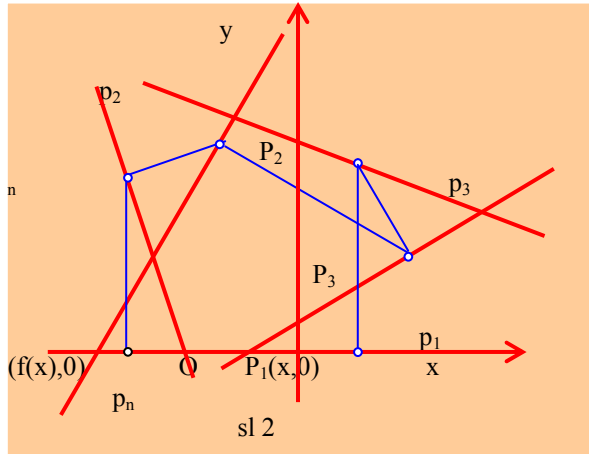
Slijedi nekoliko primjera teoreme o kontraktivnom preslikavanju. Uvedimo oznaku za ortogonalnu projekciju tačke P na pravu ili površ σ . Oznaka je $ort_\sigma P$.

Primjer 5. U ravni su date prave p_1, p_2, \dots, p_n . Neka je $P_1 \in p_1$, $P_2 = ort_{p_2} P_1, \dots, P_n = ort_{p_n} P_{n-1}$, (slika 1). Dokazati da postoji tačka $P_1 \in p_1$ takva da je $P_{n+1} \equiv P_1$.



U slučaju da su sve prave $p_i, i=1, 2, \dots, n$ među sobom paralelne, tada za svaku tačku $P_1 \in p_1$ važi da je $P_{n+1} \equiv P_1$. Pretpostavimo da među pravama p_1, p_2, \dots, p_n postoje bar dvije neparalelne. Neka su to prave p_i i p_{i+1} . Prava p_i ($i=1, 2, \dots, n$) u Dekartovom pravouglom sistemu Oxy ima jednačinu $a_i x + b_i y + c_i = 0$. Ovaj koor-

dinamni sistem izaberimo tako da se prava p_1 poklapa sa osom Ox (slika 2). Birajući tačku $P_1 \in p_1$ mi zapravo biramo apscisu x



tačke P_1 na osi Ox . Kada se nađe tačka P_{n+1} , njenu apscisu označimo sa $f(x)$. Na ovaj način je definisano jednoznačno preslikavanje $f: R \rightarrow R$ (apscisi $x \in R$ tačke P_1 pridružena je apscisa $f(x) \in R$ tačke P_{n+1}). Za svako $j=1, 2, \dots, n$ imamo:

$$(\exists q_j \in [0, 1]) (\forall P_j, P'_j \in p_j) : \overline{P_{j+1} P'_{j+1}} = q_j \overline{P_j P'_j},$$

gdje je sa $\overline{P_j P'_j}$ označena dužina duži $P_j P'_j$. Kako prave p_i i p_{i+1} nijesu paralelne, to je $0 \leq q_j < 1$. Iz prethodnog slijedi:

$$(\exists q \in [0, 1]) (\forall P_1, P'_1 \in p_1) : \overline{P_{n+1} P'_{n+1}} \leq q \overline{P_1 P'_1},$$

gdje je $q = q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n$. Zadnju nejednakost možemo zapisati u obliku

(Ovdje je x (x') apscisa tačke P_1 (P'_1), a $f(x)$ ($f(x')$) apscisa tačke P_{n+1} (P'_{n+1}). Slijedi, preslikavanje $f: R \rightarrow R$ je kontraktivno, pa saglasno teoremi 2, imamo

$$(\exists! x^* \in R) : f(x^*) = x^*,$$

tj.

$$(\exists! P_1 \in p_1) : P_{n+1} \equiv P_1$$

(x^* je apscisa tačke P_1).

Kako naći tačku P_1 (za koju je $P_{n+1} \equiv P_1$)? Kako se tačka P_1 dobija, u opštem slučaju, u beskonačno mnogo koraka, to je konstruktivan prilaz (lenjirom i šestarom) nemoguć. Koristeći matematički aparat linearne algebre, neki od programskih jezika i računar, apscisa tačke P_1 se može izračunati. Ako postoji takvo i da je $p_i \perp p_{i+1}$, ili da je $p_n \perp p_1$ (\perp – oznaka za normalnost pravih), tada se tačka P_1 iz prethodnog može naći konstruktivno.

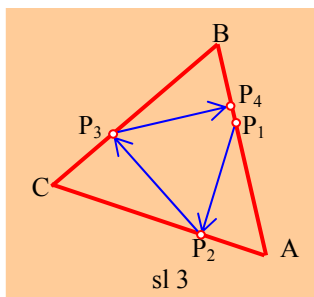
Napomena 1. Bez teškoća se primjer 5 može uopštiti na slučaj pravih u prostoru: Date su prave p_1, p_2, \dots, p_n u prostoru tako da među njima postoje bar

dvije koje nijesu paralelne. Neka je $P_1 \in p_1$, $P_2 = \text{ort}_{p_2} P_1$, ..., $P_n = \text{ort}_{p_n} P_{n-1}$, . Tada postoji jedinstvena tačka $P_{n+1} \in p_1$ takva da je $P_{n+1} \equiv P_1$. Posljedica. Ako je $n=2$ i ako se prave p_1 i p_2 mimoilaze, tada tačke P_1 i P_2 , za koje je $P_3 \equiv P_1$, određuju zajedničku normalu (mimoilaznih) pravih p_1 i p_2 . Najkraće rastojanje između pravih p_1 i p_2 realizuje se po duži P_1P_2 .

Primjer 6. U prostoru su date ravni $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, od kojih bar dvije nijesu paralelne. Neka je P_1 tačka ravni α_1 , $P_2 = \text{ort}_{\alpha_2} P_1$, ..., $P_n = \text{ort}_{\alpha_n} P_{n-1}$, . Tada postoji jedinstvena tačka $P_{n+1} \in \alpha_1$ takva da je $P_{n+1} \equiv P_1$.

Ravan α_i ($i=1,2,\dots,n$) u prostoru R^3 , sa pravouglim Dekartovim sistemom $Oxyz$, ima jednačinu $A_ix+B_iy+C_iz+D_i=0$. Koordinatni sistem $Oxyz$ izaberimo tako da se koordinatna ravan Oxy poklapa sa ravni α_1 . Neka tačka $P_1 \in \alpha_1$ ima koordinate $u=(x,y,0)$. Koordinate tačke $P_{n+1} \in \alpha_1$ označimo sa $f(u) = (\tilde{x}, \tilde{y}, 0)$. Na ovaj način je definisano jednoznačno, kontraktivno preslikavanje $f:R^2 \rightarrow R^2$. Saglasno teoremi 2 imamo da $(\exists! P_1 \in \alpha_1): P_{n+1} \equiv P_1$.

Primjer 7. Dat je oštrogli trougao ABC . Na stranici AB zadata je tačka P_1 . Neka je $P_2 = \text{ort}_{BC} P_1$, $P_3 = \text{ort}_{AC} P_2$ i $P_4 = \text{ort}_{AB} P_3$. Dokazati da $(\exists! P_1 \in AB): P_4 \equiv P_1$ (slika 3).

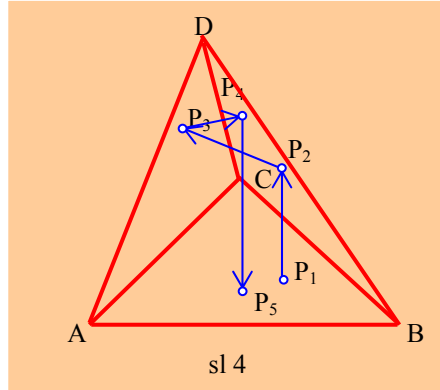


sl 3

U ravni u kojoj se nalazi trougao ABC postavimo koordinatni sistem Oxy tako da se stranica AB pripada osi Ox . Stranici AB na osi Ox odgovara neki odsječak, označimo ga sa $[a,b]$. Birajući tačku $P_1 \in AB$ mi biramo apscisu x te tačke koja pripada osi Ox . Lako se dokazuje da će apscisa $f(x)$ tačke P_4 pripadati odsječku $[a,b]$. Na ovaj način preslikavanje $f: [a,b] \rightarrow [a,b]$ je kontraktivno, pa, saglasno teoremi 1, imamo $(\exists x_1 \in [a,b]): f(x_1) = x_1$, odnosno $(\exists! P_1 \in AB): P_4 \equiv P_1$.

Napomena 2. U vezi sa prethodnim primjerom mogu se postaviti razna pitanja: na primjer, da li tvrdjenje važi ako je trougao: a) tupougli, b) pravougli? U kojim slučajevima je moguće konstruisati tačku P_1 za koju je $P_4 \equiv P_1$?

Primjer 8. Data je trostrana piramida $ABCD$ čiji su svi uglovi diedara oštri. Neka $P_1 \in ABC$, $P_2 = ort_{BCD} P_1$, $P_3 = ort_{ACD} P_2$, $P_4 = ort_{ABD} P_3$ i $P_5 = ort_{ABC} P_4$. Dokazati da $(\exists! P_1 \in ABC) : P_5 \equiv P_1$ (slika 4).



Zadatak 2. Neka su A i B dvije mape, pravougaonih oblika, jedne te iste oblasti urađene u različitim razmjera. Neka je mapa A položena na mapu B tako da je, na jeziku skupova rečeno, $A \subset B$. Dokazati da se vrhom olovke može pokazati samo jedno isto mjesto istovremeno na objema mapama.

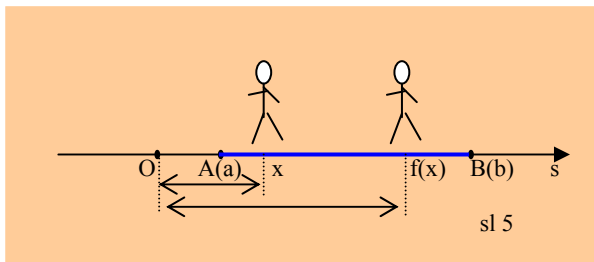
Brauerova teorema. Primjeri iz analize

Učenici Brauerovu teoremu koriste, istina bez navođenja njenog imena, u završnim razredima srednje škole. Na primjer, u zadatku: Ako je $f \in C[a,b]$ i $f:[a,b] \rightarrow [a,b]$, tada postoji tačka $c \in [a,b]$ takva da je $f(c)=c$. Ovaj zadatak se može formulisati i u terminima nepokretne tačke:

Teorema 3. Ako je $f \in C[a,b]$ i $f:[a,b] \rightarrow [a,b]$, tada postoji nepokretna tačka preslikavanja f .

Napomenimo da su ovdje od suštinskog značaja pretpostavke da je f neprekidna funkcija na odsječku $[a,b]$ i da f preslikava odsječak $[a,b]$ u $[a,b]$. Očigledno, nepokretna tačka c ne mora biti jedinstvena.

Primjer 9. Neka dvije osobe šetaju: jedna polazi iz punkta A i ide stalnom brzinom u punkt B , a druga čitavo vrijeme šeta po putu AB . Očigledno ove osobe se moraju sresti, tj. u jednom trenutku se naći na istom mjestu. Matematički modelirajmo susret šetača. Postavimo punktove A i B na koordinatnu osu, označimo je sa Os (slika 5).



Neka je $A(a)$ i $B(b)$. Označimo sa x , $a \leq x \leq b$, koordinate prvog šetača, a sa y , $a \leq y \leq b$ koordinate drugog šetača. Na ovaj način, svakom $x \in [a,b]$ pridružujemo po jedno $y=f(x) \in [a,b]$. Ovo znači da $f:[a,b] \rightarrow [a,b]$. Rješenje jednačine $f(x)=x$ određuje mjesto susreta. Na primjer, ako je $a=0$ i $b=1000m$,

$f(x) = \frac{1}{2}x + 200$, tada će do susreta doći u tački čija je apscisa $x=400$ m. Ukoliko je kretanje drugog šetača „složenije“, i tada će očigledno doći do njihovog susreta. Međutim, „očigledno“ u matematici nije dokaz. Uočimo da će funkcija f u svim slučajevima biti neprekidna na odsječku $[a,b]$ i da će f preslikavati odsječak $[a,b]$ u $[a,b]$. Saglasno teoremi 3 imamo da postoji takvo x za koje je $f(x)=x$, tj. do susreta će doći u mjestu čija je koordinata x .

Primjer 10. U podnožju planine nalaze se monaške ćelije. U nedjelju izjutra, tačno u 7 časova, monah se počeo peti uz planinu i na njen vrh je stigao u 7 časova uveče. Prenoćio je na vrhu planine, a zatim je u 7 časova izjutra počeo da se istim putem vraća u ćeliju u koju je stigao u 7 časova uveče. Dokazati da na tom putu postoji mjesto u kojem je monah bio u isto vrijeme (na časovniku) kada se peo i kada se spuštao sa planine.

Rješavanje ovog zadatka koristi Brauerovu teoremu. Označimo sa $[7,19]$ vremenski interval potreban da se monah popne, odnosno spusti sa planine. Dalje, označimo sa x vrijeme (na časovniku) kada je monah prošao određeno mjesto na putu ka vrhu planine, a sa $f(x)$ vrijeme (na časovniku) kada se monah našao na tom istom mjestu pri spuštanju sa planine. Očigledno, f je neprekidno preslikavanje na odsječku $[7,19]$ i $f: [7,19] \rightarrow [7,19]$. Saglasno teoremi 3 postoji takvo x za koje je $f(x)=x$. Ovo znači da postoji mjesto na putu monaha kada je njegov časovnik pokazivao isto vrijeme pri penjanju i pri spuštanju sa planine.

Primjer 11. Dokazati da jednačina: a) $x = \cos x^3$, b) $\cos(\sin x) - x = 0$ ima rješenje.

a) Neka je $f(x) = \cos x^3$. Preslikavanje f je neprekidno na skupu realnih brojeva R i pri tome $f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1,1]$. Kako je $[-1,1] \subset \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, to je $f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Slijedi, postoji tačka $c \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ takva da je $f(c)=c$, odnosno $c = \cos c^3$, tj. c je rješenje date jednačine. b) Na sličan način se razmatra i ovaj slučaj.

Zadatak 3. Navesti primjer neprekidne funkcije $f: (0,1) \rightarrow (0,1)$ koja nema nepokretnih tačaka na $(0,1)$, tj. ne postoji tačka $c \in (0,1)$ za koju je $f(x)=x$. (Rješenje: Na primjer, $f(x)=x^2$).

Svi koji piju kafu (ili čaj) mogli su primijetiti da pri miješanju kafe u sredini čaše ostaje jedna nepokretna tačka. Istina, ovo zapažanje pretpostavlja „pravilno“ miješanje kafe u trenutaku posmatranja. No i bez toga, u svakom slučaju bar jedna tačka ostaje nepokretna koja ne mora biti u sredini čaše. Ovo je posljedica sljedećeg tvrđenja.

Teorema 4. Svako neprekidno preslikavanje kruga K (kojemu pripada granica) u K ima bar jednu nepokretnu tačku.

Umjesto kruga K može se uzeti trougao, pravougaonik i sl. Teoreme 3 i 4 su specijalni slučajevi tzv. Brauerove teoreme:

Teorema 5. Neka je M konveksan, ograničen i zatvoren skup u konačno-dimenzionalnom prostoru. Svako neprekidno preslikavanje iz M u M ima bar jednu nepokretnu tačku.

Strogi dokaz ove teoreme je dao holandski matematičar Brauer 1912. godine. Od tada do danas ova teorema je uopštavana i ima značajnu ulogu u nizu oblasti savremene matematike. Na primjer, koristi se u avioindustriji pri projektovanju raspona krila aviona, za analizu optimalne strategije i stanja ravnoteže u igrama kao i matematičkom modeliranju procesa u ekonomiji itd.

Primjer 12. Dokazati da sistem jednačina
$$\begin{cases} x = \sin(x + y) \\ y = \frac{1}{2}(x^2 + xy^3) \end{cases}$$
 ima rješenje.

Neka je $D = \{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$ i $f(x, y) = \begin{pmatrix} \sin(x + y) \\ \frac{1}{2}(x^2 + xy^3) \end{pmatrix}$, $(x, y) \in D$. Kako je

$|\sin(x+y)| \leq 1$ i $\left| \frac{1}{2}(x^2 + xy^3) \right| \leq 1$ za svako $(x, y) \in D$, to je $f: D \rightarrow D$. Preslikavanje f je

i neprekidno, pa saglasno teoremi 3, postoji u D nepokretna tačka preslikavanja f . Slijedi, dati sistem jednačina ima rješenje.

Evo još nekoliko zanimljivih primjena Brauerove teoreme:

a) Uzmimo prazan paket i list papira koji u potpunosti pokriva dno paketa. Neka svakoj tački lista papira odgovara ta tačka na dnu paketa koja se nalazi ispod nje. Izvadimo pomenuti list papira, od njega (gužvujući ga) napravimo „loptu“, a zatim je vratimo u kutiju. Topolozi dokazuju, da nezavisno od toga, kako je od lista napravljena „lopta“ i u kojem mjesto kutije je bačena, postoji najmanje jedna tačka na „lopti“ ispod koje se nalazi njoj odgovarajuća tačka.

b) U svakom trenutku na Zemlji postoji takvo mjesto u kojem je brzina vjetra jednaka nuli.

c) Na Zemlji uvijek postoje dvije tačke – antipodi (leže na krajevima jednog prečnika Zemlje) u kojima su temperature i vazdušni pritisci jednaki.

Literatura

Gardner 1982: M. Gardner, *Aha! Gotcha*, San Francisko: W. H. Freeman and Company.

Gegelija 1980: G. Gegelija, Princip kontraktivnih preslikavanja, *Kvant*, 9, Moskva.

Vertgejm 1980: B. Vertgejm, Metod nepokretne tačke, *Kvant*, 8, Moskva.

Danilov 2006: V. T. Danilov, *Lekcije o nepokretnim tačkama*, Moskva: Ruska ekonomska škola.

ИКНИЧКО ПРЕДСТАВЉАЊЕ КАО ИЗВОР ЗНАЧЕЊА АЛГЕБАРСКИХ ПОЈМОВА

Теоријске основе истраживања

Већина истраживачких студија о настави и учењу алгебре релизована је са ученицима средње школе, често са фокусом на тешкоћама и погрешном разумевању, док се мало зна о разумевању алгебарских појмова ученика основне школе и утицају знања стечених у основној школи на учење алгебре у средњој школи.

Алгебра се често сматра тешком и мистериозном науком, пре свега због бројних симбола којима се представљају математичке идеје. Анализирајући језик алгебре, Редфорд и сарадници зајључују: „Алгебарски симболизам не поседује богати арсенал средстава као што су прилози, придеви и допуне именица који имају главну улогу у писаном и говорном језику. Уместо тога, он нуди прецизност и језгровитост којима управља неколико синтаксичких правила“ (Radford et al. 2006: 685). Симболи, који служе као високо ефектно средство мишљења за једне, за друге су велика препрека у комуникацији. Алгебарски симболизам комуникативан и језгровит, али да ли њиме преносимо значење идеја и појмова ако „означилац“ иде испред „означеног“? Проблем неразумевања значења алгебарских појмова и симбола код ученика био је предмет бројних истраживања. Кијеран истиче алгебарску симболику као кључни фактор неуспеха учења при учењу алгебре: „[...] захтеви постављени пред ученике, при учењу алгебре подразумевају третирање симболичких репрезентација, које или имају мало или нимало семантичког садржаја као математичких објеката“ (Kieran 1992: 394). Без обзира на њихову теоријску оријентацију, резултати истраживања се слажу у следећем: алгебарска синтакса није транспарентна (Kuchemann 1981, Kieran 2004, Radford et al. 2006 и др.). Прихватање и разумевање алгебарских симбола је управо једна од примарних тешкоћа у учењу алгебре.

У новије време расправа о симболизовању и моделовању показала је промену у идејама како симболи и модели могу бити искоришћени да подрже развој математичких појмова. Гревмејер и Тервел наглашавају: „Главна идеја је да се облици симболизације (схеме, дијаграми, модели, или чак говорни термини) појављују у контексту активности које захтевају доступност таквих симболичких средстава, и да функционални захтеви ових активности стимулишу побољшање начина симболизовања код деце“

* marijana.zeljic@uf.bg.ac.rs

(Gravemeijer and Terwel 2000: 778). Аутори процес симболизације виде као резултат математичке активности ученика, тј. симболизација и значење симбола развијају се интерактивно. Знак се састоји од пара „означени – означилац“, где означени има динамичку улогу у креирању нових знакова. Сличан став заступају Де Лима и Тол, који сматрају да „симболичко значење потиче из два различита извора: од веза са смисленим реализованим објектом и од унутрашње кохеренције симболизма“ (Nogueira de Lima and Tall 2006: 234). Развој симболичког система представљања условљен је и повезан са претходним начинима представљања искуства. Развијање значења симбола, а посебно развијање основе на којој је манипулација симболима осмишљена и праћена одговарајућим представама примаран је задатак у учењу ране алгебре.

У прилог тези да је коришћење различитих репрезентација представљања појмова повезано са њиховим разумевањем говоре резултати истраживања бројних аутора. У том смислу Кијеран дефинише алгебарско мишљење као „[...] употребу било које од различитих репрезентација које покривају квантитативну ситуацију на релациони начин“ (Kieran 1996: 275); Дрискол сматра да се алгебарско мишљење може посматрати „[...] као способност да се репрезентује квантитативна ситуација на такав начин да односи између варијабли постану уочљиви“ (Driscoll 1999: 1); Панасук (Panasuk 2010) тврди да, када су ученици способни да препознају исти однос/појам представљен у различитим модалитетима (вербално, дијаграм и симболички), то значи да су развили концептуално разумевање односа/појма и повезали процедуралне и структуралне вештине; Тал читаву школску математику посматра као „[...] комбинацију визуелних представа, укључујући геометријске слике и графиконе, заједно са симболичним калкулацијама и манипулацијама“ (Tall 2008: 5); Мејсон и сарадници (Mason et al. 2007) сматрају да коришћење више репрезентација за представљање истог појма може помоћи ученицима побољшају своје учење, јер им помаже да увиде и изразе општост појма.

Истраживања процеса визуелизације и улоге менталних слика у математичком резонувању показују важност изабране репрезентације у развоју појмова. Торнтон (Thornton 2001) указује на следеће разлоге због којих би требало испитати улогу визуелизације у школском математичком искуству: 1) ако математику схватимо као студију о генерализацији, визуелизација, заједно са коришћењем технологије, има моћ да ублажи тежину алгебарског мишљења; 2) визуелизација пружа једноставност и моћне приступе решавању проблема. Слично, Рескен и Ролка наглашавају да „[...] визуелизација омогућава смањивање комплексности када се ради са великим бројем информација“ (Rösken and Rolka 2006: 458).

Апстрактност и уопштеност су доминантне карактеристике алгебарских појмова. Процес развијања апстракције код ученика Панасук посматра као „[...] процес трансформације ученичких перцепција у менталне слике путем употребе различитих репрезентација“ (Panasuk 2011: 221).

Проблеми које ученици имају у разумевању и коришћењу алгебарских симбола делом се јављају због слабости дубинских математичких структура које симболима дају значење, а визуелизација јесте важно средство за истраживање математичких проблема и давање значења математичким појмовима и односима између њих.

Наведена разматрања указују на то да иконичко представљање математичких идеја омогућава изграђивање значења комплексних појмова, што води њиховом разумевању.

Методолошки оквир истраживања

При учењу алгебре често имамо ситуације где се алгебарске идеје представљају на симболички начин. Традиционални приступ настави алгебре подразумева „учење и примену правила алгебре“, а она се ученицима представљају одређеним симболичким језиком, који њима није близак. Манипулација симболима без везивања за значење не води разумевању. Скемп (Skemp 1982) истиче да је манипулисање симболима на основу меморисаних правила „заморно и досадно“ јер се не види ништа логично у томе. У нашим уџбеницима и образовној пракси још увек је присутна традиција да се алгебарски појмови, који карактерише висок степен апстрактности, представљају ученицима симболичким алгебарским језиком.

Предмет овог истраживања јесте методичка ефикасност модела учења алгебарских садржаја заснованог на схематском представљању алгебарских појмова. Реч је о моделу у коме се користе различити облици представљања алгебарских појмова (текстуални задаци, схематски – иконички, симболички). Испитивали смо утицај различитих облика представљања алгебарских појмова на њихово учење и разумевање. У методичком обликовању садржаја алгебре служили смо се посебним иконичким знацима (схемама) као што су „спојене кутијице“, „правоугаоне слагалице кружића“ итд. Ови знаци, у виду графичких схема, представљају носиоце значења појмова и наша је намера била да истражимо на који начин и у којој мери они доприносе разумевању садржаја уз које стоје. За потребе реализације примењеног методичког приступа осмислили смо посебне материјале за ученике.

Циљ истраживања био је да испитамо утицај различитих репрезентација за представљање алгебарских појмова на разумевање тих појмова од стране ученика III разреда основне школе. Поставили смо следеће задатке истраживања:

1. Испитати успешност ученика на задацима на тестовима, а који су груписани (задаци) према начину репрезентације проблема и кретању у различитим равнима апстракције представљања математичких структура и односа на следећи начин: а) од вербално представљених ситуација у реалном окружењу (текстуални задаци) ка схематском (иконичком) представљању и симболичком кодирању; б) од схематског (иконичког) предста-

вљања ка осмишљавању реалних ситуација (текстуалних задатака) које одговарају тим ситуацијама и симболичком кодирању; в) од симболичких кодова према изражавању значења тих кодова кроз повезивање са схемама (иконичким представама) и ситуацијама у реалном окружењу; г) манипулација симболима (који означавају алгебарске објекте) не везујући се за значење.

2. Анализирати квалитет знања ученика кроз успех ученика у смислу релационог разумевања и могућности повезивања значења појма (икона) са симболима.

Зависна варијабла у истраживању је постигнуће ученика, а *независна варијабла* методички приступ који смо применили – модел учења алгебарских садржаја заснован на схематском представљању појмова.

У истраживању смо користили *метод експеримента са једном групом* и *технику тестирања*. За потребе истраживања конструисали смо иницијални и завршни тест знања. Пошто нисмо располагали погодним тестовима знања који би мерили знање ученика III разреда о алгебарским појмовима, конструисали смо тестове за потребе истраживања чије смо метријске карактеристике претходно испитали. Као и код већине тестова знања, примењена је тзв. логичка валидација теста. За утврђивање поузданости примењених тестова рађен је Кронбахов алфа коефицијент (Cronbach's alpha). Тестови имају добру поузданост (Кронбахов алфа коефицијент иницијалног теста је 0,87, а завршног 0,91). Просечна интер-ајтем корелација (хомогеност ставки) иницијалног теста је 0,28, а завршног теста 0,31. За испитивање осетљивости теста користили смо Смирнов–Колмогоровљев тест (Kolmogorov–Smirnov test). Утврдили смо да дистрибуција скорова не одступа значајно од нормалне расподеле скорова. Објективност тестова знања проверавали смо утврђивањем степена слагања резултата који су добила два оцењивача оцењујући исте тестове. Пирсонов (Pearson) коефицијент корелације на иницијалном тесту износи $r_{xy} = 0,97$, а за оба завршна теста износи $r_{xy} = 0,98$.

Узорак истраживања чине два одељења (58 ученика) III разреда једна основне школе на Новом Београду. Узорак истраживања има карактер пригодног узорка: реализација истраживања захтева дуготрајно ангажовање учитеља, те је истраживање реализовано у сарадњи са учитељима који су показали спремност на сарадњу.

Истраживање је обухватало следеће етапе: 1) израда модела учења алгебарских садржаја заснованог на схематском представљању појмова; 2) обука учитеља за примену модела; 3) иницијално тестирање; 4) реализација наставних часова по моделу и 5) завршно тестирање.

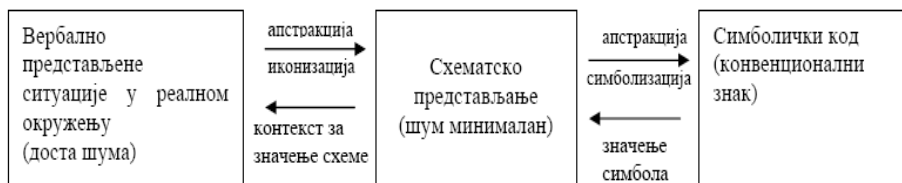
Модел учења алгебарских садржаја заснован на схематском представљању појмова

Алгебарски симболизам је прецизан и језгровит, отклања многе разлике које стандардни језик одражава, али је семантички често празан и представља тешкоћу за онога који учи. Уколико желимо да направимо прогрес у математичком знању, основне процедуре морају се довести до нивоа аутоматизма и тако растеретити нашу пажњу да бисмо могли да се концентришемо на нове поступке које касније такође постају аутоматски. Ово се постиже одвајањем симбола од појмова и њиховим аутоматским манипулисањем. Значи, прво морамо да научимо да манипулишемо појмовима уместо реалним објектима, а онда, пошто смо означили појмове, да манипулишемо њиховим ознакама.

Ментални појмови су унутрашњи и њима не можемо комуницирати. Унутрашње представе се пројектују у неку феноменологију (значење) као слике. Враћање из подручја аутоматске меморије у подручје слика, реализованих као иконичких знакова, могуће је ако је процес учења ишао тим путем, тј. од слика до симболичких кодова. Значи, оперисање симболима је смислено када га прати евоцирање унутрашњих представа (менталних слика) или се цртањем иконичких представа исказује потпуно значење. Притом, слике које користимо као носиоце значења појмова морају садржати што мање шума, тј. морају на најпосреднији начин пројектовати то значење.

Начин груписања елемената је небитан за апстрактно схватање броја, али тај „шум“ је важан при састављању аритметичких израза. Истичемо две врсте „значећих шумова“ у аритметици (Зељић 2007): прва врста јесте декадно груписање елемената, а друга врста је везана за схеме на које реагујемо сабирајући, множећи или састављајући друге аритметичке изразе. Схеме су начини груписања елемената који служе као основа за састављање и трансформисање аритметичких и алгебарских израза и које тим изразима дају њихово интуитивно значење. Схеме се прво уочавају кроз реалне ситуације да би се касније представљеле парадигматском сликом коју више не мењамо. Ове парадигматске слике постају иконички знаци на које се ученици навикну и прихвају их као начин представљања информација. Схема је иконички знак који је значећи и сваки израз који има реално значење у скупу природних бројева мора бити наслоњен на неку схему.

Начин обраде математичких садржаја у почетној настави не следи дух грчке дијалектике. То значи да нама готових дефиниција нити доказа. Такав вид излагања математичких садржаја подсећа на древну хиндуску математику, која се излагала сликом, а не речју. Сви почетни математички појмови синтетизују се на основу спонтаних значења и ослањањем на визуелну интуицију. Разраду садржаја у оквиру модела дијаграмски можемо представити на следећи начин:



Слика 1: Дијаграм тока модела учења

Ученици III разреда оперишу вишецифреним бројевима. У том смислу, појаве у реалном окружењу није могуће представити реалним објектима, нити пиктограмима (због велике бројности скупова или због представљања променљивих величина). Појаве у реалном окружењу представљамо вербално (текстуалним задацима), што такође представља вид симболичког изражавања (не у смислу алгебарске симболике). Прва компонента представља појаве у природном окружењу које, добро сагледане, представљају математичке садржаје. Те појаве садрже све оно што их одређује, па и оно што није важно за математичке односе које у њима откривамо. Све те различите ситуације апстраховањем сводимо на исте слике које знатно чистије представљају исте математичке односе. Иконичким представљањем са мање шума, представљамо исти математички садржај. Значи, конкретну ситуацију претварамо у иконички знак (који је значећи – идеограм). Схеме представљамо правоугаоним рамовима, на којима је назначен број елемената (независно од природе и распореда). На тај начин сугеришемо универзалност значења, јер за значење алгебарских појмова није битно како су елементи груписани унутар једног скупа, а иста представа важи и ако се бројност елемената промени. Тако осмишљене схеме представљају *хибрид између иконичког и конвенционалног знака*. Схеме можемо схватити као симбол – слике када подстичемо апстракцију, али и као идеографе када апстрактније идеје желимо да приближимо непосреднијем схватању. Када на основу слика ученик симболички изражава представљене математичке односе, он везује значење и симбол. Прву компоненту посматраћемо као пример за појам, другу као носиоца значења за појам, а трећу као симбол за појам. Стрелице показују да ћемо се при осмишљавању модела учења кретати од једне компоненте ка другој, што је корак ка вишем степену апстрактности (у математичком смислу), а и у другом смеру, тј. ученике ћемо враћати на значење одговарајућих симболички изражених поступака. Садржај који је обухваћен нашим моделом чине три тематске целине: бројевни и словни изрази, неједначине и функцијска зависност.

Резултати истраживања и интерпретација резултата

Постигнуће ученика у односу на начин приказивања математичких структура проблема на иницијалном тесту

За испитивање успешности ученика у раду на алгебарским задацима, у зависности од начина представљања података и структуре проблема, задатке са иницијалног теста груписали смо у четири (у задацима истраживања наведене) категорије. Поређење постигнућа ученика на више група задатака, I (текст – схема – симболички код), II (схема – симболички код – текст), III (симболички код – схема – текст), IV (манипулисање симболима без везивања за значење) показало је да постоји статистички значајна разлика у постигнућу ученика на тим групама задатака: $\chi^2 = 36,418$, $p = 0,000 < 0,01$ (табела 1).

Табела 1: Начин представљања структуре проблема – разлика у постигнућу на иницијалном тесту (Friedman test)

N – величина узорка	58
χ^2	36,418
Df	3
p вредност	,000

Накнадном анализом (Вилкоксон тест), утврђено је да се постигнућа ученика значајно разликују на 5 од 6 парова задатака (табеле 2 и 3):

1. Ученици су постигли статистички значајно боље резултате када је структура проблема представљена схемом, него када је представљена текстом. Ученици успешније решавају II него I: бољи резултат на групи задатака II имала су 23 ученика, док је групу задатака I боље решило 6 ученика, а 29 ученика било је једнако успешно на обе групе задатака ($z = -3,532$, $p = 0,000 < 0,01$);
2. Ученици су постигли статистички значајно боље резултате када је структура проблема представљена текстом, него када су манипулисали симболима без везивања за значење. Ученици успешније решавају I него IV: бољи резултат на групи задатака I имала су 24 ученика, док је групу задатака IV боље решило 6 ученика, а 28 ученика било је једнако успешно на обе групе задатака, ($z = -2,697$, $p = 0,007 < 0,01$);
3. Ученици су постигли статистички значајно боље резултате када је структура проблема представљена схемом, него када је представљена симболички. Ученици успешније решавају групу задатака II него III: бољи резултат на групи II имало је 30 ученика, док је групу задатака III боље решило 9 ученика, а 19 ученика било је једнако успешно на обе групе задатака ($z = -3,741$, $p = 0,000 < 0,01$);

4. Значајно бољи резултати постигнути су и када је ученицима структура проблема представљена схемом, него када су манипулисали симболима без везивања за значење. Ученици успешније решавају групу задатака II него IV: бољи резултат на групи задатака II имало је 37 ученика, док су групу задатака IV боље решила 2 ученика, а 19 ученика било је једнако успешно на обе групе задатака ($z = -5,281$, $p = 0,000 < 0,01$);
5. Ученици су постигли статистички значајно боље резултате када је структура проблема изражена симболичким кодом, а од ученика се тражило да изразе то значење цртањем схема и осмишљавањем одговарајућег текстуалног задатка, него када су манипулисали симболима без експлицитног везивања за неко значење. Ученици успешније решавају групу задатака III него IV: бољи резултат на групи задатака III имао је 21 ученик, док је другу групу задатака IV боље решило 11 ученика, а 26 ученика било је једнако успешно на обе групе задатака ($z = -2,315$, $p = 0,021 < 0,05$) (табеле 2 и 3).

Табела 2: Начин представљања структуре проблема – разлика у постигнућу на иницијалном тесту (Wilcoxon тест)

	II-I	II-I	IV-I	II-III	II-IV	IV-III
<i>z</i> вредност	-3,532(a)	-,971(b)	-2,697(b)	-3,741(a)	-5,281(a)	-2,315(b)
<i>p</i> вредност	,000	,331	,007	,000	,000	,021

Табела 3 : Начин представљања структуре проблема – разлика у постигнућу на иницијалном тесту (Wilcoxon тест – рангови)

	II-I	II-I	IV-I	II-III	II-IV	IV-III
Негативан ранг	6	23	24	9	2	21
Позитиван ранг	23	18	26	30	37	11
Нулти ранг	29	17	28	19	19	26
<i>N</i> – величина узорка	58	58	58	58	58	58

Постигнуће ученика у односу на начин приказивања математичких структура проблема на завршном тесту

За испитивање успешности ученика у третирању алгебарских садржаја, у зависности од начина представљања података и структуре проблема, задатке са завршног теста груписали смо у четири (у задацима истраживања наведене) категорије. Поређење постигнућа ученика на више група задатака: I (текст – схема – симболички код), II (схема – симболички код – текст), III (симболички код – схема – текст), IV (манипулисање симболима без везивања за значење), показало је да постоји статистички значајна раз-

лика у постигнућу ученика на тим групама задатака: $\chi^2 = 29,716$, $p = 0,000 < 0,01$ (табела 4).

Табела 4: Начин представљања структуре проблема – разлика у постигнућу на завршном тесту (Friedman тест)

N – величина узорка	57
χ^2	29,716
Df	3

Накнадном анализом (Wilcoxon тест), утврђено је да се постигнућа ученика значајно разликују на три пара задатака (табеле 5 и 6):

1. Ученици су постигли статистички значајно боље резултате када је структура проблема представљена схемом, него када су манипулисали симболима без везивања за значење. Ученици успешније решавају групу задатака II него IV – бољи резултат на групи задатака II имало је 37 ученика, док је другу групу задатака IV боље решило 6 ученика; 14 ученика било је једнако успешно на обе групе задатака ($z = -4,738$, $p = 0,000 < 0,01$);
2. Ученици су постигли статистички значајно боље резултате када је структура проблема представљена текстом, него када су манипулисали симболима без везивања за значење. Ученици успешније решавају групу задатака I него IV – бољи резултат на групи задатака I имала су 33 ученика, док је групу задатака IV боље решило 9 ученика; 15 ученика било је једнако успешно на обе групе задатака ($z = -4,021$, $p = 0,000 < 0,01$);
3. Ученици су постигли статистички значајно боље резултате када је структура проблема изражена симболичким кодом, а од ученика се тражило да изразе то значење цртањем схема и осмишљавањем одговарајућег текстуалног задатка, него када су манипулисали симболима без везивања за значење. Ученици успешније решавају групу задатака III него IV: групу задатака III боље су решила 32 ученика, групу задатака IV боље је решило 11 ученика, а исти резултат на обе групе задатака имало је 14 ученика ($z = -3,119$, $p = 0,002 < 0,01$) (табеле 5 и 6).

Табела 5: Начин представљања структуре проблема – разлика у постигнућу на завршном тесту (Wilcoxon тест)

	II-I	IV-II	III-II	IV-I	III-I	III-IV
z вредност	-,034(a)	-4,738(b)	-1,410(b)	-4,021(b)	-1,226(b)	-3,119(a)
p вредност	,973	,000	,159	,000	,220	,002

Табела 6: Начин представљања структуре проблема – разлика у постигнућу на завршном тесту (Wilcoxon тест – рангови)

	II-I	IV-I	III-I	IV-II	III-I	III-IV
Негативан ранг	17	33	18	37	17	11
Позитиван ранг	18	9	13	6	10	32
Нулти ранг	22	15	26)	14	30	14
N – величина узорка	57	57	57	57	57	57

Резултати истраживања показују да су ученици на иницијалном тесту најбоље резултате постигли на задацима у којима је математичка структура проблема представљена схемом (у односу на све друге начине представљања), а да су најлошије резултате постигли на задацима у којима је проблем задат симболички и у којима се очекује да дођу до решења манипулацијом симболима без придруживања значења. На завршном тесту статистички су се показале значајне разлике између успеха ученика на задацима у којима је коришћен неки вид изражавања значења појмова и поступака и задатака у којима је на основу симболички представљених задатака од њих тражено да даљом манипулацијом симболима дођу до решења. Док су на иницијалном тесту ученици статистички значајно боље резултате постигли на задацима у којима је схемом или текстом изражено значење појмова у односу на друге две групе задатака, на завршном тесту ученици су показали напредак у кретању ка оспособљености манипулисања симболима (као објектима), па се разлика на постигнућу на задацима у којима је структура представљена схемом или текстом и задацима у којима је структура представљена симболички, али је од ученика тражено да изразе значење, није показала значајном. Резултати истраживања на завршном тесту показали су да су ученици способни да прелазе са једног начина представљања на други, као и да исте односе могу представити у различитим семиотичким системима. То што су ученици показали на оба теста статистички значајно боље резултате на задацима у којима је је структура проблема изражена симболичким кодом, а од њих се тражило да изразе то значење цртањем схема и осмишљавањем одговарајућег текстуалног задатка, него када су манипулисали симболима без везивања за значење, показује да преурањено одвајање симбола од значења појмова може довести до формалне манипулације симболима на основу правила, при чему је значење тих симбола је „заглављено“ у крути оквир одређених правила. Можемо рећи да су резултати истраживања показали да схеме представљају интуитивну основу за прихватање алгебарске симболике и разумевање алгебарских појмова и поступака.

Наш поступак представљања алгебарских појмова и поступака заснован је на идеји да ученици треба да постану флексибилни у описивању и интерпретацији феномена у свету који их окружује. То укључује стварање значења за различите представе (схеме, текст, табеле, формуле) и претварање једне врсте представе у другу. Ученици на завршном тесту лако

прелазили са једног начина представљања на други: полазећи од значења појмова (које је изражено схемом или текстом) ка процедуралном и симболичком изражавању тог значења, као и од симболички или процедурално представљених односа ка изражавању значења тих односа. Разумевање је могуће у самој области опажања, али само ако је представа обликована тако да битне структуралне карактеристике визуелно тумачи. На тако формираним основама ученици могу смислено манипулисати алгебарским симболима као математичким објектима.

На иницијалном тесту су ученици, на пример, били успешнији на задацима у којима треба да запишу словне изразе и да их прихвате као резултат задатка када је структура израза представљена схемом – i5a, i6a (иницијални тест, задаци 5a и 6a) него када је структура израза представљена текстом – i4 (иницијални тест, задатак 4) (табела 7).

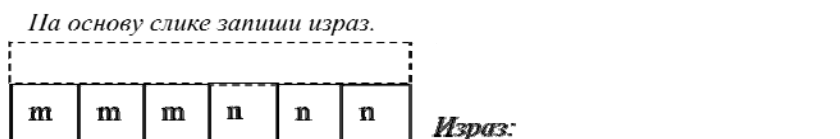
Табела 7: Текстуално и симболичко представљање словних израза – разлика у постигнућу на иницијалном тесту (McNemar тест)

	i4a & i5a	i4a & i6a
<i>N</i> – величина узорка	58	58
<i>p</i> вредност	,000	,000

Од испитиваних разлика у постигнућу ученика на паровима компонента задатака иницијалног теста, статистички значајним су се показале разлике између:

1. i4a и i5a ($p = 0,000 < 0,01$): значајно већи број ученика ($n = 34$) решио је i5a, него i4a ($n = 17$);
2. i4a и i6a ($p = 0,000 < 0,01$): значајно већи број ученика ($n = 34$) решио је i6a, него i4a ($n = 17$);

Ове резултате можемо интерпретирати на конкретном примеру. На задатак: *Сања има 36 сличица више од Еме. Ема има x сличица. Напиши израз који означава број Сањиних сличица*, само је 8,6% ученика реаговало писањем адекватног словног израза, док је на задатак у коме је схемом представљена структура израза (пример на слици 2), а од ученика се тражило да запишу симболички израз 58,6% ученика реаговало је писањем адекватног израза.



Слика 2: Иконичко представљање структуре словног израза

На завршном тесту статистички су се показале значајне разлике између успеха ученика на задацима у којима је коришћен неки вид изражавања значења појмова и поступака и задатака у којима је на основу симболички представљених задатака од њих тражено да даљом манипулацијом симболима дођу до решења. Ученици су, на пример, на завршном тесту статистички значајно боље урадили задатак у коме је структура односа у неједначини представљена схемом него када је неједначина задата само симболички. Поређењем успешности ученика на задацима z5 (завршни тест, 5. задатак) и z6 (завршни тест, 6. задатак) утврђено је да ученици успешније решавају z5 него z6: бољи резултат на првом задатку имало је 40 ученика, а други задатак нико није боље решио; 17 ученика је било једнако успешно на оба задатка ($z = -5,752$, $p = 0,000 < 0,01$) (табеле 8 и 9).

Табела 8: Начин представљања структуре неједначина – разлика у постигнућу на завршном тесту (Wilcoxon тест)

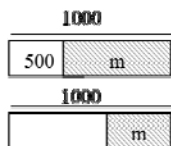
	z5 - z6
z вредност	-5,752(b)
p вредност	,000

Табела 9: Начин представљања структуре неједначина – разлика у постигнућу на завршном тесту (Wilcoxon тест – рангови)

	z5 - z6
Негативан ранг	0
Позитиван ранг	40
Нулти ранг	17
N – величина узорка	57

Наши резултати су показали да је схематско представљање структуре проблема значајно допринело успешности у поступку решавања неједначина, као и разумевању тог поступка. То значи да су ученици задатак у коме се од њих тражило да реше једноставну неједначину, а у коме су односи између квантитета представљени схемом (пример на слици 3) статистички значајно (на нивоу 0,01) боље него задатак у коме је коришћена само симболичка репрезентација ($x - 756 < 654$).

Решите неједначину:
 $1000 - m > 500$



Објасни поступак решавања неједначине:

Да би вредност израза _____ била _____ од _____, вредност променљивог _____ треба да се _____. При решавању применио-ла си правило _____.

Слика 3: Иконичко представљање односа између квантитета

Разматрајући питање увођења поступка решавања неједначина, Кјеран (Kieran 2004: 147) је формулисала проблем који се односи на природу подршке наставника која може да код ученика генерише оне врсте представљања садржаја које ће им омогућити да размишљају о важним разликама у поступцима третирања једначина и неједначина када се упуштају у активности манипулације симболима које укључују неједначине. Наши резултати су показали да је схематско представљање структуре проблема значајно допринело успешности у поступку решавања неједначина. Схема која је заснована на изражавању односа између променљивих квантитета допринела је ученичком осећају за променљиве величине. Сматрамо да су ученици поступак решавања неједначина схватили релационо, тј. поступак решавања се не заснива на знању и простој примени одређених дефиниција, већ знају и шта треба да се уради и зашто. У том смислу сматрамо да схеме омогућавају и сугеришу интуитивно разумевање поступка, а у исто време воде већој структуралности јер на тај начин ученици уочавају и користе структуру словних израза.

Закључак

При учењу алгебре често имамо ситуације у којима се математичке идеје представљају само на симболички начин. Резултат таквог приступа је да ученици не разумеју алгебру. Прихватање и разумевање алгебарских симбола једна је од примарних тешкоћа са којима се сусрећу ученици при учењу алгебарских садржаја. Аутоматско провођење одређених операција и аутоматско манипулисање симболима је смислено само ако се у сваком тренутку може придружити значење симболичким манипулацијама. Изостављање иконичког представљања за симболичка алгебарска тврђења доводи до неразумевања и тешкоћа у учењу тих садржаја. Учење путем слика одликује се јасноћом, тј. њега схватамо као непосредно схватање. У том смислу, слике које користимо као носиоце значења појмова морају садржати што мање шума, тј. морају на најпосреднији начин пројектовати то значење.

Можемо рећи да су резултати истраживања показали да схеме представљају интуитивну основу за прихватање алгебарске симболике и разумевање алгебарских појмова и поступака. Значи, оперисање симболима је смислено када га прати евоцирање унутрашњих представа (менталних слика) или се цртањем иконичких представа исказује потпуно значење. Ипак, уколико се симболи уводе без адекватне основе која даје значење симболичким манипулацијама, ученици могу испољавати преурањену формализацију и језик симбола постаје семантички празан. На основу резултата нашег истраживања, али и радова других аутора који су се бавили овом проблематиком, предлажемо неке од могућих проблема који би могли да буду предмет неких будућих истраживања.

1. Једно од првих питања која се намећу јесте и питање какви би били ефекти примене модела учења алгебарских садржаја заснованог на схематском представљању појмова у каснијим разредима.

2. Да ли примењени модел учења даје трансфер на друге теме и садржаје математике (геометрија, аритметика)? Да ли је примењени модел утицао и на развијање и уопштавање шема решавања проблема и у другим садржајима и областима математике?

3. Питање које се намеће јесте: да ли би ученици као репрезент односа у процесу решавања других математичких проблема користили визуелне моделе? Посебно би био значајан одговор на питање какав је карактер спонтано насталих визуелних модела ученика. Да ли би ученици користили визуелне моделе при истраживању математичких односа и структура у задацима и када то није експлицитно захтевано?

Сматрамо да смо овим радом понудили једно од могућих решења у структури и разради алгебарских садржаја, које ће помоћи ученицима (и учитељима) да развију значење алгебарских симбола и појмова које ти симболи означавају, као и да сагледају структуру и везе између појмова који су хијерархијски повезани у целовити систем.

Литература

- Bazzini, Tsamir 2004: L. Bazzini, P. Tsamir, Algebraic Equations and Inequalities: Issues for Research and Teaching, in: M. Johnsen Høines, A. Berit Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, Bergen, Norway, 137–166.
- Gravemeijer, Terwel 2000: K. Gravemeijer, J. Terwel, Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory, United Kingdom: *Journal of Curriculum Studies*, 32 (6), 777–796.
- De Lima, Tall 2006, N. de Lima, D. Tall, The concept of equations: What have students met before?, in: J. Novotná et al. (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, Prague: PME, 233–240.
- Driscoll 1999: M. Driscoll, *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers Grades 6–10*, Portsmouth: Heinemann.
- Зељић 2007: М. Зељић, *Начини изражавања процедура и правила аритметике*, Београд, Учитељски факултет.
- Kieran 1992: C. Kieran, The learning and teaching of school algebra, in: D. A. Grouws (Eds.): *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, New York: Macmillan, 390–419.
- Kieran 1996: C. Kieran, The changing face of school algebra, in: C. Alsina, J. Alvares, B. Hodgson, C. Laborde & A. Pérez (Eds.): *ICME 8: Selected lectures* Seville: S. A. E. M. ‘Thales’, 271–290.
- Kieran 2004: C. Kieran, The Equation / Inequality Connection in Constructing Meaning for Inequality Situations, in: M. Johnsen Høines, A. Berit Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, Bergen, Norway, 143–148.
- Kuchemann 1981: D. Kuchemann, Algebra, in: K. Hart (Ed.), *Children’s understanding mathematics: 11–16*, London: John Murray, 102–119.
- Mason et al. 2007: Mason et al., Explorations in the Zone of Proximal Awareness, in: J. Watson, K. Beswick (Eds.), *Mathematics: Essential Research, Essential Practice*, Vol. 1, Adelaide: MERGA, 42–58.
- Panasuk 2010: R. Panasuk, Three-phase ranking framework for assessing conceptual understanding in algebra using multiple representations, Alabama: *Education*, Vol. 131\4, 235–257.
- Panasuk 2011: R. Panasuk: Taxonomy for assessing conceptual understanding in algebra Using multiple representations, Alabama: *College Student Journal*, Vol. 45\2, 219–232.
- Radford et al. 2006: L. Radford et al., Perceptual semiosis and the microgenesis of algebraic generalizations, in: M. Bosch (Eds.), *Proceedings of The Fourth Congress of the European Society in Mathematics Education*, Sant Feliu de Guixols: Cerme, 684–696.

- Skemp 1982: R. Skemp, Communicating Mathematics: Surface Structures and Deep Structures, Cleveland, Ohio: *Vizible Language*, Vol. XVI\3, 281–288.
- Tall 2008: D. Tall, The transition to formal thinking in mathematics, Springer Netherlands: *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 20\2, 5–24.
- Foster 2007: D. Foster, Making meaning in Algebra examining students' understandings and misconceptions, in: A. Schoenfeld (Eds.) *Assessing Mathematical Proficiency*, No. 53, Cambridge University Press, 163–176.

ФИЗИКАЛИЗАМ И ЊЕГОВА ОГРАНИЧЕЊА У ЕРИ ГЛОБАЛИЗАЦИЈЕ

Увод

Несумњиво је да физика и остале природне науке у последња два века, а нарочито у бурном развојном периоду након Првог светског рата, постижу значајне успехе у објашњавању природних појава из свог домена, што је праћено убрзаним развојем нових технологија базираних на примери ових достигнућа. Једна од последица оваквог развоја је постепено учвршћивање уверења, нарочито у редовима аналитичких филозофа и истраживача у области природних и техничких наука, али у значајној мери и у широј јавности, о томе да у универзуму нема ничега осим физичких ентитета. Другим речима, по овој замисли, све нефизичке појаве и процеси могу се редуковати на физичке ентитете и процесе. Оваква, радикална форма онтолошког монизма постала је позната као физикализам и многи аутори је поистовећују са материјализмом. Термин физикализам ипак је у новије време уобичајенији и подеснији, јер потенцира чињеницу да савремени појам материје обухвата и њене несупстанцијалне појавне облике, као што су енергија, силе које делују на даљину, квантно-механички објекти дуалне, односно честично-таласне природе и слични ентитети који чине садржај модерне физичке науке. Они се никако не би могли уклопити у традиционалну материјалистичку слику, засновану на идејама као што су непробојност материје и интеракција између физичких тела искључиво посредством њиховог непосредног контакта. На сличан начин је апсолутни, лапласовски детерминизам, који је лежао у основи класичног схватања каузалности, замењен схватањем о стохастичном, пробабилистичком карактеру закона који управљају објектима и процесима микросвета – схватањем које представља базичну карактеристику савремене квантно-механичке слике света.

Са друге стране, управо у овим радикалним изменама нашег виђења физичке реалности лежи узрок основне потешкоће са којом се физикализам суочава, а која се своди на проблем његовог садржајног дефинисања. Наиме, јасно формулисање тезе физикализма подразумева да се претходно експлицира појам „физичког“, што се испоставило тежим задатком него што би се могло претпоставити имајући у виду успехе физичке науке. Разматрање ових потешкоћа и најзначајнијих актуелних покушаја њиховог

* dimke@junis.ni.ac.rs

превазилажења, као и аргументовање тезе да овакви покушаји имају мало изгледа на успех, основна је тема овог рада.

Физикализам се често грубо дефинише као онтолошка теза по којој не постоје иредуцибилни ментални, биолошки, социјални, психолошки или други ентитети – сви они, наиме, бар у принципу почивају на физичкој основи. Ову идеју не треба бркати са методолошким натурализмом, који једноставно тврди да све научне хипотезе и резултате треба интерпретирати и верификовати искључиво уз позивање на природне узроке и догађаје. Обично се сматра да између ових двеју идеја не постоји директна веза. У последњем делу овог рада покушаћу да укажем на чињеницу да се између њих, унутар глобалне истраживачке заједнице, ипак може уочити успостављање извесне индиректне везе, чији значај у актуелној ери глобализације постаје незанемарљив.

Покушаји садржајног дефинисања физикализма

У савременој филозофији физикализам се обично повезује са проблемом природе везе између ума и тела – доминантним проблемом филозофије ума и једном од свакако највећих мистерија са којима се људска мисао суочава. У том контексту он се обично схвата као тврдња да се сви ментални процеси могу поистоветити са неуролошким процесима у мозгу; најчешће навођен пример је поистовећивање осећаја бола са активацијом ц-нервних влакана соматосензорног система. Ово је једна од најранијих форми редуktivног физикализма, позната као теорија идентитета. У новије време теорија идентитета јавља се најчешће у облику *физикализма типа*, који се може прецизније формулисати на следећи начин:

За свако ментално својство M постоји неко физичко својство Φ такво да је $M=\Phi$.

Редуktivни физикализам се суочава са низом проблема, међу којима је најзначајнији проблем вишеструке реализабилности. Исти физички процес, наиме, могу да изазову многи различити ментални, односно неуролошки процеси. Из тог разлога он у новије време има мало присталица.

Други облик физикализма који се често сусреће у литератури је *физикализам примерка*, чија је уобичајена формулација следећа:

За сваку партикуларију (објекат, догађај или процес) x постоји нека физичка партикуларија у таква да је $x=y$.

Другим речима, сваком менталном процесу или социјалном догађају одговара неки физички процес или догађај који је са овим идентичан. Ово је један од облика нередуktivног физикализма, будући да горњи исказ не елиминише могућност да физички ентитети поседују нека иредуцибилна ментална својства. Дакле, физикализам примерка чак не задовољава критеријум минималног физикализма. Његов значај, а уједно и разлог што се ипак убраја у облике физикализма, јесте тај што уводи идеју да се научне тврдње вишег нивоа морају интерпретирати преко неког физичког механи-

зма. Друга потешкоћа са којом се суочава овај тип физикализма састоји се у томе што његова формулација инсистира на постојању физичког еквивалента *сваке* менталне, моралне или психолошке партикуларције – што евидентно представља преамбициозан захтев.

С обзиром на то да се показало да поменути рани облици физикализма нису у стању да изађу на крај са крупним и суштински значајним примедбама, већина присталица физикализма данас заступа неку од варијанти *супервенијентног физикализма*. Реч је о новијем облику нередуктивног физикализма, према коме ментална и друга нефизичка својства произлазе из физичких својстава, односно супервенирају на њима, аналогно начину на који слика на телевизијском екрану произлази из великог броја тачака, односно пиксела који је сачињавају. Тако се нефизичка својства света посматрају као обрасци сачињени на дубљој, фундаменталнијој „подлози“ физичких својстава. Дакле, супервенијентни физикализам можемо формулисати на следећи начин:

Физикализам је истинит у нашем свету ако му ни један други свет не може бити физички идентичан, а да му не буде идентичан у потпуности.

У литератури се често сусреће и строжа формулација:

Физикализам је истинит у неком могућем свету С ако је сваки могући свет који представља физички дупликат света С потпуни дупликат света С.

Супервенијентни физикализам успева да дефинише минималне захтеве физикализма као погледа на свет, али се и он, као и физикализам уопште, суочава са низом проблема који су последњих година предмет опсежне филозофске дискусије. *Аргумент из знања* (познат и као аргумент о Мери) и *аргумент о замисливости зомбија* спадају у најатрактивније и најчешће навођене приговоре заснованости физикализма изнесене у крилу филозофије ума.

На овом месту посебну пажњу ћемо посветити за филозофију науке изузетно значајном проблему неодређености термина „физички“ у дефиницији физикализма. Јасно је да тврдње физикализма немају много смисла уколико прецизно не дефинишемо шта се подразумева под физичким својством. У основи, то можемо учинити на два начина. Под физичким својством можемо подразумевати или својство којим располаже група парадигматичних физичких објеката, као што су камење, зграде или планете, или пак својство описано неком од физичких теорија. Размотримо ова два прилаза поближе.

Објектно заснована концепција физичког својства полази од тога да је могуће сачинити листу парадигматичних физичких објеката, било тако што би се ови објекти експлицитно набројали, или тако што би се пронашао начин да се појам „парадигматичног физичког објекта“ дефинише нециркуларно – односно без ослањања на појам „физичког“ који у првом реду треба дефинисати. Под физичким својством би се онда подразумевало

својство које карактерише унутрашњу природу оваквих објеката. Оваква концепција, међутим, априори претпоставља да парадигматични физички објекти располажу само физичким својствима и да никаква друга својства тих објеката никада неће бити откривена. С друге стране, историја науке обилује примерима открића нових својстава различитих физичких објеката. Оваква својства су или бивала укључена у постојеће физичке теорије, или су постајала саставни део нових, обухватнијих теорија, без довођења у питање њихове физичке природе. Не постоји, међутим, разлог за веровање да неко од својстава откривених у неодређеној будућности неће значајно одступати од онога што се данас подразумева под физичким својством, што би могло да доведе до радикалног преиспитивања нашег схватања појма „физичко“.

Више изгледа на успех, по свему судећи, имају *теоријски* засноване концепције, према којима се својство може сматрати физичким ако и само ако нам о њему говори нека физичка теорија. На тај начин се под категорију физичких својстава могу подвести не само очигледна својства објеката којима смо свакодневно окружени, као што су маса или топлотна проводљивост неког камена или дрвета, него и знатно егзотичнија својства објеката који егзистирају далеко од искуствене равни – на пример спин или „укус“ кваркова.

Теоријски засноване концепције појма „физички“, иако чвршће утемељене од објектно заснованих концепција, такође се суочавају са озбиљним приговорима, међу којима је најзначајнији познат као Хемпелова дилема (Хемпел 1969: 179–199) и може се изложити на следећи начин:

1. Ако појам „физички“ интерпретирамо као оно што савремена физика тврди да постоји, онда је физикализам вероватно погрешан јер савремена физика сигурно није комплетна, па је самим тим погрешна.
2. Ако појам „физички“ интерпретирамо као оно што ће будућа, по претпоставци комплетна физика тврдити да постоји, онда је физикализам празна теза јер не можемо знати какве ће ентитете постулирати таква будућа физика.

Већ и површна анализа може нас лако уверити у озбиљност овог аргумента. С једне стране, покушамо ли да физичко својство дефинишемо са становишта актуелне физике, суочавамо се са ризиком да свако новооткривено својство морамо прогласити нефизичким. Ово је очигледно неприхватљиво, будући да читава историја науке сведочи о перманентном откривању нових својстава стварности, као и о неадекватности постојећих теорија која доводи до њиховог периодичног уопштавања, допуњавања, или потпуног напуштања и замене новим. С друге стране, немогуће је чак и претпоставити какав ће бити садржај неке будуће, комплетне физике – може се замислити да ће у њен домен улазити и извешан број новооткривених својстава или појава које се данас уопште не сматрају физичким. Уз то, нејасно

је како би се могао дефинисати критеријум комплетности једне физичке теорије или читаве науке.

Хемпелова дилема сасвим је на линији познатог Лаудановог песимистичког мета-индукционог аргумента (Лаудан 1981: 19–49). Овај аргумент подрива епистемички оптимизам тврдњом да из чињенице да су се све претходне научне теорије, дуго сматране тачним, ипак испоставиле као погрешне, следи да су и наше актуелне теорије вероватно погрешне. По метњу коју је овај рад изазвао у редовима научних реалиста увећао је Чомски својим закључком да је сасвим могуће да ће коначне физичке теорије у свом базичном репертоару садржати, на пример, иредуцибилна ментална својства, што би физикализам учинило тривијалним (Чомски 1995: 1–61). Чомски и поред тога сматра да је изучавање физичке основе менталних стања неопходно. Размишљајући на сличан начин и полазећи од уверења да искуствени феномени не могу да проистекну из потпуно неискуствених, Стросон заступа идеју панпсихизма, по којој бар неки од фундаменталних конституената реалности морају бити интринзично искуствени (Стросон 2006: 3–31). Ма колико ова идеја већини присталица физикализма била неприхватљива, показује се – помало ненадано – да панпсихизам у најмању руку није неспојив са физикализмом.

Са друге стране, Мелник напада први рог Хемпелове дилеме, сматрајући да је довољан разлог за веровање у актуелне физичке теорије тај што су оне успешније од свих својих ривала – на пример, од дуализма (Мелник 2003). У прилог своје тезе он наводи констатацију да савремена наука пружа много емпиријских доказа у прилог физикализма, док са друге стране не садржи никакве значајније показатеље против њега. Овакав прилаз, и поред несумњиве уверљивости, ипак не успева да у потпуности одговори на изазов који поставља песимистички метаиндукциони аргумент и тиме поткрепи теоријски засновану концепцију физичког својства. Један од новијих покушаја сучељавања са метаиндукционим аргументом учинио је Стољар, који сматра да постоји читав низ парадигми о томе шта физичка теорија представља, као што су Њутнова механика, модерна квантна физика, Декартова механика, средњовековна физика импетуса итд., чији се теоријски конструкти међусобно преклапају. Он зато предлаже разумевање физичке теорије као витгенштајновски схваћеног концепта „породичне сличности“ (Стољар 2009).

Већи број аутора покушао је последњих година да „заобиђе“ Хемпелову дилему и да појам физичког својства дефинише без директног конфронтирања са њом, избегавајући везивање формулације физикализма за ма коју партикуларну физичку теорију. Један од популарних приступа предложили су Крук и Цилет (Крук, Цилет 2001: 333–360), а затим развили Монтеро и Папино (Монтеро, Папино 2005: 233–237). Њихов *via negativa* аргумент може се грубо формулисати на следећи начин:

А је физичко својство ако је А нементално својство.

Проблематичност оваквог приступа је вишеструка.

1. Са једне стране, може се замислити постојање својстава која нису ни физичка ни ментална – на пример, својстава компатибилних са биолошким емергентизмом или са витализмом, као што је *животна енергија*. Ова својства евидентно нису физичка, а према *via negativa* аргументу нису ни ментална, што доводи до парадокса.

2. Са друге стране, према горњој дефиницији није могуће постојање својстава која су *истовремено* физичка и ментална, па би прихватање оваквог приступа у потпуности елиминисало теорију идентитета. Физикалистима би тако, на пример, било тешко да објасне осећај бола његовим поистовећивањем са активацијом ц-влакана. Многе присталице редуктивног физикализма нису спремне на овакву жртву.

3. Коначно, није извесно да се ментална својства могу дефинисати лакше и прецизније него физичка својства.

У овом тренутку доминантан, а вероватно и најперспективнији аргумент у прилог физикализма познат је као *аргумент из узрочне затворености* или *аргумент из комплетности физике*. Предложили су га Папино (2001: 3–36) и Ким (2005) и може се једноставно формулисати на следећи начин:

Сваки физички догађај (ефекат) има довољан физички узрок.

Ради се, очигледно, о покушају да се физикализам заснује на једном од фундаменталних принципа на којима почива научна мисао – на принципу узрочности. Присталице овог приступа своју веру у физикализам правдају тиме што је то једина теза која је у стању да на задовољавајући начин објасни каузалну затвореност физичког света. Аргумент из узрочне затворености обично се поткрепљује индукционим, односно искуственим аргументима. Треба обратити пажњу на чињеницу да горња формулација експлицитно одбацује могућност да се као довољан узрок физичког догађаја јави неки нефизички, на пример ментални чинилац. Са друге стране, да би се подвукао значај инсистирања на томе да је физички узрок довољан, често се аргументација из узрочне затворености допуњује *принципом узрочног искључења* (Ким 1993):

Ако неки физички догађај у датом тренутку има довољан узрок, онда никакав други догађај не може бити узрок.

Улога принципа узрочног искључења је, дакле, да спречи наддетерминацију, односно искључи могућност да већи број узрока истовремено изазове неку физичку последицу. Физикалисти верују да се на овакав начин елиминише, на пример, потреба за увођењем менталних, вољних узрока кретања тела: претходно телесно стање по њима је довољан узрок физичког стања у наредном временском тренутку. Коначан закључак је да ментални догађаји супервенирају на физичким догађајима, односно да је физикализам истинит.

Многи аутори сматрају да у савременој физици нема места за принцип узрочности – од Хајзенберга и његових бројних истомишљеника након открића принципа неодређености и стохастичке природе догађаја у физици

микросвета, до већег броја аутора који су у новије време, са различитих полазишта, оспоравали универзалну применљивост каузалног принципа. У том контексту посебно су интересантни аргументи које је изложио Нортон, који у хјумовском маниру брани став да у зрелој науци нема места за принцип узрочности и да се он у најбољем случају може прихватити у својству помоћног појма (Нортон 2003: 21). Нортон овакву употребу узрочности упоређује са улогом коју би у физици могао да игра појам калорика, хипотетичке супстанције која је у физици позног осамнаестог и раног деветнаестог века сматрана одговорном за провођење топлоте: јасно је, наиме, да калорик не постоји, али се њиме ипак може баратати као помоћним појмом који олакшава математичко моделовање провођења топлоте средствима механике непрекидних средина.

Ово, ипак, није правац којим желимо да се крећемо у оквирима овог рада. Уместо тога, размотримо како је могуће експлицирати начин на који се, полазећи од принципа узрочности, односно аргумента о каузалној затворености физике, може извести садржајно дефинисање појма физичког својства – односно, одговорити на изазов који поставља први рог Хемпелове дилеме. Нимало изненађујуће, показало се да је овакав поступак далеко од тривијалног. Низ аутора, као што су Дипре (2001) и Бишоп (2006: 44–52), заступао је став да вера у узрочну затвореност физике није основана. Са друге стране, Папино у свом раније поменутом раду (2001: 3–36) разрађује механизам манифестовања принципа узрочности посредством закона конзервације, првенствено закона одржања енергије. У мноштву радова који су се овим проблемом бавили у последњих десетак година углавном су дате мање или више домишљате варијације приступа заснованог на законима одржања. Чак и за покушаје који наизглед одступају од овог правца често се испоставља да на имплицитан начин, у језгру аргументације, садрже законе одржања. Дobar пример представља Дауелов покушај формулисања физикализма као тезе по којој

не постоји ништа више од ставова идеалне и комплетне научне теорије релативно фундаменталних елемената света (Дауел 2006: 27).

Остављајући по страни све евентуалне примедбе које би се оваквој формулацији могле упутити, уочимо да Дауел, експлицирајући своју идеју, „релативно фундаменталне елементе света“ доводи у везу са основним физичким својствима којима они располажу, при чему та својства морају бити „добро интегрисана у најкомплетније и најјединственије објашњење“ које је могуће за релативно фундаменталне елементе простор-времена. Да би била оваква, физичка својства морају испољавати високо регуларно понашање, односно морају бити „добро интегрисана у свеукупни експанаторни образац“. Ниједно својство које не испуњава ове критеријуме не може се, по Дауелу, сматрати физичким и не може бити укључено у идеалну и комплетну физичку теорију (Дауел 2006: 39–41). Другим речима, Дауелово виђење физикализма уско је везано за укљученост свих својстава у неки

узрочно-последични ланац, што значи да се и овај вид формулисања физикализма своди на каузалну затвореност.

Један од најновијих покушаја формулисања физикализма на основу аргумента из узрочне затворености недавно је учинио Винсенте (2011: 393–416). Размотрићемо га детаљније, не због тога што је најуверљивији, него због тога што су у њему на до сада најексплицитнији начин изложени готово сви елементи који се налазе у сродним аргументацијама истог типа. То ће нам омогућити да ове елементе анализирамо појединачно, на основу чега ћемо моћи да створимо бољу слику о ограничењима којима подлежу сви покушаји садржајног дефинисања физикалистичке тезе.

Винсентеов поступак, који – као што је речено – заправо представља својеврсни амалгам мноштва сродних схватања, може се свести на следећи сценарио:

1. Дефинише се физичко тело, као носилац физичких својстава. Аутори који претендују на нешто већу општост обично уместо појма „тело“, који има помало механистички призвук, радије користе знатно прихватљивији термин „ентитет“.

2. Идентификује се низ физичких својстава тог тела која се одржавају у току времена. Најчешће су у питању енергија, импулс и наелектрисање, мада се овој листи по некад додају и друге конзервирани величине.

3. Догађаји, односно ефекти на које се односи аргумент узрочне затворености тумаче се као промене неке од конзервираних величина које поседује тело. Експлицитно се искључује могућност да до промене неке од конзервираних величина доведу промене у просторно-временској локацији тела, као и сви евентуални утицаји супстанцијалистички схваћеног простор-времена на тело, чиме се значење догађаја ограничава на промену својстава која тело по себи поседује.

4. Уводи се појам силе, која представља узрочник промене неке конзервирани величине. Винсенте прецизира да под појмом силе у овом контексту подразумева неку од манифестација четири фундаменталне интеракције: гравитационе, електромагнетне, јаке и слабе. Алтернативно, будући да је у оквиру стандардног модела физике елементарних честица постигнуто обједињење електромагнетне и слабе интеракције у електрослабу интеракцију, може се тврдити да листа фундаменталних интеракција садржи свега три члана. Могуће је додатно уопштити ову тезу избегавањем да се експлицира шта се сматра силом, али би то довело до њеног превеликог слабљења и до угрожавања базичне интенције да се физикализам испуни конкретним садржајем.

5. На основу изложене слике тврди се да све овако узроковане физичке промене имају довољан физички узрок, из чега се закључује да је физикализам истинит.

Заједничка интенција свих аутора који прихватају неку од варијанти горњег сценарија је да покушају да читава савремену физику дефинишу *минимално*, што би им омогућило не само да садржајно одреде физикали-

зам, него и да ослабе оштрицу песимистичког мета-индукционог аргумен-та. Наиме, уколико би се заиста показало да се сви физички ефекти могу свести на промене стања тела манифестоване нарушењем неког од фунда-менталних закона конзервације под дејством физичких сила, показало би се да савремена физика стоји на чврстом тлу и да се бар њене базичне постав-ке неће значајније мењати с временом. Да бисмо проверили основаност оваквих аспирација, проанализирајмо укратко горњи сценарио.

1. Иако Винсенте тврди да појам тела (ентитета) није контроверзан, дефинишући га једноставно као носиоца конзервираних величина (Винсен-те 2011: 405), мора се напоменути да је чак и у класичној физици тело мо-гуће дефинисати на овакав начин само принципијелно. У пракси, чак је и у најједноставнијем случају макроскопских супстанцијалних објеката често веома тешко дефинисати границе тела. Да ли је Сунце ограничено својом фотосфером, или својом короном? У другом случају Земља се налази *уну-тар* Сунца. Осим тога, оно што се перципира као тело често зависи од нашег чулног апарата и његових ограничења. У том смислу могло би се твр-дити да је постојање појединачних тела релативно, па није увек извесно шта је носилац физичких својстава, односно конзервираних величина.

Ако би се и могло тврдити да је горњи приговор само реторички и да је физички ентитет увек могуће бар начелно разграничити наспрам поза-дине остатка универзума, у физици микросвета проблем постаје више него горући. Тако, на пример, Хајзенбергове релације неодређености, као и не-прекидан процес креације и анихилације честица, не доводе у питање важе-ње закона одржања, али принципијелно онемогућују идентификацију стал-них, индивидуалних тела као носилаца конзервираних величина. Квантне флукуације вакуума релативизују чак и саму дихотомију бића и небића. Дакле, диференцирање основних физичких ентитета може се прихватити само у релативном и методолошком смислу. Показује се да важење закона одржања може да се веже не за индивидуалне ентитете, него за њихове ан-самбле, односно шире физичке системе. О унутрашњој еволуцији и дина-мици оваквих микросистема ови закони не говоре ништа, што слаби пози-цију физикализма јер отвара бар принципијелну могућност да у том секто-ру делују некакви нефизички фактори.

2. Листа физичких својстава које се одржавају мењала се у току времена и нема разлога за тврдњу да се то неће дешавати и у будућности. Дакле, овај корак у карактеризацији физикализма под ударом је не само Хемпелове дилеме, него и мета-индукционог аргумента.

3. Сасвим је замисливо да привидне промене својстава физичких тела, за која смо видели да не могу бити једнозначно дефинисана, буду за-право последице промене њихове просторно-временске локације, аналогно начину на који општа теорија релативности промену стања кретања тела у закривљеном просторно-временском континууму објашњава својствима ге-ометрије простор-времена, а не силама које делују на тела. Развој контро-верзне М-теорије иде у смеру покушаја објашњења структуре материје и

простор-времена путем њихове геометризације и у овом тренутку је нејасно да ли би се могао – у случају да се овакав приступ покаже исправним – довести у склад са физикалистичком тезом према описаном сценарију. Могло би се замислити, напротив, да својства овако описаног простор-времена буду компатибилна са неким од антифизикалистичких модела.

Предложено експлицитно искључење могућности директног утицаја простор-времена на тело једноставно прејудицира исход дебате која траје деценијама између супстанцијалиста и релациониста. Супстанцијалисти, наиме, сматрају да просторно-временски континуум има сопствену егзистенцију и својства независна од материје која га испуњава, док релационисти верују да реалност има само материја у ужем смислу тог појма, док је простор-време својеврстан математички појам одређен метричким релацијама. Будући да савремена физика не даје једнозначан одговор на ову дилему, свако прејудицирање тог одговора без довољно јаким аргумената представља пре покушај заобилажења првог рога Хемпелове дилеме него хватања укоштац са њим.

4. Појам силе је у модерној физици крајње контроверзан. Још су позитивисти и конвенционалисти пре више од једног века силу доживљавали као величину без унутрашњег значења, која се само оперативно дефинише као производ масе и убрзања и коју је могуће без већих последица уклонити из вокабулара физичке науке. Многи су и данас на тој позицији, јер је реч о антропоморфном појму о коме имамо непосредну интуитивну представу, проистеклу из искуства мишићног напора, али који није метафизички одредив. У физици га користимо да бисмо описали узрок промене стања кретања тела, али рећи да је нека сила узрочник те промене не значи ништа док се не утврди конкретан узрочни механизам који је довео до промене. У том смислу, тврдње физикализма да је узрочник промене неког конзервираног својства сила у опасности су да остану празне док се не прецизира природа те силе.

Често се, како је речено, под силом подразумева нека од манифестација једне од четири фундаменталне интеракције. Замислимо је, међутим, да до физичке промене доведе нека хипотетичка сила коју бисмо могли открити у будућности, која по својим својствима не би испуњавала критеријуме данашњих физикалиста за сврставање у категорију физичких сила, али би је у своје окриље могла примити нека будућа физика. Ова сила би се могла показати као индетерминистичка, тако да утиче на кретање материје на случајан, спонтан начин, или као детерминистичка, тако да се покорава неком закону, слично актуелним физичким силама. Детерминистичка сила чак може да буде мишљена као конзервативна. Дакле, поново се сусрећемо са Хемпеловом дилемом, јер је немогуће предвидети какав ће бити садржај физике у неодређеној будућности. Одбацивање приговора ове врсте на основу аргумената из индукције, које се често примењује, сасвим је незадовољавајуће.

Коначно, присталице физикализма не успевају да дају задовољавајуће решење проблема тумачења колапса таласне функције до кога долази при акту мерења. Показује се да је улога посматрача, односно свести, кључна у сваком акту мерења јер изазива скоковито, некаузално редуковање мешовитог стања таласне функције квантног објекта у његово својствено стање. Другим речима, стање једног квантног система постаје дефинисано *тек* актом мерења, односно интервенцијом свести, чија природа свакако не подлеже физикалистичком опису.

5. Описана аргументација очигледно садржи низ дискутабилних тврдњи, због чега није у стању да поткрепи став да физичке промене имају довољан физички узрок, а тиме и физикалистичку тезу. Поступак садржајног дефинисања појма „физичког“ путем изналажења базичних закона на којима се физика заснива, који физикалисти обично називају минималним дефинисањем физике, није ништа друго него покушај аксиоматизације физичке науке, односно њеног свођења на својеврсне прве принципе у аристотеловском духу. Важно је да се ова тенденција разликује од легитимног трагања великог броја физичара за јединственом, унификованом теоријом која би објединила све фундаменталне интеракције, познатом као теорија свега или коначна теорија. Историја науке показује да су изгледи на успех ма каквог арбитрарног покушаја аксиоматизације физике веома мали.

Физикализам и методолошки натурализам у ери глобализације

Методолошки натурализам је став по коме је научни метод карактеристичан за природне, а изнад свега физичке науке, у стању да доведе до задовољавајућег теоријског разумевања света. Често се тврди да физикализам, као онтолошка теза, нема директне везе са методолошким натурализмом. У пракси, међутим, ствари стоје нешто другачије.

Један од најважнијих критеријума које мора да испуни свака физикалистичка теза да би била сматрана добро заснованом је захтев за концептуалним континуитетом (Дауел 2006: 30). Реч је о захтеву да појам „физичког“ не буде конципиран у неком суштински новом смислу, већ да он исказује континуитет са традиционалним, предтеоријским схватањем који у себи садржи интуитивно разумевање тог појма. То практично значи да формулација физикализма мора исказивати континуитет са интуицијом својственом старом материјализму. Овако схваћен, међутим, поменути захтев је чисто методолошке природе. Уз напомену да није извесно да горе описани сценарио формулисања физикалистичке тезе испуњава овај захтев, можемо констатовати да веза између методолошког натурализма и физикализма не само да постоји, него је њен значај изузетно велики. Стољар је, тако, најјачим аргументом у прилог физикализму сматрао управо став да до њега директно води метод природних наука, закључујући из тога да је „рационално веровати у физикализам“ (Стољар 2009).

Сматрам да је рационалност вере у физикализам озбиљно доведена у питање већ самом чињеницом да је физикализам, како смо видели, готово немогуће садржајно дефинисати. И поред тога, сигурно је да значајан део истраживачке заједнице дели физикалистички обојену слику света; многи истраживачи чак нису у потпуности свесни тога да је њихов *weltanschauung* у основи физикалистичког карактера. Након несумњивих практичних успеха физичке науке и пратећег технолошког напретка, разумљиво је да се ставови методолошког натурализма сматрају неприкосновеним, бар унутар глобалне заједнице истраживача на пољу физике и природних наука. Напредовање процеса глобализације довело је, између осталог, до убрзања тренда методолошке униформизације истраживачког рада широм света. Овакво стање омогућило је продор имплицитног, „подразумевајућег“ физикализма у куновски схваћене матрице дисциплине ових наука, одакле он снажно утиче на оријентацију истраживача и начин дефинисања истраживачких програма. У том смислу, он се може схватити као својеврсно сужавање домена истраживачког мишљења, које у крајњој линији прети да доведе до спутавања креативности и иновативности у научном раду.

Закључак

Живимо у времену када обим глобалних улагања у све комплексније експерименталне инсталације намењене како фундаменталним, тако и примењеним истраживањима на пољу физике превазилазе све што је виђено у историји науке. Резултат тога је незапамћени пораст количине и квалитета информација које се свакодневно прикупљају у процесу реализације ових истраживања. Наше познавање закона света у коме живимо све је детаљније и рафинираније. Упркос томе, број и тежина изазова који се налазе пред физичком науком с временом се не смањују, јер сваки одговор рађа бројна нова питања.

Према резултатима модерне космологије, у овом тренутку наука је у стању да објасни свега 4,9 процената садржаја материје – енергије универзума. Преко 95 процената налази се у стањима „тамне материје“ и „тамне енергије“, о којима, ако се изузму учена нагађања, за сада не знамо готово ништа.

Две физичке теорије које представљају главне стубове нашег разумевања света, стандардни модел и општа теорија релативности, међусобно су несагласне. Излаз из ове противречности још се не назире.

Проблем мерења у квантној механици, односно проблем редукције таласног пакета, пуних девет деценија је предмет жучне дебате и довео је до низа међусобно противречних интерпретација квантне механике, из којих проистичу различите, међусобно тешко спојиве слике света.

Ово су само неки од изазова који стоје пред модерном физиком. Сваки од мноштва нерасветљених проблема крије у себи малу, али незанемарљиву могућност за инкорпорирање нефизичких ефеката. Ваља имати на

уму да је физикалистичка теза контингентна и да се не може верификовати другачије него индукцијом, што значи да је замислив свет у коме би она могла бити погрешна. Овакав њен модални статус у најмању руку оставља много простора за неизвесност у погледу природе објеката и процеса који ће представљати предмет будућих истраживања. Верујемо да је у таквој ситуацији веома важно да се изучавању природе приступи са извесном интелектуалном скромношћу, отвореног ума, без претконцепција и самонаметнутих ограничења, каква би могла да проистекну из експлицитног или имплицитног прихватања ма какве онтолошке тезе.

Литература

- Бишоп 2006: R. C. Bishop, The Hidden Premise in the Causal Argument for Physicalism, *Analysis*, Vol. 66, No. 1, 44–52.
- Винсенте 2011: A. Vincente, Current Physics and the Physical, *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 62, No. 2, 393–416.
- Дауел 2006: J. L. Dowel, The Physical: Empirical, not Metaphysical, *Philosophical Studies*, Vol. 131, No. 1, 25–66.
- Дипре 2001: J. Dupre, *Human Nature and the Limits of Science*, New York: Oxford University Press.
- Ким 1993: J. Kim, *Supervenience and Mind*, Cambridge MA: Cambridge University Press.
- Ким 2005: J. Kim, *Physicalism or Something Near Enough*, Princeton NJ: Princeton University Press.
- Крук, Џилет 2001: S. Crook, C. Gillett, Why Physics Alone Cannot Define the ‘Physical’: Materialism, Metaphysics and the Formulation of Physicalism, *Canadian Journal of Philosophy*, Vol. 31, No. 3, 333–360.
- Лаудан 1981: J. A. Laudan, A Confutation of Convergent Realism, *Philosophy of Science*, Vol. 48, No 1, 19–49.
- Мелник 2003: A. Melnyk, *A Physicalist Manifesto: Thoroughly Modern Materialism*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Монтеро, Папино 2005: B. Montero, D. Papineau, A Defense of the Via Negativa Argument for Physicalism, *Analysis*, Vol. 65, No. 3, 233–237.
- Нортон 2003: J. Norton, Causation as Folk Science, *Philosophers’ Imprint*, Vol. 3, No. 4. <<http://quod.lib.umich.edu/p/phimp/3521354.0003.004/1>>. 24. 03. 2013. Reprinted in H. Price and R. Corry (eds.), *Causation, Physics and the Constitution of Reality: Russell’s Republic Revisited*, Oxford: Oxford University Press, 53–65.
- Папино 2001: D. Papineau, The Rise of Physicalism, in: C. Gillett and B. Loefer (eds.), *Physicalism and Its Discontents*, Cambridge MA: Cambridge University Press.
- Стољар 2009: D. Stoljar, Physicalism. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, ed. E. Zalta. <<http://plato.stanford.edu/entries/physicalism>>. 24. 03. 2013.

- Стросон 2006: G. Strawson, Realistic Monism: Why Physicalism Entails Panpsychism, *Journal of Consciousness Studies*, Vol. 13, No. 10–11, 3–31.
- Хемпел 1969: C. G. Hempel, Reduction: Ontological and linguistic facets, in: S. Morgenbesser, et al. (eds.), *Philosophy, Science and Method: Essays in Honor of Ernest Nagel*, New York: St. Martin's Press, 179–199.
- Чомски 1995: N. Chomsky, Language and Nature, *Mind*, Vol. 104, No. 413, 1–61.

Секција за географију

TRANSPORT INFRASTRUCTURE, VITAL COMPONENT IN THE PROCESS OF EUROPEAN INTEGRATION OF THE WESTERN BALKANS – transport geography in spirit of global challenges

Transport geography in spirit of global changes

Recent decades have seen momentous changes in the economic geography of the world. Geographic, cultural, and institutional proximity leads to special access, closer relationships, better information, powerful incentives, and other advantages in productivity and innovation that are difficult to tap from a distance. The more the world economy becomes complex, knowledge based, and dynamic, the more this is true. Economic geography has changed at all spatial scales. Transport infrastructure is a key element and a main artery of economic and social development of any society. Transport infrastructure provide the foundation for virtually all modern-day economic activity, constitute a major economic and social sector, and contribute importantly to raising living standards and quality of live.

Transport geography, as a discipline, emerged from economic geography in the second half of the twentieth century. Traditionally, transportation has been an important factor over the economic representations of the geographic space, namely in terms of the location of economic activities and the monetary costs of distance. The growing mobility of passengers and freight justified the emergence of transport geography as a specialized field of investigation (Rodrigue et al. 2006). Transportation developments that have taken place since the beginning of the industrial revolution have been linked to growing economic opportunities. At each stage of human societal development, a particular transport mode has been developed or adapted. However, it has been observed that throughout history that no single transport has been solely responsible for economic growth. Instead, modes have been linked with the function and the geography in which growth was taking place.

The role of transport geography is to understand the spatial relations that are produced by transport systems. A better understanding of spatial relations is essential to assist private and public actors involved in transportation mitigate transport problems, such as capacity, transfer, reliability and integration of transport systems.

Transportation interests geographers for two main reasons. First transport infrastructures, terminals, equipment and networks occupy an important

* riste.temjanovski@ugd.edu.mk

place in space and constitute the basis of a complex spatial system. Second, since geography seeks to explain spatial relationships, networks are of specific interest because they are the main support of these interactions.

In location theory, transportation costs are of the essence. Globalization and the ease of transportation and communication have led many companies to move some or all of their operations to locations with low wages, taxes, and utility costs. Krugman's theory also took into account transportation costs, a key feature in producing the "home market effect", which would later feature in his work on the new economic geography. The home market effect "states that, *ceteris paribus*, the country with the larger demand for a good shall, at equilibrium, produce a more than proportionate share of that good and be a net exporter of it". The home market effect was an unexpected result, and Krugman initially questioned it, but ultimately concluded that the mathematics of the model were correct.

International transportation is concerned with the highest scale in the mobility of freight and passengers with intercontinental and inter-regional movements. It is consequently subject to many geopolitical considerations such as control, competition and cooperation. Globalization processes have extended considerably the need for international transportation, notably because of economic integration, which grew on par with the fragmentation of production systems and the expansion of international trade. Both processes are interdependent and require an understanding of the transactional context in which multinational corporations are now evolving in. There is thus a growing level of integration between production, distribution and consumption, which efficiency has been expanded by logistics.

Without question, transportation research is on the rise in actual policy of any society, especially today in era of globalization. Any economy in national and regional level, to keep up with global challenges must have developed a renewed interest in revitalizing their transportation systems.

Significant and Benefits of Transport infrastructure for EU Member States

In the 1957 Treaty of Rome, which established the European Economic Community, the creation of a single market for intra-Community transport was judged as one of the necessary conditions for achieving the "four freedoms" (*the free movement of people, goods, services and capital*). Since their establishment i.e. the 1957 Rome Agreement, The European Communities have the objective of conceiving a common transport policy. More concrete measures were undertaken in the middle of the 1980s, so the first White Paper on Common Transport Policy was adopted in 1992. The basic principle of this document was opening of the transport market regarding their introduction of liberalization and free competition (Steiner et al. 2008). In 1993, the EU Member States agreed in the Maastricht Treaty on the need to develop trans-European networks (TENs) for

transport, energy and telecommunications as a common European objective.¹ In March 1994 the European Commission approved a set of multimodal guidelines which constitute the foundation for EU actions on transport infrastructure (See Document No.COM(94)106 of 29 March 1994). By implementing the guidelines, it is intended to establish a single-European integrated network for transport which includes all (land, sea and air) transport modes. The development of trans-European transport network was seen, in particular, to be of vital importance for the political, economic and social integration of the Union and for development of the less favored regions. The trans-European transport network shall be established gradually by 2020 by integrating land, sea and air transport infrastructure networks.

Transport was seen as a crucial element in the establishment of the Common Market, makes straightly European integration and also constitutes an important component of the European economy. It generates substantial employment, assist regional development, enforce links between trading flows and provide access to all sorts of services, leisure activity and job opportunity. Transport sector contributes some 7% of GDP and more than 5% of total employment in the EU (more than 10 million people). Transport connections and networks are also.

But, there is a growing imbalance between modes of transport in the European Union. The increasing success of road and air transport is resulting in ever worsening congestion, while, paradoxically, failure to exploit the full potential of rail and short sea shipping is impeding the development of real alternatives to road haulage. But saturation in certain parts of the European Union must not blind us to the fact that outlying areas have inadequate access to central markets.

The specific program for transport is set by the Common Transport Policy, which calls for the establishment of transport systems capable of providing sustainable mobility so that goods and people may travel, throughout the Community, "efficiently, safely, under the best possible social conditions and fully respecting the objectives of the Community's environment policy".

The program intends to remove barriers to the implementation and deployment of new technologies, improve the efficiency of the individual transport modes and speed up their strategic integration into the European transport network.

Many of the projects which affect the network are intended to improve capacity and reduce congestion, in particular on road and in the air. Others are more specifically aimed at encouraging a transfer from road to rail in order to assist environmental objectives.

In according the general objectives, the trans-European network must:

¹ The Treaty on European Union (signed in Maastricht on 7 February 1992) came into force on 1 November 1993). The Cohesion Fund is based on Article 130d of the Treaty on European Union to provide a financial contribution to projects in the field of environment and trans-European networks in the area of transport infrastructure.

- (a) Ensure the sustainable mobility of persons and goods within an area without internal frontiers under the best possible social and safety conditions, while helping to achieve the Community's objectives, particularly in regard to the environment and competition, and contribute to strengthening economic and social cohesion;
- (b) Offer users high-quality infrastructure on acceptable economic terms;
- (c) Include all modes of transport, taking account of their comparative advantages;
- (d) Allow the optimal use of existing capacities;
- (e) Be, insofar as possible, interoperable within modes of transport and encourage intermodality between the different modes of transport;
- (f) Be, insofar as possible, economically viable;
- (g) Cover the whole territory of the Member States of the Community so as to facilitate access in general, link island, landlocked and peripheral regions to the central regions and interlink without bottlenecks the major conurbations and regions of the Community;
- (h) Be capable of being connected to the networks of the European Free Trade Association (EFTA) States, the countries of Central and Eastern Europe, Western Balkans counties and the Mediterranean countries, while at the same time promoting interoperability and access to these networks, insofar as this proves to be in the Community's interest.

The trans-European network shall comprise transport infrastructure, traffic management systems and positioning and navigation systems. In this context the transport infrastructure shall comprise road, rail and inland waterway networks, the seaports, and inland waterway ports and other interconnection points. The second point which relate to the traffic management systems and the positioning and navigation systems shall include the necessary technical installations and information and telecommunications systems to ensure harmonious operation of the network and efficient traffic management.

The Western Balkans and European Integration

The European Council in Feira in June 2000 confirmed the objective of the fullest possible integration of the countries of the Western Balkans into political and economic mainstream of Europe and recognized the countries as potential candidates for EU membership. The Copenhagen European Council in December 2002 reaffirmed this perspective. The Brussels European Council in March 2003 stated that “the future of the Western Balkans is within the EU” and invited “the Council and the Commission to examine ways and means, based also on the experience of the enlargement process, to further strengthen the Union’s policy towards the region”. The preparation of the countries of the Western Balkans for integration into European structures is a major priority of the European Union. The unification of Europe will not be complete until these co-

untries join the European Union. EU perspective is inspiring for the respect for each other and for the neighbours. It is recommend better strategies in communication between states and regions in the Balkans need to be developed as well as the commitment to Europe and to democracy.

There is a growing imbalance between modes of transport in the European Union, especially in Western Balkans region. The increasing success of road and air transport is resulting in ever worsening congestion, while, paradoxically, failure to exploit the full potential of rail and short sea shipping is impeding the development of real alternatives to road haulage. But saturation in certain parts of the European Union must not blind us to the fact that outlying areas have inadequate access to central markets.

EU is a response to the interests and wishes of neighbors in Europe, for closer relations in transport mode, who reinforcing priorities who are identified across a wide range of subjects:

- political dialogue and reform;
- Economic and social cooperation and development;
- Trade related issues, market and regulatory reform;
- Cooperation on Justice, Liberty and Security;
- Sectorial issues such as transport, energy, information society, environment, research and development.

How far and how fast a partner progresses in its relationship with the EU depends on its capacity and its political will to implement agreed reforms. Progress is supported by greater incentives and benefits. This means that as and when countries identify the sectors of the EU market which they want to access, and then implement (with EU help) the necessary reforms to be able to benefit from such access, they can gradually participate in EU-wide networks on transport, energy, telecommunications, education etc.

“European Neighbourhood Policy is founded on the premise that by helping our neighbours we help ourselves. It provides us with a new framework and new tools for promoting good government and economic development in the EU's neighbourhood. And it utilises the valuable experience we have already gained of assisting countries in transition... a pragmatic response to the challenges Europe faces today” (Waldner Ferrero 2005).

Developing closer political and economic links between the EU and its neighbours requires a sound underpinning through good physical inter-connections across the neighbourhood. ENP looks to link the EU and its neighbours by improving transport connections and ensuring the smooth flow e.g. of energy products.

In this context the main engagement in the trans-European policy is to pursue the optimization of the interregional transport services at the European level through a multimodal approach and interoperability for each transport mode.

Western Balkan's key transport network

In Western Balkans countries, the situation in transport sector is much more critical. First, capital markets are not well developed. In these countries, the public sector plays a dominant role. More importantly, the private sector is being called upon to finance a larger share of transport investment than in the past, in an economic, political and regulatory environment where the profitability of such investment appears highly problematic. Hence a continuing policy and promotion of PPP is needed to form a stable PPP market. Otherwise economic up and downs will create an instable and inefficient market. The public sector should think of PPP from a more sustainable perspective, that if they want to have PPP as an alternative procurement method during times of fiscal constraints there is also a need to support PPP during times of economic growth.

The development of modern transport infrastructures are key to regional and international mobility, are a means to help economic development of different regions in a balanced way and to boost intra-regional co-operation. To stimulate trade and social relations with partner countries in central and eastern Europe and southeastern Europe, the EU supports the development of physical links and networks, the backbone of which is formed by the ten Pan-European Transport Corridors (rail, road, water) defined at the Pan-European Transport Conference in Helsinki in 1997. These ten corridors link the Trans-European Transport Network (TEN) on the territory of the European Union with central, eastern, southeastern European countries and beyond. Of particular strategic importance for Western Balkans countries are Corridor IV, V, VII, VIII and X. The European Union is helping the countries concerned to develop their transport infrastructure to improve the Corridors and the networks linking to them. It does this through grants, for instance infrastructure projects directly funded by the European Commission, and loans from the European Investment Bank, the EU's long term lending institution.

According to the World Bank reports, the road conditions in the Western Balkans are major problem for the region's competitiveness, with bottleneck in the road network affecting the regional market integration. The main characteristics of Balkan's arteries are insufficient harmonization of good transport infrastructure. Less than half of the road networks in the region are considered to be "in good or fair condition". This leads to less competitiveness, to extra costs and contributes to uneven economic and social development, isolating many companies, markets and opportunity. Another problem is road safety, leading to deaths and injuries, and burdening the economy with the costs in some cases up to 2% of annual GDP.

All regional countries have ambitious plans to invest in their transport networks. The region's key networks include major trans-European transport routes such as Corridor X – which runs from Austria to Greece and Turkey, and Corridor 8 – running from the Durres port in Albania to the Black Sea ports in Bulgaria. US-based Bechtel Corporation and Turkey-based Enka are working on

major road infrastructures in the Balkans: motorways in Croatia, Albania and Turkey, and a section of motorway in Romania. Bechtel and Enka recently delivered the second stretch of the Kosovo motorway. The 2013 completion of the Kosovo motorway should become the core of the country's transport system, promoting trade and economic development in the country and the region. The Government of Albania built the country's only motorway – a vital connection between Kosovo, Northern Albania and the Albanian port of Durres. The completed highway will run from the port city of Durres – 35 kilometers west of the capital Tirana – to the town of Kukes, 200 kilometers northeast of Tirana, and then to the Morina border crossing point.

The result of the project from Pristina to Durres, from previously a 12-hour drive, will be real a two-to three-hour drive. This highway from Durres-Kukes-Pristina (Corridor 7), which is built and will continue to Merdare, will be connect to Corridor 10.

Serbia is preparing with the construction of the 40 km, Belgrade-Southern Adriatic highway, envisioned for completion by 2015. The highway is planned to connect Serbia and Montenegro with Romania and Italy. Next ambitious project is highway Nis-Pristina. It should connect Romania via Negotin, and Nis with the Albanian borders. This motorway would connect Kosovo with other regional countries. An interconnection of Albania, Kosovo, Macedonia, Serbia, and Bulgaria and beyond would be a major regional corridor network, and would have a major economic, political and cultural impact.

Macedonia is preparing to build a 28-km section of Corridor 10 by 2017 – connecting the country with Serbia, Greece and Europe.

There is real understanding in these countries that new or improved road infrastructure brings immediate and long-term economic benefits in modern and developing economies.

Regional co-operation in south Eastern Europe is of even greater importance today, in the aftermath of conflict in former SFRJ, than a two decade ago. Political and commercial ties amongst EU member states and countries from Western Balkans are strengthening rapidly. Political ties are tighter due to the fact that the Western Balkans countries aim to become full members of the Union, and their relations with the Union are based on different agreements bringing them closer to full integration.

Develop, with the contribution of the countries and regions, a set of common planning principles for the multimodal Balkan network. This should facilitate the determination of some basic objectives to be used and accepted by all parties in the following steps.

This political exercise is to be supported by the international institutions. The consultant is expected to provide expertise and guidance and contribute to organising workshops, with national and regional experts, that contribute to the process of arriving at a consensus. Compile the plans and expectations of the international actors and the various countries and regions in the study area. This should include explicit identification of the objectives of these plans. Provide a

clear indication on how regional (Balkan) and international trade, transit traffic and tourism are treated and on the proposals to develop intermodal transport (in particular, combined transport). Examine coherence and synergy of national objectives and plans and their compatibility with those defined at international level.

Transport Policies and Programmes (TPPs) should reflect the interaction between different modes of transport with objective-based strategies aimed at providing balanced cost-effective solutions to transport problems. These considerations are particularly important for authorities submitting package bids. The transport strategies in TPPs should explain the wider framework in which they will operate. In particular they should illustrate how they complement local development plans.

The Governments in Western Balkans must clear their commitment to sustainable transport and it will expect local authorities to reflect this priority in drawing up their TPPs. The main aim should be to make the best use of existing infrastructure, providing cost-effective maintenance, and improvements where necessary.

Transport sector and investment policy in R. Macedonia

The investment dynamic support is imposed with its priority, as a result of the need to surpass the conditions of insufficient development and incomplete infrastructure, as well as the technical and technological relative obsolescence and the low capacity efficiency. The public sector development policy of the Government of the Republic of Macedonia, in a medium and long-term period is based on dynamic investment activity. The expected results are optimisation of the existing capacities; reconstruction and modernisation of the public infrastructure in order to provide higher efficiency, as well as completion of the on-going economically justified projects, taking into account the lower cost options.

The difficulty of the problems that the country is faced with and the depth of the grasps that are to be undertaken, in terms of modest financial capacity and limited possibilities for indebtedness of the country, imposes a demand of more intensive engagement of foreign capital, before all, of direct investments, joint ventures, concessions, public-private partnership, donations, as well as selective borrowing abroad in accordance with the medium-term Public Debt Management Strategy.

In the further construction of the transport network in Macedonia, the Government will try to attract resources, above all, through concessions, public-private partnerships, donations, direct or joint ventures and selective borrowing favourable credits abroad, in accordance with the medium term Public Debt Management Strategy.

According to the considerations from National Transport Strategy In the Road Sector, the prime strategic improvements concerning regional core network have to be towards promotion of market-orientated transport services, im-

plement measures to ensure that infrastructure is technically and financially sustainable, and harmonized with the EU transport policy. Thus, regarding National and Local Road network, major attention on the national level will be given to proper road maintenance with focus on retaining the continuous traffic flow between the cities in the country:

- Maintain the roads which are still in acceptable condition.
- Put the maintenance priorities on national roads and on the Regional reclassified roads - higher classification.
- Construction of new Railways sections as part of Corridor VIII
- Provide the proper connectivity to the remote places in the country
- Provide optimum road safety.

In the coming period, transport policy in Republic of Macedonia, will be aimed to realize the next transport projects:

1. Construction the highway Demir Kapija – Smokvica in the country's southeast.

It will also finance construction and modernization of toll stations as well as installation of equipment for electronic toll collections. Besides constructing the highway strip, the Corridor 10 project in Macedonia includes building two tunnels, 1,250 and 1,300 meters in length, respectively, six bridges, five overpasses, seven underpasses, and two highway crossings. The price of construction of this projects amount a total of 854 mil. euro. This project envisages construction of the missing section with a length of 28.2 km, which is not on the level of motorway on Corridor X in the Republic of Macedonia. With construction of this section, a modern highway constructed in accordance with the European standards will stretch along Corridor X on the territory of the Republic Macedonia and will connect the country with the neighboring countries and the wider region.

2. Railway line East – West (Corridor 8)

Nowadays there is no railway connection with Bulgaria and Albania. The railway line passing through Macedonia with 339 km long, of which 152 km have been constructed so far.

As part of Corridor VIII the railway line through territory of the Republic of Macedonia is divided into three sections:

- Western section Kichevo – border with the Republic of Albania line that is subject of the very ambition project. The aim of this project is preparation and completion of the necessary project and tender documentation for future construction of the new railway section with a length of about 62.6 km from Kicevo to the border with Republic of Albania, part of Corridor VIII. The construction of the western part the railway Corridor 8 on the territory of the Republic of Macedonia, will provide rail access to the ports of Durres and Vlora.
- Централ сецтион Куманово – Кицхево раилњай лине тхат ис буилт анд ин оператион анд

- Eastern section Kumanovo – border with the Republic of Bulgaria railway line that is under construction

Further dynamics of completion of the railway line from Kumanovo to the border with Bulgaria, as well as the construction of the railway line Kicevo – Struga – border with Albania, will depend on the availability of favorable foreign financial support.

Conclusion

Traditionally, transportation has been an important factor over the economic representations of the geographic space, namely in terms of the location of economic activities and the monetary costs of distance.

As globalisation continues and populations grow, significant stresses will be placed on the backbone of global development transport infrastructure. In many regions, transport infrastructure capacities are already inadequate, overburdened or aging, especially in Western Balkans countries. Whether or not available investment will be able to keep up with future demand is questionable. The development of integrated European transport infrastructure and networks constitutes one of the essential elements of a single market in transport services. The conclusion of the Copenhagen summit stressed the importance of the trans-European networks in the context of new infrastructure development and in the use of new financial instruments. The two axes of EU action involve the promotion of high-quality transport networks and provision of financial incentive instruments for this purpose. This action is expected to reinforce the contribution of the transport sector to integration in Europe.

However, the progress of integration in Europe has been uneven in recent decades especially in Western Balkans countries. These countries chose to participate in global trade, helping them to attract the bulk of foreign direct investment in developing countries.

The road conditions in the Western Balkans are major problem for the region's competitiveness, with bottleneck in the road network affecting the regional market integration. The main characteristics of Balkan's arteries are insufficient harmonization of good transport infrastructure. Less than half of the road networks in the region are considered to be "in good or fair condition". This leads to less competitiveness, to extra costs and contributes to uneven economic and social development, isolating many companies, markets and opportunity. Another problem is road safety, leading to deaths and injuries, and burdening the economy with the costs in some cases up to 2% of annual GDP.

In this context the main engagement in the trans-European policy is to pursue the optimization of the interregional transport services at the European level through a multimodal approach and interoperability for each transport mode.

Developing closer political and economic links between the EU and its neighbours requires a sound underpinning through good physical inter-connections across the neighbourhood. ENP looks to link the EU and its neighbours by

improving transport connections and ensuring the smooth flow e.g. of energy products.

References

- Caves et al. 2007: E. R. Caves, A. J. Frankel, W. R. Jones, *World trade and payments: an introduction*, Boston: Pearson: Addison Wesley.
- European Commission 2007: *Working together: The European Neighbourhood Policy*, Brussels: European Security Strategy.
- Neil 1998: N. Kinnock (the Commissioner responsible for transport), speaking at a conference in Amsterdam on: *Bridging gaps in Financing Infrastructure*. <<http://europa.eu.int/en/comm/dg07/speech/sp9861.htm>>. 15. 02. 2002.
- Proposal for a Council and European Parliament Decision on Community Guidelines for Development of the Trans-European Network*. No.COM(94)106 of 29 March 1994.
- Rodrigue et al. 2006: J. P. Rodrigue, C. Comtois, B. Slack, *The Geography of Transport Systems*, New York: Taylor & Francis Routledge's, 5.
- Steiner et al. 2008: S. Steiner, I. Dadić, J. Božičević, Croatian Transport System in the Process of European Integration, in: *11th International Conference on Transport Science*, Ljubljana: University of Ljubljana, Faculty of Maritime Studies and Transport.
- Stutz, Warf 2005: P. F. Stutz, B. Warf, *The World economy: Resources, Location, Trade and Development*, New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Temjanovski 1998: R. Temjanovski, Tourismus und Tourismuspotential Mazedoniens, *Sudosteuropa Studie 66: Tourismus und Touristisches Potential in Sudosteuropa*, München, Leipzig: Institut für Länderkunde Leipzig und dem Österreichischen Ost-und Südosteuropa – Institut (Wien) vom 15. bis 17. 10. 1998, 157.
- Temjanovski 2000: R. Temjanovski, *Corridors 8 and possibility influence to Economic Development in Republic of Macedonia*, Sofia: Bugarska Akademija na naukite, Geografski institut, 54.
- Temjanovski 2011: R. Temjanovski, *The direction of international trade: participant and winners*, Skope: European University.
- Husted, Melvin 2007: S. Husted, M. Melvin, *International Economics*, Boston: Pearson. 9–17
- Working together The European Neighbourhood Policy. European Security Strategy*. December 2003. <http://ec.europa.eu/world/enp/index_en.htm>. 09. 07. 2006.
- Waldner Ferrero 2005: B. Waldner Ferrero, *European Commissioner for External Relations and European Neighbourhood Policy*, October 2005.

PLANIRANJE PROSTORA U CRNOJ GORI I GLOBALIZACIJA

Uvod

U Zakonu o planiranju i uređenju prostora Crne Gore kontinuitet se definiše kao jedan od temeljnih principa u planiranju i uređenju prostora.

Ljudska saznanja u dosadašnjem istorijskom hodu bila su u stalnom usponu. Što smo se više približavali savremenosti, njihov napredak uvijek je bio dinamičniji, kompleksniji i značajniji, a ostvarivan je u sve kraćim vremenskim intervalima. Ti procesi odvijali su se u svim naučnim oblastima, naukama i naučnim disciplinama koje se posredno ili neposredno bave istraživanjima prostora, shvaćenim realnim, obuhvatu litosfere, hidrosfere, pedosfere, antroposfere, atmosfere, kosmičke sfere i „kao jedinstvo tih sfera, jedinstvo prirode i čovjeka, odnosno jedinstvo prirode i ljudskih zajednica“. Razvojni put planiranja i uređenja prostora uvijek se zasnivao na poznavanju prostora, osobinama njegovih komponenata i njegovim ukupnim resursima, ograničenjima i mogućnostima razvoja. Na osnovu njih prostorni planeri su kreirali optimalne modele organizacije i uređenja prostora i uvijek su nastojali i uspijevali da uvažavaju nova saznanja o konkretnim prostorima, prilagođavajući ili čak mijenjajući prethodno kreirane i donijete modele ili samo djelove modela.

Drugi razlog njegove primjene su dinamične, gotovo gigantske promjene u tehničkom i tehnološkom razvoju. Tako, na primjer, sadašnja tehnička i tehnološka rješenja ne dopuštaju realizaciju nekih potencijalnih vrijednosti prostora, izbjegavaju se funkcionalna namjena zasnovana na njima i tako sprečavaju opasni konflikti koji bi više nego sigurno, proizveli opasne posljedice, koje bi u tako brojnim slučajevima, bile i genetske prirode.

Treća odrednica su učestale geopolitičke promjene, odnosno promjene u geopolitičkim interesima. Poznato je da su oni važna determinanta kod definisanja modela prostornih sistema i to kako u odnosu na koheziju prostora za koji se plan radi, njegovu funkcionalnu namjenu, moguću bezbjednost stanovništva i dobara, itd. Zanimljivo je tih promjena i njihovih mogućih posljedica – pozitivnih ili negativnih – nema opravdanja i uvijek se moraju tražiti odgovori kako bi se neki procesi ubrzali, a neki blagovremeno preduprijedili (Lješević 2008: 83).

Promjene matrice faktora lokacije za konkretne prostore – zone ili centre, obilježje je svakog vremena. U tom pogledu presudnu ulogu imaju matrice

* dodemir@t-com.me

tehničkih infrastrukturnih sistema i matrice društvenih servisa, posebno višeg ranga – regionalnog i državnog. Vrijeme i praksa su potvrdili da su ove matrice izazivale regionalne razlike, produbljivale ih ili su, negdje uspješnije i djelotvornije, kao u planiranju prostora i pri sprovođenju prostornih planova, uticale na njihova ublažavanja. Baš zbog toga, obaveza je prostornih planera da kritički sagledavaju ove matrice i predlažu njihove planske korekcije, dopune, izmjene ili pak njihove nove modele, što nameće duh kontinuiteta i povezuje njegove žilavosti i životnosti (Lješević 2008: 53).

Dinamika promjena u razmještaju i redistribuciji stanovništva stalan je proces, koji je, u zonama najpovoljnijih matrica lokacionih faktora, istovremeno i kao faktor demografsko populacione eksplozije. Primjera radi, grad Podgorica je od 1971. do 1981. godine, ili za jednu deceniju, imala porast ukupnog stanovništva od približno 35.500 ili za dva grada srednje populacione veličine za crnogorske prilike (Pljevalja i Bijelog Polja), što je poremetilo sva prostorno-planerska rješenja, a time izazvala i pogoršanje urbanih uslova življenja i kvaliteta urbaniteta grada Podgorice uopšte. U takvim okolnostima analiza tih procesa i blagovremeno preduzimanje mjera su najveći izraz potrebe za promjenom kontinuiteta planiranja.

Nije rijetka pojava da potrebu za primjenom kontinuiteta planiranja inicira stalno usavršavanje teorijsko-metodoloških modela i postupaka do kojih se dolazi u okviru razvojnog toka prostornog planiranja. To je zakonit put svake nauke i svake naučne discipline. U taj kontekst spadaju i dinamične promjene kod standarda i kriterijuma struke i uopšte stručnih znanja i njihove aplikacije (Lješević 2008: 53).

Kontinuitet uslovljavaju i prodori u prostore koji u prethodnim etapama nijesu izazivali interes korisnika ili je on samo fragmentarno najavljivan. U našim uslovima ti prodori već su prisutni prema akvatoriju morskog dobra i visokim planinama, a naziru se i prema periodičnim plavljenim površinama, kanjonskim dolinama, kraškim površinama i slično.

Ne treba isključiti iz vida egzistencijalne potrebe pojedinaca, promjene u kriterijumima zadovoljavanja bioloških, kulturnih, socijalnih, ekonomskih i psiholoških potreba raznih socijalnih grupa i slično. Crna Gora ima nizak porez na dobit od 9 posto i PDV od 17 posto, nema poreza na kapitalnu dobit, jahte se uvoze bez carine, a država ulagačima previše izlazi u susret. Gradi se bez validnih dozvola. Uporedo sa privatizacijom privrede, čiji su vlasnici uglavnom inostrane kompanije, sve više i nekretnine u Crnoj Gori – kuće, stanove, pa i zemljište, zaposjedaju stranci. Kupoprodaja nekretnina naročito je učestala poslije sticanja nezavisnosti. To je bio razlog što je jedan inostrani list, a sve više medija u svijetu piše o tome, svoj tekst o prometu nekretnina u Crnoj Gori naslovio gotovo upozoravajućom konstatacijom *nezavisna i tražena*.

Zašto ne reći da i naglašeni zahtjevi opšte globalizacije nameću potrebu uspostavljanja specifičnih standarda i kriterijuma za sve planere i korisne prostore. Otuda je sve više međunarodnih konvencija, propisa, pravila, uputstava i drugih akata koji su obavezni za sve. Prema službenim podacima, u Crnoj Gori, pre-

težno uz more, stalno prebivalište ima 30.000 Rusa, čiji je stvarni broj, zasigurno, mnogo veći, i oni tako čine najmanje pet posto ukupnog stanovništva države. Mnogi Rusi, ali i Englezi, Irci i drugi strani državljani skupo plaćaju stare kamene kuće sa okućnicom i preuređuju ih po mjeri sopstvenog ukusa, potreba i kulture. Često u tom graditeljstvu ima previše razmetljivosti, pa i kiča. Dok se najavljuje izjednačavanje domaćih građana i stranaca, nameće se pitanje: ne krčmi li se, prometom nekretnina, državna teritorija.

1. O kontinuitetu prostornog planiranja u Crnoj Gori tokom druge polovine XX vijeka

Tokom druge polovine XX vijeka (ograničili smo se za ovu priliku samo na ovaj period) u Crnoj Gori ostvaren je puni kontinuitet u planiranju prostora. Bio je to period realizacije tri krupna projekta: prvog „Regionalnog prostornog planiranja Južnog Jadrana“ od 1967. do 1969. godine drugog „Regionalnog prostornog plana sjeverna Crna Gora“ od 1969. do 1971. godine i trećeg „Prostorni plan Republike i generalni planovi gradskih naselja Crne Gore“ od 1980. do 1986. godine kao i izradi prostornog plana Crne Gore 1997. godine i prostornih planova nacionalnih parkova, a započet je i proces izrade prostornog plana područja posebne namjene morskog dobra Crne Gore. U tom periodu izrađeni su prostorni planovi za 16 crnogorskih opština, generalni urbanistički planovi 21 opštinskog centra, nekoliko urbanističkih projekata starih urbanih centara i na stotine detaljnih urbanističkih planova. Usvajanje Prostornog plana Crne Gore (2008) do 2020. godine je logički nastavak tog kontinuiteta. Uložene napore i ostvarene rezultate od strane lokalnih i državnih vlasti Crne Gore, u tom periodu mora uvažiti svaki objektivni analitičar (Bakić 2012: 43).

U periodu ostvarenja kontinuiteta prostornog planiranja, kroz izradu više porodica planova, ostvaren je kontinuitet i u okviru sastavnih komponenata procesa prostornog planiranja kao što su: kvalitet planova, metodologija planiranja, afirmacija institucija, vizionarstvo planera, međunarodno učešće eksperata, internacionalna afirmacija teorijsko metodoloških dostignuća i slično, ali je došlo i do diskontinuiteta u fazama realizacije planova, sprovođenja urbanističkog i građanskog nadzora, kadrovske osposobljavanja organa lokalne vlasti, kao i institucionalnog organizovanja izrade i sprovođenja planova, što je zakonito i neminovno dovelo do izvjesnog skrnavljenja pozitivnih dostignuća ostvarenih primjenom kontinuiteta planiranja (Bakić 2012: 33).

U funkciji izrade prostornih planova svih nivoa vršena su kompleksna interdisciplinarna i multidisciplinarna istraživanja svih komponenata i elemenata konkretnih prostora za koje su planovi rađeni. Utemeljenje tog metodološkog pristupa izvršeno je kroz izradu Regionalnog prostornog plana „Južni Jadran“ i nastavljeno posebno kroz izradu planova u projektu „prostorni plan Republike i generalni planovi gradskih naselja Crne Gore“ i izradu planova nacionalnih parkova i područja morskog dobra, a i sada je polazna osnova pri izradi novog prostornog plana Crne Gore. Takav pristup utemeljen je uz pomoć eksperata Ujedi-

njenih nacija i međunarodne zajednice i on je dao visok kvalitet planova, o čemu su već izrečeni validni stručni sudovi. Niko ozbiljan i stručno odgovoran nije, do sada, izrekao drugačiju ocjenu! Ostvarene metodološke novine bile su od opšteg teorijskog značaja, posebno aseizmičko prostorno planiranje i ekološko prostorno planiranje, a prvi put je, na republičkom nivou, realizovano integralno planiranje. Nema sumnje da su to bili izuzetni rezultati projekta „Prostorni plan Republike i generalni planovi gradskih naselja Crne Gore“. Nije pretenciozno utvrditi da su oni odmah počela da se primjenjuju i u drugim državama, a ponajmanje u zemljama Mediterana. Uvjeren sam da je i ovo prilika da se istaknu visoki doprinosi brojnih međunarodnih eksperata, učesnika u ovim procjenama, kao što su: Adolf Ciborovski, Stanislav Furman, Klod Sojer, Džej Mur, Tomaš Mikelok i brojni drugi, kao što to sada čini i Štefan Dreger (Bakić 2012: 53).

Nezaobilazno je istaći i činjenicu da se, u ovom razdoblju, kroz sva tri velika međunarodna projekta i kroz sve ključne porodice planova, veoma snažno afirmisao Republički zavod za urbanizam i projektovanje iz Podgorice, između ostalog i zbog toga što je u procese izrade planova uključivao sve relevantne specijalističke institucije posebno iz Crne Gore, ali i iz država bivše SFRJ. Dakle, taj proces permanentno je bio interdisciplinarni i multidisciplinarni, između ostalog i zbog toga što su takav jedino mogući metodološki pristup inicirali i realizovali vodeći stručnjaci tehničke struke. Otuda gotovo stalno prisutno amatersko kvalifikovanje od predstavnika jednog broja javnog informisanja o stručnjacima i nestručnjacima u proteklom procesu izrade i sprovođenja prostornih planova. U procesu izrade prostornog plana Crne Gore uključene su sve univerzitetske jedinice Državnog univerziteta, isključivo sa ciljem da se angažovanjem stručnjaka najvećeg naučnog ranga iz svih oblasti dođe do kvalitetnog prostornog plana zasnovanog na najsavremenijim dostignućima u raznim naučnim oblastima i naukama, kao i u oblasti planiranja i uređenja prostora.

Diskontinuitet se najdrastičnije odrazio u fazama sprovođenja prostornih planova. Zašto se to dešavalo, uz postojanje nadležnih inspekcija: urbanističke, građevinske, komunalne, ekološke, saobraćajne, poljoprivredne, kao i nadležnih državnih organa i organa lokalne samouprave, potrebne su dublje analize i to po periodima: do 1956. godine kada u Crnoj Gori započinju intenzivni procesi industrijalizacije, urbanizacije geografske; od 1956 do 1979. godine kada su ovi procesi bili u punoj ekspanziji podstaknuti još i intenzivnim razvojem turizma u Crnogorskom primorju; od zemljotresa 1979. godine do raspadanja SFRJ i tokom posljednje dekade XX vijeka. Svaki drugi pristup, a ima ih, pogrešan je i profesionalno neodgovoran (Bakić 2012: 53).

U važne diskontinuitete spadaju još i neadekvatna kadrovska osposobljenost organa lokalne vlasti i duža kriza funkcionisanja Republičkog zavoda za urbanizam i projektovanje i odliva njegovih kadrova. Zbog značaja događaja koja slijede, za oba ova aspekta, neophodna je, takođe, kompleksna analiza, a ona se može osloniti na već urađene i verifikovane studije i analize za potrebe izrade novog prostornog plana Crne Gore.

Pređeni put kontinuiteta planiranja u Crnoj Gori tokom druge polovine XX vijeka bio je složeni praćen brojnim ograničenjima, ali ipak sasvim uspješan. On obavezuje da se naslanjamo na njegova iskustva – pozitivna i negativna, na njegove rezultate, ali i na njegove propuste.

2. Novi prostorni plan Crne Gore i iskustva

Novi prostorni plan Crne Gore je urađen. Zakonska obaveza je da opštine, odnosno lokalne samouprave priđu donošenju odluka i izradi prostornih planova opština i generalnih urbanističkih planova gradskih naselja. Moguće je da su to neke već sprovele. Vremenski horizont treba da je do 2020. godine (Bakić 2012: 58). Usudili bismo se da rezimiramo i predložimo sljedeće:

1. Da se detaljni urbanistički planovi donose za znatno manje topografske areale i na precizno snimljenom stanju, jer su veliki areali teško kreativno savladivi, pogotovu što su oni najčešće velike složenosti, ali i znatne atraktivnosti;
2. Da se granice generalnih urbanističkih planova ne šire, već da se ide na popunu urbanih struktura. Dva su bitna razloga za to: a) gradovi su već nepotrebno zahvatili velike topografske areale, i b) svi gradovi Crne Gore, tokom posljednje dvije decenije, imaju smanjeni intenzitet demografsko-populacionog rasta. Uz to, postoji naglašena potreba za demografsko populaciono jačanje, urbano opremanje i ekonomsko snaženje sela;
3. Da se generalni urbanistički planovi gradova opštinskih centara u Crnogorskom primorju za smanjenje površine, u odnosu na sadašnje, po principu obuhvata takozvanih topografskih „školjki“ (na primjer barske, sutomorske i čanjske školjke, i prostora Dobrih voda), jer je nemoguće da se za čitavu obalsku zonu, ponekad i vrlo široku, može uraditi kvalitetan generalni urbanistički plan. Istina, moguće je ostati i pri sadašnjim granicama, ali da se prostorne namjene daju globalno, posebno glavne matrice tehničkih infrastrukturnih sistema i sveobuhvatne i konkretne smjernice za globalno namijenjene funkcionalne zone;
4. Univerzitske jedinice već daju brojne stručne kadrove pa je nužno na zakonskoj osnovi, organe lokalne samouprave kvalitetno sisematizovati i obavezno popuniti, kako bi se taj decenijski diskontinuitet presjekao i usmjerio u kontinuitet dosljednog sprovođenja prostornih planova;
5. Nepotpuno je, na studiozno proučenim osnovama, uspostaviti adekvatno institucionalni okvir za izradu i sprovođenje prostornih planova, kako bi se u tom domenu, prevazišao određeni diskontinuitet i otklonile slabosti i u ovom dijelu sistema prostornog planiranja u Crnoj Gori.

3. *Prostorno planiranje na nivou ujedinjene Evrope i prostorni plan Crne Gore iz 2008.*

Globalizacija daje uopšteni kontekst za porast interesovanja za transnacionalnu dimenziju. Konkretniji konteksti dolaze iz oblasti prostornog planiranja evropskih sektorskih politika, dokumenata iz oblasti prostornog planiranja i Evropske komisije, institucionalne političke podrške, kao i akcija država članica. Evropske transnacionalne dimenzije, kako ih formalno definiše Evropska komisija su: prekogranična – podrazumijeva saradnju između geografski povezanih graničnih regiona; međuregionalna – saradnja među geografski nepovezanim regionalnima i transnacionalna dimenzija, u užem smislu (transgranična) – saradnja preko velikih multinacionalnih regiona (Dabovic 2008: 83).

Prostorno planiranje na nivou ujedinjene Evrope, predstavlja jedan od ključnih instrumenata prostorne integracije i usmjerenja njenog razvoja i donosi nov teritorijalni nivo u sistem planiranja evropskih zemalja – nadnacionalni. Osnovni razlog za nastanak nadnacionalnog i transnacionalnog planiranja, kao još jednog nivoa u teritorijalnoj hijerarhiji, je sve veća ekonomska međuzavisnost između nacija. Značajni elementi ekonomskih aktivnosti, zajedno sa političkim i kulturnim odnosima postaju globalizovani i nezavisni od nacionalnih država. Dubina i širina globalizacije mogu se posmatrati sa različitih aspekata. Kada je u pitanju prostorni razvoj, ovaj proces bez sumnje ima specifične i značajne uticaje na promjenu prostornih obrazaca. U evropskom kontekstu, primijećeni trendovi podrazumijevaju: povećanu prostornu koncentraciju ekonomskih aktivnosti u kombinaciji sa sve značajnom centralnom ulogom globalnih i regionalnih gradova; intenziviranu konkurenciji između gradova; polarizaciju ekonomskog prosperiteta između gradova (koja je u vezi sa prethodnim trendom); sve veće razlike među socijalnim grupama unutar gradova koje dovode do pojave socijalnog isključivanja; negativne posljedice urbanog razvoja na životnu sredinu (Shaw, Nadin 2000). Prostorno planiranje i državna regulacija unutar država članica Evropske Unije imaju značajnu ulogu u usmjeravanju ovih trendova. Politikom i planovima se pokušava maksimizirati kompetitivna pozicija i potencijali rasta urbanih centara, uz istovremene pokušaje da se, u najboljem slučaju, omogućе održivi oblici rasta, a u najgorem, izbjegnu negativni uticaji (Dabovic 2008: 77).

Evropski nivo planiranja služi kao platforma u pokušaju harmonizacije nacionalnih sistema planiranja država članica, ali i država koje taj status očekuju (intenzitet prilagođavanja je, generalno, obrnuto srazmjeran vremenu koje je potrebno da se pristupi EU). Najveći uticaj na regionalni prostorni razvoj u tom smislu imaju: Evropska perspektiva prostornog razvoja – ESDP (European Spatial Development Perspective), INTERREG i drugi programi koji obezbjeđuju pristup strukturnim fondovima Evropske unije. Paralelno regionalnom, u EU se sve više insistira na konvergenciji nacionalnih i regionalnih sistema prostornog planiranja ka međudržavnim inicijativama, sa čestom posljedicom da programi regionalnog razvoja EU guraju u zasenjak nacionalne politike regionalnog pro-

stornog razvoja (kao što je to slučaj u Finskoj, Španiji, Italiji i dr.). Impuls ka evropskom prostornom planiranju povezan je sa potrebom rešavanja ne samo prostornih problema, već i konfliktnih prostornih ciljeva na različitim nivoima i u različitim regionima (Dabinett, Richardson 2000). Podijeljena nadležnost zahtijeva kombinaciju *bottom-up* i *top-down* procesa odlučivanja, imajući u vidu sve veći broj nivoa prostornog planiranja i EU, što sa 27 država članica i njihovim različitim pristupima neće biti nimalo lak, pa ni privlačan posao (Dabovic 2008: 78).

Trebalo bi napomenuti, da na razvoj evropskog prostornog planiranja u velikoj mjeri utiču pojedine države članice, zato ne treba da čudi što se u njemu pronalaze različiti pristupi i shvatanja prostornog planiranja. Prisustvo različitih nacionalnih sistema svojine nad zemljištem, planskih kontrola i pravila građenja, koje djeluju odvojeno i sa potencijalno različitim ciljevima, mogli bi se vidjeti kao prepreka uspostavljanju jedinstvenog tržišta (i često se tako vide), koje zavisi od država članica i drugih politika i akcija koje su u skladu sa opštim projektom integracije EU. Ovo stvara probleme u tradicionalnom planiranju i stavlja na probu mogućnosti stvaranja planskih okvira unutar kojeg bi se datim ciljevima posvećivala pažnja na pravedan način. Za evropske integracije i planiranje posebno je značajan početak posljednje decenije prošlog vijeka koji je donio evropskom kontinentu dva paralelna, suprotna procesa. Na jednoj strani, razvijene zapadne države su ušle u proces integracije i transformacije EEZ u EU, čime je započeo i proces harmonizacije i modifikovanja sistema prostornog planiranja. Na drugoj strani, u socijalističkim zemljama istočnog i jugoistočnog dijela kontinenta, došlo je do procesa dezintegracije i raspada višenacionalnih na nove samostalne države, koje je u zemljama zapadnog Balkana bio praćen oružanim sukobima i unutrašnjim nestabilnostima. Nakon više od decenije dugog, teškog i kompleksnog procesa tranzicije uz prilagođavanje kritijuma EU, države iz istočnog i centralnog dijela kontinenta, koje su sredinom 1990-ih godina ušle u proces priključivanja EU, postale su njene punopravne članice 1. maja 2004. godine. Bugarska i Rumunija su se priključile 2007. godine, Hrvatska 1. jula 2013, a u narednim godinama očekuje se sukcesivno priključivanje država zapadnog Balkana.

U izradi Prostornog plana Crne Gore korišćene su odgovarajuće odredbe iz većeg broja međunarodnih dokumenata i inicijativa u široj oblasti održivog razvoja, prostornog i urbanog razvoja i zaštite životne sredine, čiji su određeni elementi pogodno ugrađeni i primijenjeni u Planu i koje će biti ostvarene primjenom smjernica i mjera za realizaciju Prostornog plana, kao i ostvarivanjem preporuka za realizaciju. Od posebnog značaja je najnovija generacija međunarodnih („globalnih“) dokumenata: Milenijumski razvojni ciljevi UN; Deklaracija sa Svjetskog samita iz Rija (1992) i prateća dokumentacija (konvencije itd.); odluke donesene na drugim svjetskim samitima pod pokroviteljstvom agencija UN, kao Odluka o stanovništvu (Kairo, 1994), o društvenom razvoju i ljudskim pravima (Kopenhagen, 1995), naseljima (Istanbul, 1996), zaštiti vazduha (Kjoto,

1997) i o upravljanju vodenim resursima i upotrebi i zaštiti voda (Johanesburg, 2002) i dr.

Za izradu Prostornog plana Crne Gore posebno je značajan veći broj sveevropskih dokumenata, inicijativa i shema Evropske unije, kao što su: Evropska perspektiva prostornog razvoja/ESDP (1999); EVROPA 2000. i EVROPA 2000+; Lisabonska strategija (2000, 2005); Vodeći principi održivog prostornog razvoja evropskog kontinenta (CEMAT, 2000, 2003); Rezolucija Ministarske konferencije o zaštiti šuma (2003); Strategija održivog razvoja Evropske unije (2001, 2006); Teritorijalna agenda Evropske unije (2007); Lajpciška povelja o održivim gradovima Evrope (2007); Barselonska konvencija (1976–1995) i četiri prateća protokola. Od regionalnih dokumenata za Crnu Goru su najrelevantniji sljedeći: regionalna inicijativa INTERREG III; Mediteranska strategija održivog razvoja; CADSES/VISION PLANET; ESTIA-OSPE-SPOSE; PLANET CENSE; Sporazum o energetske zajednici, CEFTA 2006. i dr. Pored navedenih, Crna Gora će svoj statistički sistem prilagoditi evropskoj shemi/sistemu statističkih teritorijalnih jedinica (NUTS), a kandidovaće se i za uključivanje u ESPON2 (2007–2013), koji je glavni istraživačko-informatički program podrške u oblasti održivog prostornog i urbanog razvoja i zaštite životne sredine (Lješević 2008: 53).

U skladu sa reformom cjelokupnog društvenopolitičkog i ekonomskog sistema, Crna Gora treba da izvrši vrše prilagođavanja u sistemima prostornog planiranja, kako bi se odgovorilo na evropske zahtjeve, povratio izgubljeni legitimitet planiranja i odgovorilo na novu prostornu, ekonomsku i socijalnu stvarnost. Prilagođavanja se vrše institucionalnim, organizovanim i zakonskim reformama u pravcu „omekšavanja“ centralističkog sistema planiranja, jačanja subnacionalnih teritorijalnih nivoa u skladu sa opštim trendom decentralizacije i sprovođenjem evropskih ciljeva preko subnacionalnih nivoa upravljanja (koji mogu imati transnacionalni karakter) i konkretizovanja i operacionalizacije novih paradigmi i principa društvenog funkcionisanja i prostornog planiranja.

Zaključak

Iz većine definicija jasno proizlazi da je planiranje proces, što znači da traje i da je dinamičnog karaktera. Mada su pojmovi *planiranje* i *plan* u uskoj vezi, s pravom se ističe da su to različite logičke kategorije: planiranje je *proces*, a plan je *slika* nekog željenog ili projektovanog stanja, što znači da je statičkog karaktera. Sistem prostornog planiranja u Crnoj Gori, međutim, još nije izgrađen do te mjere da može obezbijediti cjelovite i svestrano usklađene prostorne intervencije, odnosno zahvate. Kao posljedica, javlja se nepotpuno međusektorsko usklađivanje ili njegov izostanak. Nedostaje horizontalno i vertikalno povezivanje i usklađivanje među raznim planskim akterima. Nepotpunost sistema se ogleda i u niskoj institucionalnoj organizovanosti u oblasti organizacije i uređenja prostora. Prostorni plan Crne Gore do 2020. godine je objavljen u *Službenom listu CG* broj 24/08. U dugoročnom periodu treba nastojati afirmisati princip pla-

niranja i afirmacija principa teritorijalnog kapitala. Neophodan je razvoj uravnoteženog policentričnog sistema i novog odnosa urbana – ruralna sredina. U skladu sa reformom cjelokupnog društvenopolitičkog i ekonomskog sistema, Crna Gora mora da izvrši više prilagođavanja u sistemima prostornog planiranja, kako bi se odgovorilo na evropske zahtjeve, povratio izgubljeni legitimitet planiranja i odgovorilo na novu prostornu, ekonomsku i socijalnu stvarnost.

Literatura

- Bakić 1995: R. Bakić, *Prostorno planiranje*, Podgorica: Unireks.
- Bakić 1995: R. Bakić, *Prostorni aspekti turističkog razvoja Crne Gore u drugoj polovini XX vijeka*, Cetinje.
- Bakić 2012: R. Bakić, *Specifična iskustva Crne Gori u planiranju prostora*, Nikšić: Geografski institut Filozofskog fakulteta.
- Dabović 2008: T. Dabovic, *Nacionalne strategije Prostornog razvoja u Evropi*, Beograd: Geografski fakultet.
- Đorđević, Dabovic 2009: D. Đorđević, T. Dabovic, *Osnove prostornog planiranja*, Beograd: Geografski fakultet.
- Vresk 1990: M. Vresk, *Grad u regionalnom i urbanom planiranju*, Zagreb: Školska knjiga.
- Stojkov 2000: B. Stojkov, *Metode prostornog planiranja*, Beograd: Geografski fakultet.
- Marinović-Uzelac 2001: A. Marinović-Uzelac, *Prostorno planiranje*, Zagreb: Dom i svijet.
- Žegarac 2000: Z. Žegarac, *Infrastruktura*, Beograd: Geografski fakultet.
- Lješević 2008: M. Lješević, *Nauka o životnoj sredini*, Beograd: Geografski fakultet.
- Prostorni plan Crne Gore do 2020. godine (*Službeni list CG* broj 24/08).
- Prostorni plan područja posebne namjene za morsko dobro (*Službeni list RCG* broj 30/07).
- Zakon o uređenju prostora i izgradnji objekata, *Službeni list*, br. 54, 2008. god.

ПРОЦЕС СТАРЕЊА СТАНОВНИШТВА СА ОСВРТОМ НА СТАРЕЊЕ СТАНОВНИШТВА ГРАДА ИСТОЧНО САРАЈЕВО

Увод

Из структуре становништава по старости или доби се види прошлост, чита садашњост и назире будућност кретања становништва (Фригановић 1978).

Старост се одређује према годинама живота, па становништво можемо поделити у три велике старосне групе: младо становништво до 14 година, зрело од 15 до 64 године и старо становништво преко 65 година.

На састав становништва према старости утичу разни фактори, међу којима се посебно истиче природно кретање становништва, односно наталитет и морталитет, затим миграције и неки вањски фактори као што су ратови, природне катастрофе, епидемије, кризе и сл. (Нејашмић 2005).

За процес старења становништва може се рећи да је глобални процес, јер се дешава у целом свету, са одређеним разликама међу континентима, регијама и државама. У истраживању се кренуло од претпоставке да је овај глобални процес старења становништва присутан и у граду Источно Сарајево.

Методологија

Пре самог осврта на старење становништва града Источно Сарајево, у поглављу рада *Старење становништва – глобални процес и проблем*, извршена је анализа старосне структуре становништва света, Европе, јужне Европе и Босне и Херцеговине, према подацима УН и подацима из доступне литературе. Поред метода анализе, кроз рад је примењено више метода: метод синтезе, математичко-статистички метод, метод класификације, метод систематизације, компаративни метод и метод генерализације, метод конкретизације, дескриптивни метод, историјски метод, метод моделирања и сл.

У поглављу *Старосна структура града Источно Сарајево*, за прикупљање података коришћена је техника анкетања. Спроведена анкета се односила на полну и старосну структуру становништва, због недостатка података који се односе на наведене карактеристике становништва. Узорак је

* mariana.lukic@gmail.com

изабран случајним одабиром, а обухваћене су све општине града Источно Сарајево и сви типови насеља (градско, приградско и сеоско).

Анкетни упитник састојао се од 12 питања формулисаних тако да су одговарала потребама масовног и ефикасног анкетања. Анкетом је обухваћено 3.220 становника града Источно Сарајево, што чини 5% од укупног броја становника града, према прелиминарним резултатима пописа становништва спроведеног у октобру 2013. године. Од укупног броја анкетираних 47% су мушког пола, а женског пола 53% анкетираних.

У општини Пале анкетирано је 1.062 становника, што чини 4,8% укупног становништва општине. У општини Источна Илица анкетирано је 5,3% становништва, односно 811 анкетираних. У општини Источно Ново Сарајево анкетирано је 616 становника, односно 5,4% становништва општине. Број анкетираних у општини Соколац износи 509 становника, односно 4% становништва општине. У две по броју становника најмање општине анкетирани су најмањи број становника; у општини Источни Стари Град број анкетираних износи 76, односно 6,5% становништва општине, а у општини Трново анкетирано је 146 становника што чини 6,7% становништва општине.

Затим се приступило сређивању података добијених анкетом, њиховој статистичкој обради, па је анкетирани узорак примењен на целокупну популацију града Источно Сарајево.

За анализу старосне структуре становништва града Источно Сарајево, користили су се подаци из пописа становништва 1991. године и подаци добијени анкетом за 2013. годину. За одређивање степена старости популације користио се измењени модел М. Клеменчића, који се базира на бодовању удела младог и старог становништва (табела 1). Сабирањем добијених бодова добија се бодовни показатељ остарелости становништва на основу кога је извршена типизација старости (табела 2) (Нејашмић 2005).

Табела 1: Поступак бодовања показатеља остарелости популације

Удео младих %	Бодови	Удео старих %	Бодови
0,0–5,0	0,0–5,0	0,0–10,0	70,0–60,5
5,5–10,0	5,5–10,0	10,5–20,0	60,0–50,5
10,5–15,0	10,5–15,0	20,5–30,0	50,0–40,5
15,5–20,0	15,5–20,0	30,5–40,0	40,0–30,5
20,5–25,0	20,5–25,0	40,5–50,0	30,0–20,5
25,5–30 и више	25,5–30 и више	50,5–60,0	20,0–10,5
		60,5–70,0 и више	10,0–0,0

Извор: Нејашмић 2005: 191.

Табела 2: Типизација остарелости на основу бодовања показатеља остарелост популације

Бодовни показатељ остарелости	Тип	Обележје
90,5–100,0	1	на прагу старости
84,5–90,0	2	старење
73,0–84,0	3	старост
65,5–72,5	4	дубока старост
50,5–65,0	5	врло дубока старост
30,5–50,0	6	изразито дубока старост
0,0–30,0	7	крајње дубока старост

Извор: Нејашмић 2005: 191.

Треба напоменути и употребу картографског метода који се користи за представљање основних географских карактеристика простора, а у овом случају користио се за приказивање типова старости по општинама града Источно Сарајево.

Карта омогућава упоређивање квалитативних, квантитативних, структурних картираних демографских појава и процеса. Предност представљања демографских показатеља у картографском моделовању огледа се у систематском праћењу развоја појава, сређених у серијама нумеричких показатеља, односно статистичких података (Живковић, Јовановић 2007).

Прикупљени подаци обрађени у Microsoft Office Excel програму, а основна техника која се користила за израду карата демографских показатеља је GIS технологија, програмски пакет ArcGis 10.

Старење становништва – глобални процес и проблем

Процес старења становништва присутан је свуда у свету, скоро у свим замљама. Интензитет старења становништва условљен је порастом удела старог становништва у укупном, али исто тако и променама унутар радног контингента и смањењем удела младог становништва у укупном. Процес старења становништва је проблем, првенствено, развијених замаља света, које се налазе у посттранзицијској етапи развоја становништва, и које карактерише низак ниво фертилитета, а повећање старог становништва је последица смањења моралалитета.

Ниски фертилитет, води све већем смањењу удела младе популације, што онда веома брзо, због смањења удела становништва у репродуктивном периоду доводи до још већег смањења наталитета, дуготрајно смањивање наталитета уједно је темељни показатељ старења становништва (Вертхеимер-Балетић 2004).

Табела 3: Становништво према основним старосним групама (у %)

Година	Свет			Европа			Јужна Европа			Босна и Херцеговина ¹		
	0-14	15-64	65+	0-14	15-64	65+	0-14	15-64	65+	0-14	15-64	65+
1950.	34,4	60,6	5,1	26,3	65,7	8,0	27,7	64,8	7,5	37,8	58,2	4,0
1955.	35,6	59,3	5,1	25,7	65,9	8,4	27,0	65,1	7,9	37,7	58,8	3,5
1960.	37,1	57,8	5,1	27,0	64,3	8,8	27,5	64,2	8,3	40,3	56,5	3,2
1965.	38,0	56,9	5,1	26,5	64,0	9,5	27,0	64,1	9,0	39,4	56,8	3,7
1970.	37,6	57,1	5,4	25,2	64,3	10,5	26,6	63,4	9,9	35,0	60,4	4,6
1975.	36,8	57,5	5,7	23,7	64,8	11,5	25,8	63,3	10,9	31,3	63,4	5,4
1980.	35,2	58,8	6,0	22,2	65,4	12,4	24,3	64,0	11,7	27,7	66,4	6,0
1985.	33,8	60,2	6,0	21,3	66,8	11,9	22,0	66,2	11,8	25,2	68,9	5,8
1990.	32,9	60,9	6,2	20,5	66,7	12,7	19,5	67,4	13,2	24,3	69,6	6,1
1995.	31,9	61,5	6,6	19,3	66,7	13,9	17,2	67,9	14,9	21,4	70,4	8,1
2000.	30,1	63,0	6,9	17,6	67,7	14,7	15,8	67,7	16,5	20,2	69,1	10,7
2005.	28,0	64,7	7,3	15,9	68,2	15,9	15,2	67,4	17,5	18,9	68,0	13,1
2010.	26,6	65,7	7,7	15,4	68,3	16,3	15,0	67,0	18,1	17,4	67,5	15,1

Извор: Уједињене нације 2013.

Према проценама УН-а, у 2010. години у свету је било преко 764 милиона особа старијих од 60 година, односно преко 530 милиона старијих од 65 година. Претпоставља се да ће до 2050. године старог становништва бити преко 2 милијарде, што значи да ће се њихов број скоро утростручити у раздобљу од 40 година.

Брзина старења становништва већа је у земљама у развоју него у развијеним земљама. Европи је требало 120 година да пређе пут од младог према зрелом становништву, што је постигнуто 2000. године. Азији ће се такав помак догодити за мање од 25 година. На пример, удео особа старијих од 60 година у Француској порастао је са 6% на 14% за 100 година, док се тај пораст у Јапану догодио за 30 година. Брзина старења становништва биће још већа у мање развијеним земљама и транзицијским економијама. Сматра се да ће до 2045. године број особа старијих од 60 година у свету први пут у историји премашити број деце (особа млађих од 15 година) (Обадић, Смолић 2008).

¹ У Босни и Херцеговини није било пописа становништва од 1991. године, а резултати пописа спроведеног у октобру 2013. године о старосној структури становништва, у овом периоду још нису били доступни. Подаци о старосној структури становништва Босне и Херцеговине после 1990. године представљају процене УН-а.

Анализирајући табелу 3, уочава се да у периоду од 1950. до 2010. године у свету константно расте удео старог становништва (преко 65 година). У периоду од 60 година удео старих повећао за 2,6% (са 5,1% у 1950. години на 7,7% у 2010. години). Удео младог становништва (до 15 година) бележио је у наведеном периоду повећање, све до 1965. године, када је удео мадог становништва износио чак 38%, од тада је присутно стално смањење популације у овој старосној групи. Од 1965. године до 2010. године удео младих се смањило чак за 11,4%. Од 1965. године удео зрелог становништва (од 15 до 64 године) се повећава, па у наведеном периоду (1965–2010) се удео повећао за 8,8%.

С обзиром да удео старачког контингента у укупном становништву Европе предњачи пред остатком света, очекује се да ће 2050. године Европа имати двоструко више старијих особа него деце. Процењује се да ће у будућности у Европи расти само удео старијих особа, док се очекује смањење удела становника млађих од 60 година (Обадић, Смолић 2008).

У јужној Европи још је већи удео старог становништва. У 2010. години удео старог становништва у јужној Европи је за 1,8% већи у односу на Европу, а за чак за 10,4% већи у односу на свет.

Посебан проблем представља и чињеница да све више расте старачки контингент становништва, односно расте удео средње старог становништва, 70 и више или 75 и више година, и удео најстаријег становништва, преко 85 година.

Према подацима УН-а у 2010. години 5,1% становништва света је у старосној групи преко 70 година, 3% преко 75 година, 0,6% преко 85 година. У Европи је старог становништва још и више; преко 70 година 11,9%, преко 75 година 7,5%, а преко 85 година 1,8%. У јужној Европи чак 13,4% становништва је преко 70 година, 8,8% преко 75 година, а 2,2% преко 85 година.

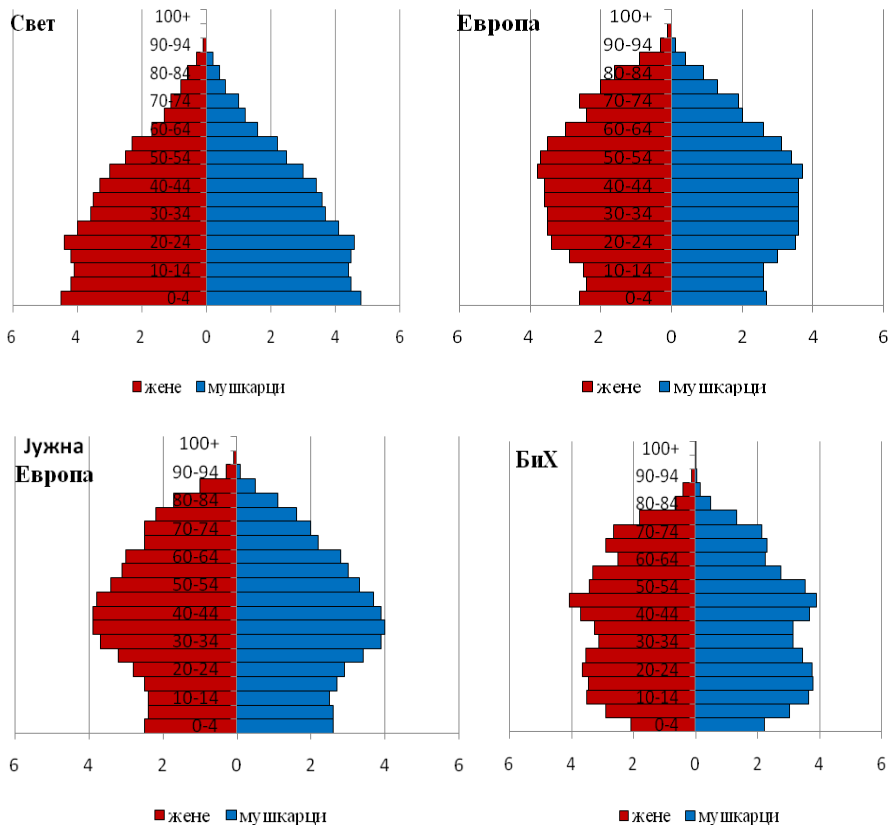
Међу особама старијим од 60 година, најбрже расте удео оних преко 80 година. Очекује се да ће до 2050. године око 20% особа старијих од 60 година бити у групи преко 80 година.

Босна и Херцеговина прати тренд света и Европе о питању процеса старења становништва. Према подацима УН-а удео старог становништва у БиХ у наведеном периоду бележио је смањење до 1960. године, када је износио 3,2%, а затим следи константни пораст удела овог контингента становништва, до 15,1% у 2010. години, односно у периоду од 50 година удео старог становништва се повећао за 11,9%. Насупрот томе, удео младог становништва опада, па у последњих 50 година смањило се за 22,9%. У 2010. години у Босни и Херцеговини број становника преко 70 година старости износи 9,8%, преко 75 година 5,1%, а преко 85 година 0,8%.

Индекс старости је један од показатеља старости становништва и критична вредност овог индекса износи 40,0. Индекс старости у свету је 1950. године износио 14,8, а у 2010. години 28,8. Индекс старости још је већи у Европи и јужној Европи. У 2010. години индекс старости за Европу

износи 106,1 (1950. године 30,2), а за јужну Европу 120,6 (1950. године 27,1). У Босни и Херцеговини, према проценама УН-а, индекс старости износио је у 2010. години 86,6.

Графикон 1. Полно-старосне пирамиде света, Европе, јужне Европе и Босне и Херцеговине за 2010. годину (%)



Процес старења становништва носи са собом одређене последице. Наравно, старење становништва, прогнозирано и за наредни период, изазваће старење фертилног контингента, што ће утицати на пад опште стопе наталитета, што изазива убрзано старење. Тај процес се назива ефекат нараштајног помака. Такође, старење изазива и пораст опште стопе морталитета у старосној групи становништва преко 60 или 65 година, с обзиром да се повећава удео те старосне групе у укупном становништву (Живић 2003).

Привредне последице старења становништва огледају се у повећању јавних издатака за здравство, социјалну заштиту, пензије као и на промене у структури потрошње. Промене у старосној структури становништва утичу и на смањивање радног контингента, а тиме и радне снаге чиме се

повећава број пензионера и њихових захтева за услуга социјалне заштите. Пружање и финансирање здравствене заштите за старије становништво представља сталан проблем у здравственим системима широм света.

Старосна структура града Источно Сарајево

Старосна структура града Источно Сарајево анализирана је на основу података из пописа становништва 1991. године и упоређена са садашњим стањем у граду, на основу података из спроведене анкете и прелиминарних резултата пописа становништва.

Табела 4: Основне старосне групе, коефицијент старости, коефицијент младости, индекс старости, индекс младости и коефицијент укупне старосне зависности за 1991. годину по општинама града Источно Сарајево

Општина	0–14	15–64	<65	xs2	xm	is3	im	kD4
Источно Ново Сарајево	942	2.889	366	8,7	22,4	38,9	257,4	45,3
Пале	3.203	10.754	1.588	10,2	20,6	49,6	201,7	44,6
Источни Стари Град	155	650	175	17,9	15,8	112,9	88,6	50,8
Источна Илица	2.611	4.726	288	3,8	34,2	11,0	906,6	61,3
Соколац	3.109	10.027	1.747	11,7	20,9	56,2	178	48,4
Трново	1.000	2.714	313	7,8	24,8	31,3	319,5	48,4
<i>Источно Сарајево</i>	<i>11.020</i>	<i>31.760</i>	<i>4.477</i>	<i>9,5</i>	<i>23,3</i>	<i>40,6</i>	<i>246,1</i>	<i>48,8</i>

Извор: Израчунао аутор на основу података Федералног завода за статистику БиХ.

Анализирајући велике старосне групе (табела 4) види се да је учешће младог становништва на територији данашњег града Источно Сарајево у 1991. години износило 23,3%, с тим да се издавја општина Источна Илица која је имала 34,2% младог становништва у укупном становништву, док

² Коефицијент старости (x_s) показује удео старих преко 65 година ($P_{(65+)}$) у укупном становништву (P): $x_s = (P_{(65+)}/P) * 100$; коефицијент младости (x_m) показује удео младих до 14 година ($P_{(0-14)}$) у укупном становништву (P): $x_m = (P_{(0-14)}/P) * 100$ (Нејашмић 2005).

³ Индекс старости (i_s) показује однос старих преко 65 година ($P_{(65+)}$) и младих до 14 година ($P_{(0-14)}$): $i_s = (P_{(65+)}/P_{(0-14)}) * 100$; индекс младости (i_m) показује однос младих до 14 година ($P_{(0-14)}$) и старих преко 65 година ($P_{(65+)}$): $i_m = (P_{(0-14)}/P_{(65+)}) * 100$ (Нејашмић 2005).

⁴ Коефицијент укупне старосне зависности (k_D) показује ниво оптерећености становништва радноспособне доби ($P_{(15-64)}$) са предрадном ($P_{(0-14)}$) и пострадном доби ($P_{(65+)}$): $k_D = ((P_{(0-14)} + P_{(65+)}) / P_{(15-64)}) * 100$ (Нејашмић 2005).

је најмањи удео младог становништва био у општини Источни Стари Град (15,8%). Удео старог становништва је на анализираном простору био 9,5%, с тим да је највећи био у општини Источни Стари Град 17,9%, а најнижи у Источној Илици (3,8%). Зрело становништво је чинило 67,2 % од укупног становништва 1991. године. *Према овим подацима становништво града Источно Сарајево је већ тада припадало типу старог или контрактивног становништва.*⁵

Учешће младог становништва у 2013. години (табела 5) у граду Источно Сарајево износи 10,6%, с тим да општине Источна Илица и Трново имају највећи проценат младог становништва који износи 11%, док је најмањи удео младог становништва у општини Источни Стари Град 7,5%. Закључује се да се у граду од 1991. године до 2013. смањило удео младог становништва са 23,3% на 10,6%, односно чак за 12,7%.

Табела 5: Основне старосне групе, коефицијент старости, коефицијент младости, индекс старости, индекс младости и коефицијент укупне старосне зависности за 2013. годину по општинама града Источно Сарајево

Општина	0–14	15–64	<65	xs	xm	is	im	kD
Источно Ново Сарајево	1.240	8.470	1.767	15,4	10,8	142,6	70,1	35,5
Пале	2.429	17.425	2.429	10,9	10,9	100,0	100,0	27,9
Источни Стари Град	88	927	160	13,6	7,5	181,3	55,1	26,7
Источна Илица	1.676	11.577	1.980	13	11	118,2	84,6	31,6
Соколац	1.273	10.023	1.311	10,4	10,1	103,0	97,1	25,8
Трново	241	1.377	574	26,2	11	238,2	42,0	59,2
Источно Сарајево	6.886	50.024	8.056	12,4	10,6	117,0	85,5	29,9

Извор: Израчунао аутор на основу података из спроведене анкете и прелиминарних резултата пописа 2013.

Удео старог становништва износи 12,4% у 2013. години, с тим да је највећи у општини Трново 26,2%, а најмањи у општини Соколац, 10,4%. Такође, удео старог становништва повећао се у односу на 1991. годину и то за 2,9%.

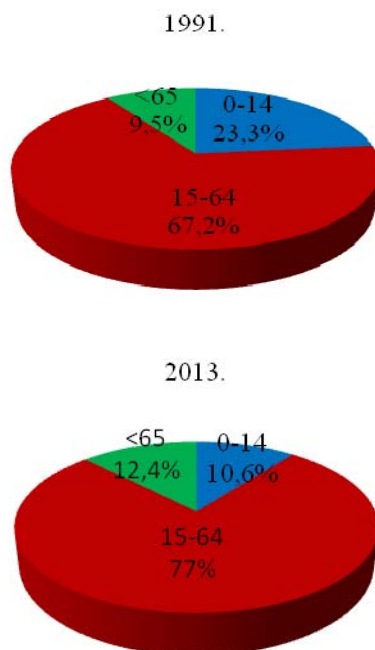
Зрело становништво чини 77% од укупног становништва у 2013. години, што је за 9,8% више него у 1991. години. *Према овим подацима, становништво града Источно Сарајево је у периоду од 1991. године до данас прешло из типа старог становништва у тип изразито старог или изразито контрактивног становништва.*

⁵ Старо или контрактивно становништво је оно у коме удео особа старих 65 и више година износи од 8,1% до 12%. Изразито старо становништво је оно у коме је удео старих преко 65 година већи од 12% (Нејашмић 2005).

Индекс старости становништва 1991. године износио је 40,6%, односно 40,6 старих становника на сто младих становника. У Источном Старом Граду чак 112,9 старих на 100 младих, док у Источној Илици 11 старих на 100 младих. Управо је критична вредност индекса старости 40,0 када и почиње демографска старост, па закључујемо да је још 1991. године становништво данашњег града Источно Сарајево ушло у *фазу демографске старости*.

Коефицијент укупне старосне зависности већи је за земље са млађим него за земље са старијим становништвом, и то у развијеним земљама и у земљама у развоју (Нејашмић 2005). Овај коефицијент у граду Источно Сарајево 1991. године имао је вредност од 48,8%, углавном је био уједначен у свим општинама града.

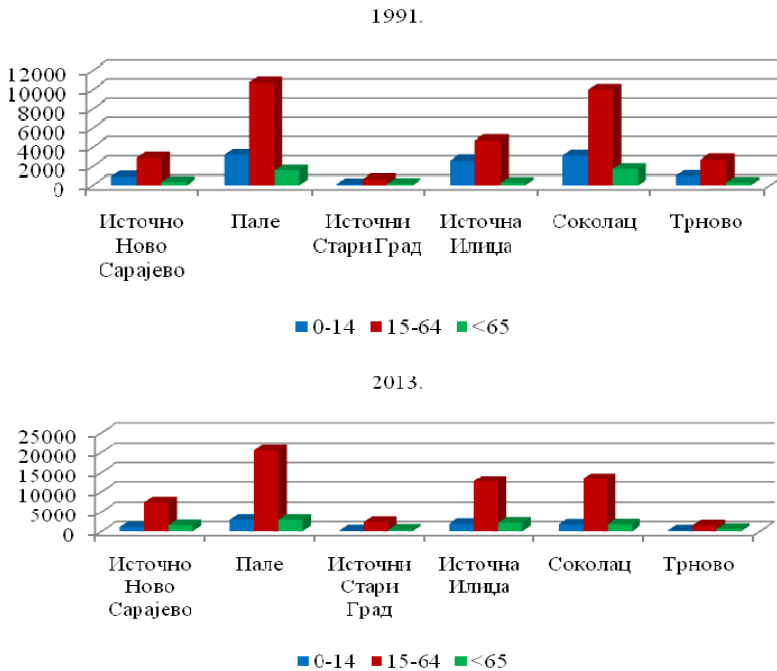
Графикон 2: Становништво града Источно Сарајево по основним старосним групама 1991. и 2013. године



Индекс старости становништва 2013. године износио је 117%, односно 117 старих становника на 100 младих становника. Највише старих на сто младих има општина Трново, чак 238,2, док најмање има општина Пале, 100.

Коефицијент укупне старосне зависности у граду Источно Сарајево у 2013. години износи 29,9%, односно креће се од 25,8% у општини Соколац до 59,2% у општини Трново.

Графикон 3: Становништво по општинама града по основним старосним групама 1991. и 2013. године

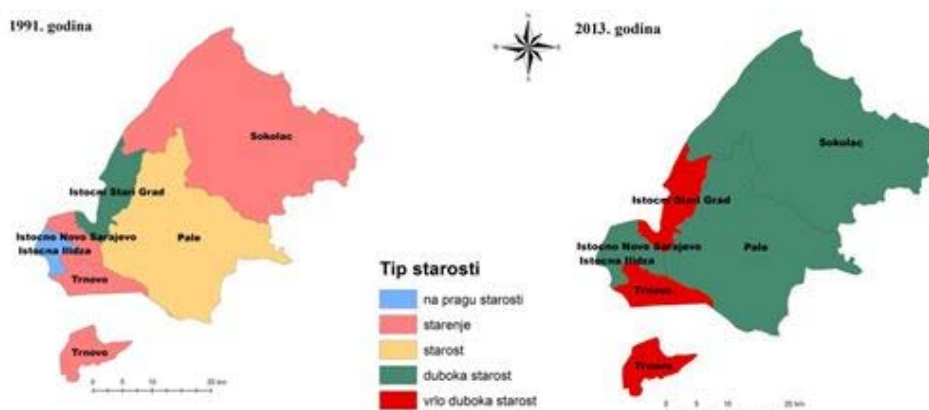


Старосна структура становништва и те како утиче на будући развој становништва, па је стога неопходно пратити је и анализирати. Промене укупног броја становника у позитивној је колерацији са уделом младог становништва. Такође, стопа наталитета зависи од старосног састава женског фертилног контингента. Исто тако и стопа морталитета зависи од старосне структуре, затим утиче на број склопљених бракова, стопу миграције и на крају на обим радне снаге.

На основу удела младог и старог становништва извршена је и типизација простора данашњег града Источно Сарајево за 1991. и 2013. годину. Пре 22 године овај простор је, према наведеној типизацији, припадао типу 3 који има обележје старости (трећи тип од могућих 7 типова, где седми тип означава крајње дубоку старост становништва). На исти начин дошло се до података да су се 1991. године посебно издвајале општине Источна Илиџа, која је припадала типу 1, односно становништву на прагу старости, а општина Источни Стари Град типу 4, односно, становништву дубоке старости.

У 2013. години стање се погоршало, па град Источно Сарајево припада типу 4 који има обележје дубоке старости. Изузев општина Источни Стари Град и Трново које припадају типу 5, који има обележје врло дубоке старости, остале општине припадају типу 4.

Карта 1: Општине града Источно Сарајево према типу старости у 1991. и 2013. Години



Закључак

Истраживање и анализа доступних података потврдила је претпоставку о старењу становништва на глобалном нивоу, али исто тако истраживање је показало да је овај проблем присутан и на локалном нивоу, односно на простору града Источно Сарајево.

Процес старења становништва је проблем који захтева међународну координацију на националном и локалном нивоу. Уједињене нације и друге мађународне организације су дале одређене препоруке за ублажавање негативних последица старења становништва као што су: реорганизација система здравствене заштите, промене у политикама на тржишту рада, миграција, породица, промоција здравог стила живота и боља сарадња између влада у решавању социоекономских и политичких проблема узрокованих старењем становништва.

Босна и Херцеговина, Република Српска, град Источно Сарајево су у још тежој демографској ситуацији, када је реч о процесу старења становништва, јер су многе развијене земље света са истим проблемом ипак у бољој позицији с обзиром на висок животни стандард њиховог становништва.

Излаз из проблема и спречавање последица старења становништва могу се постићи кроз адекватне мере подстицајне популационе политике које ће утицати на повећање наталитета, односно подстаћи родитеље да имају више деце, а све у складу са њиховом жељама и могућностима.

Литература

Вертхеимер-Балетић 2004: А. Wertheimer-Baletić, Depopulacija i starenje stanovništva – temeljni demografski procesi u Hrvatskoj, *Društvena istraživanja*, година 13, 4/5, 72–73, Zagreb, 631–651.

Живић 2003: Д. Živić, Demografske odrednice i posljedice starenja stanovništva Hrvatske, *Revija za socijalnu politiku*, година 10, 3–4, Zagreb, 307–319.

Живковић, Јовановић 2007: Д. Живковић, Ј. Јовановић, Метод компарације у картографском моделовању демографских показатеља, *Демографија*, IV, Београд, 29–36.

Нејашмић 2005: I. Nejašmić, *Demogeografija: Stanovništvo u prostornim odnosima i procesima*, Zagreb: Školska knjiga.

Обадић, Смолић 2008: А. Obadić, Š. Smolić, Ekonomske i socijalne posljedice procesa starenja stanovništva, *Ekonomski istraživanja*, 21(2), Zagreb, 86–98.

Подаци добијени из Федералног завода за статистику Босне и Херцеговине.

Попис становништва, домаћинства и станова у БиХ 2013, Прелиминарни резултати, Републички завод за статистику Републике Српске, Бањалука, 2013.

Уједињене нације 2013, United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2013). World Population Prospects: The 2012 Revision, DVD Edition.

Фригановић 1978: М. Friganović, *Demogeografija: Stanovništvo svijeta*, Zagreb: Školska knjiga.

ТУРИСТИЧКО-ГЕОГРАФСКИ ПРИКАЗ НИШКЕ БАЊЕ

Увод

Развој туризма на простору Нишке Бање од давнина је условљен постојањем термалних вода. Овај природни ресурс као и повољан географски положај одредио је здравствено-лечилишну функцију овог простора. Поред термалних вода Нишка Бања је богата и другим природним и антропогеним туристичким вредностима. У укупном промету туриста у бањским местима у Србији, Нишка Бања учествује са око 10%. Према оствареним ноћењима туриста налази на трећем месту, одмах иза Врњачке и Сокобање.

Општина Нишка Бања простире се на површини од 115 км² и обухвата 17 насеља. Заједно са још четири градске општине чини интегрални део града Ниша. Заузима положај у крајњем југоисточном делу Нишке котлине, а сва насеља која јој припадају изузев Сићева, смештена су на левој обали реке Нишаве.

Анализом атрактивног потенцијала, стања материјалне базе и карактеристика туристичког промета утврђен је на степен развијености туризма у Нишкој Бањи као и тенденције будућег развоја туризма.

Туристичко-географски положај

Нишка Бања се одликује веома повољним положајем. Смештена је у југоисточном делу Нишке котлине, на територији источне Србије. Нишка котлина је доста изолована планинама као што су Калафат, Сврљишке планине, Сува планина и Селичевица. Међутим за развој саобраћајне мреже ово није представљало ограничавајући фактор. Широка отвореност котлине ка Јужној Морави на западу и долина Нишаве на истоку су пресудно утицале да саобраћајна мрежа добије садашњи изглед.

Положај Нишке Бање према важнијим комуникацијама одређен је путним правцем Е-75, Београд–Ниш, и правцем Е-80, Ниш–Софија. Врло важна комуникација је и железничка пруга Ниш–Софија која пролази кроз Нишку Бању. На повољан туристичко географски положај Нишке Бање утиче и близина поједних градских центара као дисперзива туристичке тражње. У зони друмске удаљености до 100 км налазе се : Ниш , Пирот, Заје-

* milovanovic.milan@yahoo.com

чар, Лесковац. У другој зони друмске удаљености до 200 км су: Неготин, Крагујевац, Приштина, Краљево, док се у трећој зони друмске удаљености на 200–500 км налазе: Београд, Нови Сад, Суботица... Од великог значаја је и близина аеродрома у Нишу који у будућности може имати велики значај за развој иностраног туризма у Нишкој Бањи.

На основу целокупне анализе саобраћајно-географског положаја свих бања у Србији, Нишка Бања се сврстава у групу бања са најпрометнијим положајем (Јовичић 2008: 3–18).

Природне туристичке вредности

Природне туристичке вредности чине основу за развој туризма на простору Нишке Бање. Поред термалних извора који представљају главне адуте за развој туризма, Нишка Бања обилује морфолошким, климатским, хидрографским и биогеографским туристичким вредностима.

Термоминералне воде представљају окосницу развоја туризма Нишке Бање. Извори топле воде Нишке Бање условљени су специфичностима геолошке грађе терена и постојањем тектонских раседних линија, које указују на бурну геолошку прошлост (Станковић 2009). Воде Нишке Бање спадају у хомеотермалне минералне воде са повећаном концентрацијом гвожђа, алуминијума, сулфата, нитрата. Сви извори се одликују повећаном радиоактивношћу воде што има посебан значај за лечење одређених индикација. Термалне воде избијају на површину у виду више термално-крашких врела дуж студенског и заплањског раседа, од којих су најзначајнији Главно врело, Сува бања и Школска чесма.

Главно врело је један од издашнијих извора термалних вода у Србији, просечне издашности 35–40 l/s. Температура воде износи 37°C–39°C. Вода са Главног врела припада радиоактивним хомеотермама радиоактивности 10,53 до 13,4 махових јединица (Васић 2007). Лековита својства воде Главног врела су познавали и Римљани о чему сведочи каптажа овог врела у виду куполе озидане од опеке. Овај куполаст објекат је и данас очуван. Вода Главног врела снабдева више објеката и има највећи значај у развоју лечилишне функције бање. Старо купатило из 17. века, главно купатило и базени медицинских стационара „Радон“, „Зеленгора“, „Терме“ и „Озрен“ се снабдевају водом са овог врела.

Сува бања је друго врело по издашности, просечно 14–42 l/s. Температура воде као и издашност доста варира и износи 12–37°C. Вода овог врела припада радиоактивним хомеотермама. Радиоактивност се креће у опсегу 5,96–6,75 махових јединица (Станковић 2009). Сува бања је у прошлости представљала периодични извор који лети пресушује па је по томе и добила име. При великим кишама вода врела се расхлађивала и мутила. Каснијим радовима је снижен ниво истицања, од када овај извор непрекидно истиче. Ово врело је и данас променљиве издашности јер се на-

паја и периодичним водама понорница и атмосферском водом коју прикупљају вртаче (Васић 2007).

Школска чесма је најслабије врело издашности свега 2,5 l/s. Температура воде износи 17,5°C. Ипак воде овог извора спадају у најрадиоактивније воде у Србији. Радиоактивност износи 36,38 до 54,70 махових јединица.

Куриозиотет ове бање представља пелоид, лековито блато које се користи у медицинске сврхе. Овај радиоактивни бигар је веома редак у природи (Станоковић 2009). Термалне воде се у терепијама користе за пиће, купање и инхалирање. Медицинске индикације које се могу лечити су многобројне: реуматичне болести, кардиоваскуларне болести, неуролошка обољења, болести метаболизма, гинеколошка обољења.

Нишка Бања се одликује веома повољним климатским условима који подстичу развој здравствено-лечилишног али и других видова рекреативног туризма. На овом простору је заступљена умерено континентална клима са амплитудама средњих месечних температура мањих од 23°C (Ракићевић 1980: 31–42). Средња месечна температура Нишке Бање за период 1981–2010. показује правилан распоред са појавом једног истакнутог минимума у јануару и максимума који је готово истоветан у јулу и августу. Најнижа средња месечна температура у јануару је позитивна и износи 0,6°C, што је права реткост у Србији. Месец јул је са највишом средњом месечном температуром од 22,5°C, мада и се и месец август одликује изузетно високим температурама од 22,3°C. Анализом средњих јануарских и средњих јулских температура стиче се утисак да су лета у Нишкој котлини изузетно топла а зиме благе. Иако није ни најјужнија нити бања са најмањом надморском висином Нишка Бања са средњом годишњом температуром од 11,9°C је најтоплија бања Србије.

За потребе туризма често се користе одређени температурни прагови. Рекреационо-купалишни период, односно клима комфора представља период када је средња дневна температура изнад 20°C (Мађејка 1985). У Нишкој котлини овај период почиње 1. јуна а завршава се 28. августа. Према томе, Нишка Бања је бања са најдужом купалишном сезоном у Србији која траје 88 дана. Период погодан за излетнички туризам је онај са средњом дневном температуром ваздуха изнад 12°C. Овај период почиње 15. априла и завршава се 7. новембра, дакле траје читавих 206 дана (Ивановић et al 2011: 83–98).

Табела 1: Средња месечна температура Ниша за период 1981–2010. година

месец	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	просек
T(C°)	0,6	2,4	7,0	12,2	17,1	20,4	22,5	22,3	17,4	12,3	6,4	2,1	11,9

Извор: Републички хидрометеоролошки завод Србије (<<http://www.hidmet.gov.rs>>).

Количина падавина је веома значајна за туристичка кретања. Са само 580 мм падавина ово је бања са минималном количином атмосферског талога. Највише падавина се излучи у току пролећа, за време маја и јуна 56–58 мм, док су најмање суме забележене током октобра, свега 45 мм. Лето је такође доста суво, јер током јула и августа висина атмосферског талога износи 46 мм. Релативна влажност ваздуха није велика ни у најкишовитијим месецима. Највећа је у јануару 81%, а најмања у јулу 65%. Ово је од значаја за годишњи ток инсолације (група аутора 1995). Нишка Бања има годишње близу 2000 сунчаних сати и то највише у јулу и августу, а најмање у децембру и јануару. Ваздушна струјења на овом подручју су условљена морфологијом терена. Морфолошка изолованост Нишке котлине утиче на велики број дана без ветра.

Свежином ваздуха и неким микроклиматским особеностима Нишка Бања се намеће као пријатно климатско место крајње контрастно градским насељима са много становника, индустрије и саобраћаја (група аутора 1995).

Табела 2: Средња месечна сума падавина у Нишу 1981–2010.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Сума
38,8	36,8	42,5	56,6	58,0	57,3	44,0	46,7	48,0	45,5	54,8	51,5	580,3

Извор: Републички хидрометеоролошки завод Србије (<<http://www.hidmet.gov.rs>>).

Морфолошке специфичности терена су разноврсне али су слабо туристички валоризоване. Сува планина и две клисуре представљају најзначајније геоморфолошке туристичке мотиве овог простора.

Сува планина се простире југоисточно од Нишке Бање и представља једну од највиших планина Србије. Назубљени врхови Соколов камен (1552 м), Трем (1810), Стражиште (1713) и други оправдавају назив који је овој планини дао Јован Цвијић, називајући је Алпима на истоку Србије. На 800 метара надморске висине се налази планинарски дом „Бојанине воде“ где је изграђена и стаза за скијање са просечним нагибом од 43,5%. До активирања зимског туризма још увек није дошло због недостатка инвестиционих улагања, лоше путне инфраструктуре, непостојања ски-лифта (раније је постојала жичара која је ван функције). До највишег врха планине вијуга добро обележена планинарска стаза са које се пружа поглед на читаву Нишку котлину. Куриозитет планине представља крдо дивљих коња које се креће на широком простору од Ракоша до Соколовог камена (Васић 2007).

Јелашничка клисура се налази на свега неколико километара од Нишке Бање ка планинарском дому „Бојанине воде“. Проглашена је за специјални резерват природе због својих посебних геоморфолошких, климатских и биогеографских карактеристика. Река Студена је ускела у кречњачки обод Суве планине ову клисуру, дугу 2 км, на појединим местима ширине

свега 7–8 метара. Конфигурација клисуре погодна је за планинарско-алпинистичке спортове са великим бројем споротско-пењачких смерова. Река је изузетно хладна и као таква није погодна за купање. Туристички значај клисуре је представљен великим бројем специфичних крашких облика као што су окапине, каверне, прозорци, водопад. Својом лепотом истичу се водопад Рипаљка, Јелашнички и Чуљенички прозорац.

Источно од Нишке Бање налази се Сићевачка клисура. Дуга је 16 км и спаја Нишку и Белопаланачку котлину. Због великог броја ендемских врста проглашена је парком природе. Атрактивни потенцијал клисуре чине добро очувани пејзаж, велика разноврсност биодиверзитета и кањонска долина Нишаве. Велики број слапова и брзака омогућавају активирање екстремних видова туризма. Рафтинг или возња кајака су само неке од спортских активности које се могу обављати.

Развоју бањског туризма доприноси и богатство биогеографских туристичких вредности. Подручје Нишке Бање је познато по лековитом биљу као што су: кантарион (*Hypericum perforatum*), мајчина душица (*thymus serpyllum*), хајдучка трава (*achilea millefolium*), медвеђи лук (*allium ursinum*), камилица (*matricaria chamomilla*). Флора овог простора је представљена реликтним врстама рамонда сербија (*ramonda serbica*) и рамонда наталија (*ramonda nathaliae*) које су се задржале само на ужем простору Јелашничке клисуре. Сакупљање овог биља и брање шумских плодова су само неке од активности које туристима готово уште нису презентоване.

Антропогене туристичке вредности

Поред бројних природних туристичких вредности у туристичкој понуди Нишке Бање налазе се и антропогене туристичке вредности. Ове мотивске вредности нису носиоци туристичке понуде и њихов значај се огледа у обогаћивању боравка туриста. На основу туристичке вредности, могућностима валоризације и облику појављивања, антропогене туристичке вредности могу се поделити на: културно-историјске споменике и културно-туристичке манифестације (Радивојевић et al. 2010: 111–125). Високим степеном туристичке атрактивности одликују се културно-историјски споменици: остаци касноантичке гробнице, Црква Светог Пророка Илије у Нишкој Бањи, Манастир Пресвете Богородице у Сићеву, Манастир Свете Петке Иверице у атару села Островица. Поред овога, истичу се и одређена архитектонска здања.

Значајни археолошки локалитети налазе се у Сићевачкој клисури. У пећинама Мала и Велика Баланица откривени су остаци палеолитског човека. С обзиром да су пећине кратке и тешко доступне, није могуће активирати их у сврху туризма.

Приликом изградње хотела „Радон“ пронађена је касноантичка гробница, за коју се сматра да датира из петога или шестога века нове ере.

Овај историјски споменик је конзервиран и налази се на самом улазу у хотел „Радон“.

Од сакралних објеката са историјским значајем истиче се Манастир Пресвете Богородице у Сићевачкој клисури. Првобитну цркву изградио је краљ Милутин у XIV веку. Турци су је често палили па је црква премештена у виши предео Сићевачке клисуре. Комплекс манастира данас чине црква посвећена Вавдењу Свете Богородице, манастирски конак, чесма, звоник са два звона и новоизграђени конак. Поред овог манастира истичу се још: Манастир Свете Петке Иверице у атару села Островица, Црква Св. Илије Пророка као једина црква која се налази у Нишкој Бањи.

Бројне виле изграђене у периоду између два светска рата доприносе естетском доживљају туриста. Најпознатија је вила „Јела“ коју мештани зову „Краљева вила“, због честих посета краља Александра Карађорђевића овој вили. Изграђена је 1930. године. Позната је била и вила „Зоне“ у власништву Драгише Цветковића. Данас је ова вила савремено опремљена и чини део стационара „Терме“. Остале виле које красе простор Нишке Бање су вила Теокаревић, вила Ристић итд.

Културно-туристичке манифестације у Нишкој Бањи су локалног карактера. У време летње сезоне се одржавају се бројне спортске и културне манифестације као што су: Фестивал полена, Дани јоргована, Пихтијада и друге.

Материјална база развоја туризма

У функционалној структури туристичке ресурсне основе у Нишкој Бањи издвајају се смештајно-угоститељски објекти. Као непосредни туристички ресурси имају циљ да обезбеде услове за боравак гостију и туристичке активности (Павловић 2008: 99–108).

Континуитет коришћења термалних вода на овом простору је дуг скоро два миленијума. Познато је да су још Римљани уживали у благодетима климе и топле воде Нишке Бање. До развоја савременог бањског туризма је дошло знатно касније. Први смештајни објекти граде се по ослобођењу од Турака, око 1880. године. Први туристи евидентирани су 1898. године када их је било свега 19. У периоду до краја Другог светског рата у бањи је почињало и престајало са радом више хотела, кафана, вила. Познатији су били хотел „Ловац“ на месту данашњег хотела „Србија“, павиљон краља Милан (а касније и краља Александра) Обреновића, кафана (хотел) „Белкић“, вила „Јела“ из 1930. године и друге. Године 1925. Нишка Бања је имала четири хотела, настарији је био хотел „Нишка Бања“, подигнут почетком XX века (Васић 2007). Бања доживљава процват тридесетих година XX века када честе посете краља Александра Карађорђевића Бањи условљавају експанзију у изградњи вила и других објеката. Изградњом трамвајске пруге побољшава се повезаност Бање и Ниша, што је још више подстакло развој туризма у Бањи.

Године 1950. бањско лечилиште је располагало са четири хотела и две виле, односно 570 постеља. Истицано је да су према броју посетилаца смештајни капацитети недовољни, чак и са 800 постеља у приватном смештају.

Табела 3: Упоредни преглед смештајних капацитета Нишке Бање за 2005. и 2012. годину

Објект	Категоризација	Број лежајева (2005. година)	Број лежајева (2012. година)
Партизан	Хотел ***	120	Ван функције
Озрен	Хотел***	174	Ван функције
Србија	Хотел	Ван функције	Ван функције
Стационар Радон, Зелегора, Терме	Стационар некатегорисан	560	560
Приватни смештај	Категорије * – ***	926	926*
Приватни смештај	Некатегорисан	800	800*
Укупно		2580	2286

Извор: Студија развоја локалне економије града Ниша, Београд, новембар 2005; Теренска истраживања 2012.

Данас Нишка Бања располаже са свега 2286 постеља у објектима различитих категорија. Овако мали број постеља је недовољан за активирање разних видова туризма. Носилац бањског туризма овог простора је Институт за лечење и рехабилитацију „Нишка Бања“. Укупан смештајни капацитет института је 560 лежајева, распоређених у 3 стационара: „Радон“, „Зеленгора“ и „Терме“. Највећи и најсавременији је стационар „Радон“ смештен у централном делу Бање, поред главног шеталишта. Изграђен је 1985. године и располаже са 300 лежајева. Поред смештајних капацитета овај објект поседује и велики амфитеатар са 300 места, пленум салу капацитета 60 места, ресторан, затворен базен са термалном водом, савремени wellness спа-центар. Стационар „Зеленгора“ је изграђен још 1938. године када је носио име „Бановински хотел“. Располаже са 160 постеља. Стационар „Терме“ се састоји од 3 виле, међусобно повезане топлом везом, које располажу до 100 лежајева у савремено опремљеним собама и апартманима. Сваки од стационара представља засебну целину и располаже, осим смештајним капацитетима, и терапијским блоком. У овим објектима успешно се спроводи хидро, кинези, електро и пелотидо терапија. Осим здравствено-лечилишног у објектима института има услова за одвијање и других видова туризма. Базен, тениски терени, отворени и затворени терени за кошарку, рукомет и друге спортове омогућују активирање спортско-рекреативног туризма. Амфитеатар и пленум сала хотела „Радон“ чине добру основу конгресног туризма. Хотел „Озрен“ и хотел „Партизан“ су део јединственог комплекса са укупним смештајним капацитетом од 294 лежа-

ја, две ресторана, три салона. Сви смештајни капацитети одликују се веома добрим положајем. Смештени су на самом бањском шеталишту окружени лепо уређеним парком.

Без обзира на погодности и пријатан амбијент који нам пружа, простор Нишке Бање не садржи адекватну материјалну базу за развој туризма. Осим Института за лечење и превенцију „Нишка Бања“ који је савремено опремљен, понуда простора Нишке Бање није на задовољавајућем нивоу. То се дешава као последица лоше приватизације хотела „Озрен“, „Партизан“ и „Србија“ који данас нису у функцији. Поред тога понуда у приватном смештају није адекватно опремљена према стандардима развоја туризма, па не задовољава потребе туриста, и то нарочито страних.

Промет туриста

Промет туриста и број остварених ноћења у Нишкој Бањи су параметри који директно указују на степен атрактивности Нишке Бање и њену препознатљивост на туристичком тржишту. Праћење броја туриста врши се од 1898. године, када је забележено свега 19 туриста.

Година	Домаћи	Страни	Година	Домаћи	Страни
2012.	11,6	1,9	1995.	6,5	3,0
2011.	9,6	2,9	1994.	7,9	1,4
2010.	10,4	3,1	1993.	8,7	1,4
2009.	10,2	2,8	1992.	8,1	2,5
2008.	9,0	8,1	1991.	9,5	1,1
2007.	9,1	2,6	1990.	9,9	1,1
2006.	9,3	3,7	1989.	10,6	1,3
2005.	6,2	2,2	1988.	11,4	1,3
2004.	6,7	3,1	1987.	11,3	1,2
2003.	7,0	3,8	1986.	11,4	1,4
2002.	5,9	3,5	1985.	13,3	2,5
2001.	10,4	3,8	1984.	13,5	3,3
2000.	8,8	6,6	1983.	14,0	4,8
1999.	11,6	5,3	1982.	14,7	3,0
1998.	10,1	3,7	1981.	14,6	2,3
1997.	9,3	3,5	1980.	13,7	2,1
1996.	9,8	5,7			

Извор: <www.stat.gov.rs>.

Просечна дужина боравка туриста у Нишкој Бањи се знатно променила у последњих 30 година. Туристички боравци су све краћи и краћи. Некада су туристи боравили у бањи и дуже од 15 дана, док је данас просек испод 10 дана.

Ипак примећује се велика разлика у дужини боравка домаћих и страних туриста. Страни туристи последњих година бораве просечно краће од 3 дана, што указује на транзитно обележје туристичког промета. Са друге стране, домаћи туристи се често задржавају и дуже од 10 дана. Мали број страних туриста и њихово кратко задржавање су последица непрепознатљивости Нишке Бање на туристичком тржишту и немогућности да се задовоље високи критеријуми страних туриста.

График 1: Кретање броја туриста у Нишкој Бањи за период 1980–2011. године



Извор: <www.stat.gov.rs>.

Број туриста у Нишкој Бањи током осамдесетих година бележи стабилне вредности и креће се у распону између 30.000 и 41.000. До великих промена у туристичком промету долази почетком деведесетих година, пре свега из економских и политичких разлога. У току 1993. године Нишку Бању је посетило 19.007 туриста, што је најмањи број туриста у последњих 30 година. Период 1990–2000. година одликује се веома сиромашном туристичком посетом, где је структура домаћих и страних туриста изузетно неповољна. Број иностраних туриста у овом периоду се мери у стотинама. У току 1995. године је забележено свега 100 страних туриста.

Апсолутно највећу посету Бања је остварила у 2000. години, када је број туриста био преко 47.000. Међутим, обим туристичког промета у последњој деценији указује на стагнацију у развоју туризма. Последњих година број туриста се креће између 20.000 и 25.000, што је далеко од жељеног броја.

Анализа остварених ноћења указује на велике варијације. Највећи број ноћења остварен је током осамдесетих година 20. века. У овом периоду туристи су просечно остваривали преко 400.000 ноћења годишње. Смањен број туриста почетком деведесетих година условио је знатно мањи број ноћења у Нишкој Бањи. Већ 1991. године број остварених ноћења износио је 193.793. Број туристичких ноћења достигао је минимум од 163.065 у 1993. години. Крајем деведесетих година број ноћења се повећава и достиже максимум у 2000. години, од преко 400.000 ноћења. У првој деценији 21. века, сагласно смањеном броју туриста, смањује се и број остварених ноћења.

Табела 5: Број ноћења туриста у Нишкој Бањи							
Година	Домаћи	Страни	Укупно	Година	Домаћи	Страни	Укупно
2011.	194.985	3.621	198.606	1995.	207.700	300	208.000
2010.	208.772	3.262	212.034	1994.	196.500	500	197.000
2009.	211.267	4.207	215.474	1993.	163.065	463	163.528
2008.	227.580	9.151	236.731	1992.	208.449	490	208.939
2007.	228.802	4.431	233.233	1991.	193.793	5.609	199.402
2006.	195.546	5.803	201.349	1990.	260.654	11.041	271.695
2005.	139.365	7.790	147.155	1989.	302.224	7.647	309.871
2004.	163.566	5.363	168.929	1988.	405.275	4.338	409.613
2003.	148.348	3.893	152.241	1987.	414.955	5.506	420.461
2002.	165.825	3.896	169.721	1986.	454.058	2.674	456.732
2001.	299.064	2.097	301.161	1985.	447.933	1.036	448.969
2000.	417.934	2.969	420.903	1984.	447.833	845	448.678
1999.	262.325	953	263.278	1983.	451.800	1.108	452.908
1998.	311.460	1.982	313.442	1982.	453.165	679	453.844
1997.	224.263	2.535	226.798	1981.	466.980	745	467.725
1996.	263.863	1.885	265.748	1980.	457.625	558	458.183

Извор: <www.stat.gov.rs>.

Врсте туризма

Савремени бањски туризам почива на комплементарности разних видова туризма. Концепт строго специјализованих и униполарних бања највећим делом је превазиђен (Јовичић 2008: 3–18). Према томе, треба тежити развоју и повезивању више видова туристичких активности.

Термоминерални извори чине основу развоја здравствено-лечишног туризма у Нишкој Бањи. Радиоактивне хомеотермалне воде, пелоид и радиоактивни гас радон користе се у лечењу великог броја медицинских

индикација. Лечење и рехабилитација пацијената се одвија у савремено опремељеним стационарима „Радон“, „Зеленгора“ и „Терме“. Иако малих капацитета ови објекти су изашли на туристичко тржиште са изузетном понудом. Хотел „Радон“ располаже савременим wellness spa-центром „Sense“ у коме се пружају најсавременије услуге туристима. Wellness spa-центар „Sense“ је пуштен у рад 2007. године са циљем да привуче госте који би овде долазили из превентивних разлога. Базен, сауна, вибросауна, различите врсте масажа су само неке од услуга које се пружају туристима. Ове активности, као и велики број других укомпоноване су у викенд-пакете.

Погодне климатске карактеристике овог простора подстичу развој спортско-рекреативног туризма. Са великим бројем сунчаних сати и најдужом купалишном сезоном Нишка Бања се одликује веома добрим условима за развој летњег купалишног и спортског туризма. Разлози за неактивирање овог вида туризма леже у непостојању отвореног базена, спортских терена али и смештајних капацитета. Морфолошка разноврсност терена у залеђу Нишке Бање оставља могућности за аткивирање излетничког туризма, планинарења као и неких екстремнијих активности. Сува планина и Јелашничка клисура располажу са више маркираних планинарских стаза којима се могу обићи крашки феномени у Јелашничкој клисури (прозорци, водопад), или се може стићи до највиших врхова Суве планине (Трем, Соколов камен). Специфичност простора Нишке Бање огледа се у могућностима за активирање одређених екстремних активности. Због повољне руже ветрова, Коритњак се сматра једним од најпогоднијих и најбезбеднијих места за параглајдинг. Кречњачки одсеци Јелашничке клисуре пружају добре услове за спортско пењање. Велики број пењачких смерова на природној стени привлаче заљубљенике ове екстремне активности. Од екстремних спортова који се могу активирати значајне су и вожња кајака и кануа. Брзе воде Нишаве у Сићевачкој клисури имају неискоришћени потенцијал за активирање ових спортова.

Институт „Нишка Бања“ поред здравствених услуга се бави и организацијом конгреса, симпозијума и разних скупова. Савремено опремљен амфитеатар са 300 места, пленум сала, ресторан и wellness spa-центар омогућавају одржавање великог броја скупова, при чему се посетиоцима пружа врхунска услуга. Институт је и наставно-научна установа из области медицинских наука те је највећи број скупова темаског карактера.

На простору Јелашничке клисуре постоје изузетни услови за развој сеоског туризма. Изузетно очувана природна средина и активности као што су припремање традиционалне хране, сакупљање шумских плодова, лековитог биља и печурака чине основу за развој овог вида туризма. Међутим ова врста туристичког промета је у потпуности неразвијена. Највећа препрека развоју туризма на селу је депопулација. На простору општине Нишка Бања већ је угашено једно насеље (Коритњак) а велики број је пред нестанком. Како би се то спречило, неопходно је изградити детаљну стратегију развоја туризма у селима, едуковати становнике, опремити домаћинства

за пријем гостију. Велики проблем је и недостатак инфраструктуре и лоша саобраћајна повезаност сеоских насеља са општинским центром.

Закључак

Развој здравствено-лечилишног туризма у Нишкој Бањи заснован је на лековитим својствима термоминералних вода. Уз термалне изворе и бројне туристичке вредности, највећи потенцијал Нишке Бање јесте сигурно повољан географски положај. Велики број друмских и железничких магистрала повезује Бању са градовима у Србији и иностранству.

Поред свих погодности које има, Нишка Бања није успела да развије интегралну туристичку понуду по којој би била препознатљива на иностраном туристичком тржишту. Веома мали број страних туриста указује на локалну контрактивну зону Нишке Бање.

Велики проблем представља лоша смештајна рецептива. Основни капацитети, који су били носиоци развоја туризма у прошлости су затворени и запуштени док смештај у приватном сектору не задовољава основне туристичке стандарде. Позитиван пример туристичког пословања представља wellness сра-центар „Sense“ у оквиру хотела „Радон“. Савремене услуге које пружа стручни кадар овог хотела задовољавају и највише туристичке стандарде.

Неопходно је да се поред лечилишне функције развију и други видови туристичког промета.

Литература

- Васић 2007: Ј. Васић, *Нишка Бања*, Ниш.
- Група аутора 1995: *Енциклопедија Ниша – Природа простор становништво*, Ниш, Градина.
- Ивановић et al. 2011: Р. Ивановић, Н. Мартић – Бурсаћ, М. Ивановић, М. Николић, Термичке карактеристике ваздуха Нишке котлине у функцију бржег развоја привреде, Београд: *Гласник српског географског друштва* 91 (2), 83–98.
- Јовичић 2008: Д. Јовичић, Стање и перспективе развоја бањског туризма у Србији, Београд: *Гласник српског географског друштва*, 88 (4), 3–18.
- Јовичић 2002: Ж. Јовичић, *Туризам Србије*, Београд: Туристичка штампа.
- Маћејка 1985: М. Маћејка, *Клима бања уже Србије*, Београд: Српско географско друштво, посебна издања, књига 63.
- Павловић 2008: С. Павловић, Туризам у функцији развоја бање Горња Трепча, Београд: *Гласник српског географског друштва*, 88(4), 99–108.

Радивојевић et al. 2010: А. Радивојевић, И. Филиповић, Љ. Димитријевић, М. Николић, Географске основе развоја туризма у сокобањској котлини, Београд: *Гласник српског географског друштва*, 90 (3), 111–125.

Ракићевић 1980: Т. Ракићевић, *Климатско рејонирање СР Србије*, Београд: Зборник радова Природно-математичког факултета, Географски институт, св. 27, 31–42.

Станковић 2009: С. Станковић, *Бање Србије*, Београд: Завод за уџбенике.
Студија развоја локалне економије Града Ниша 2005, Београд.

Интернет извори:

<www.radonnb.co.rs>. 26. 10. 2012.

<www.hidmet.gov.rs>. 28. 10. 2012.

<www.stat.gov.rs>. више пута 2012.

РИЈЕКА КАСИНДОЛКА – ПОТАМОЛОШКА СТУДИЈА

Увод

Ријека Касиндолка¹ је водоток који се са западног обода Јахорине спушта према пространом Сарајевском пољу, гдје се као десна притока улива у Жељезницу. Њена дубоко усјечена клисура дијели Требевић (са сјевероистока) од Јахорине (са југозапада), чинећи природну границу између ове двије планине јасном. У математичко-географском погледу сливно подручје заузима положај између 43° 43' 04" и 43° 49' 35" N и 18° 18' 31" и 18° 33' 42" E. Сјевероисточна вододјелница прати један од кракова Требевића, од Малог (728 m) и Великог Крижа (831 m), преко Кобиље главе (1219 m) до Великог Оштрика (1469 m) и Букове косе (1517 m), да би потом повезивала јахоринске врхове од којих је највиши Огорјелица са 1906 m (који уједно чини и највишу тачку у сливу). Југозападна вододјелница спушта се према Сарајевском пољу западним краком Јахорине од Црног врха (1788 m), преко Врановине (1490 m), Голог брда (1225 m) и Градине (1118 m) до Тисовца (898 m), Голог брда (671 m) и Илињаче (655 m). Крајњу сјеверозападну вододјелницу са обје стране око ушћа чини равничарски крај, без већих узвишења унутар југоисточног дијела Сарајевског поља. Евентуалне непрецизности у вези са орографским и геохидролошким границама слива и могућим различитим правцима површинског и подземног отицања могу се јавити јужно од изворишта (Палошевина – гола Јахорина), јер се ради о крашком подручју са пукотинском стијенском порозношћу и већинским подземним отицањем.

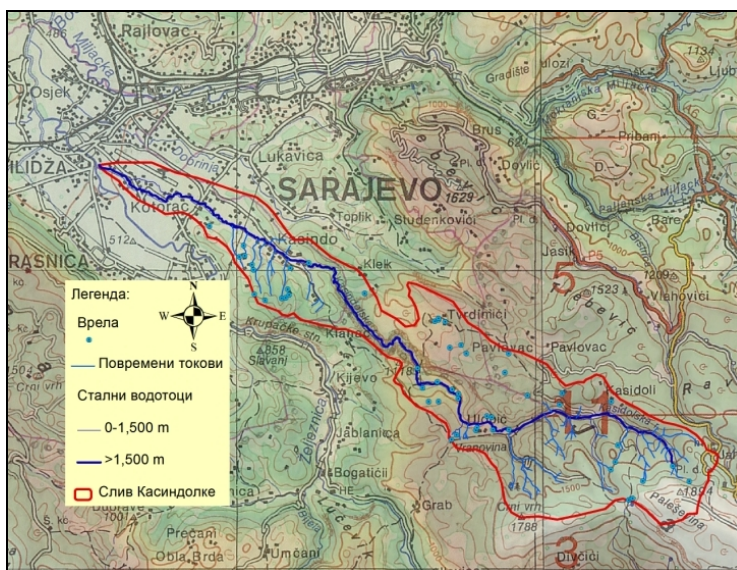
То је претежно планинска ријека (више од двије трећине површине слива) која само у доњем току, на дужини од око 9 km, тече равничарски, кроз урбанизовани простор градова Источног Сарајева и Сарајева. У једном дијелу плитко ријечно корито утиче на висок ниво подземних вода па је корито ријеке на дужини од 1,8 km бетонирано, од Доњих Младица до пута Кула–Војковићи, с циљем да се избјегне плавлeње у насељеној зони и угрожавање привредних објеката. Оно што издваја Касиндолку у односу на друге ријеке сарајевске регије је висок пад ријечног тока и значајан хидроенергетски потенцијал. Такође, карактеристична је по уском и издуженом

* draskovic.branislav@gmail.com

¹ Често се срећу различити називи за ову ријеку: Касиндолски поток, Касиндолска ријека или Касиндолка. Интересантно је да у доњем току, код насеља Доње Младице, мијења назив и „постаје“ Тилава иако сусједна ријека Добриња у горњем току носи исто име, односно настаје спајањем Тилаве и Лукавичке ријеке.

сливу, са мало сталних и повремених кратких притока чија дужина не прелази 3 km. Мерокарстно подручје слива је по физичко-географским карактеристикама хетерогено, са различитим рељефним облицима, стијенском и педолошком подлогом и специфичним климатским одликама. Планински дио, који чини преко 70% територије слива, веома ријетко је насељен, слабо истражен, са мало података. Клисуре средњег тока, од села Подивич низводно до насеља Касиндола, неприступачна је и тешко проходна, дубока на појединим мјестима преко 200 m, због чега је интересантна и за различите врсте биогеографских истраживања. Њене стране имају облик латиничног слова V, које се на појединим мјестима сужава према врху (слика 1).

Карта 1: Географски положај слива Касиндолке (у подлози карта Р 1: 200.000)



Физичко-географске карактеристике слива

У геолошком погледу подручје слива Касиндолке изграђено је претежно од мезозојских стијена тријаске старости, које заузимају око 80% територије слива. Највећи дио састоји се од кречњачких стијена средњег тријаса (анизик), које својом пукотинском порозношћу значајно утичу на хидрогеолошке одлике терена. Значајан је и доњи тријас (T_1), посебно у горњем дијелу слива, непосредно око изворишне челенке и села Улобић. Ради

се о еродибилним пјешчарима па је и рељеф овог дијела слива задобио нешто блаже нагибе претежно брежуљкастог облика.²

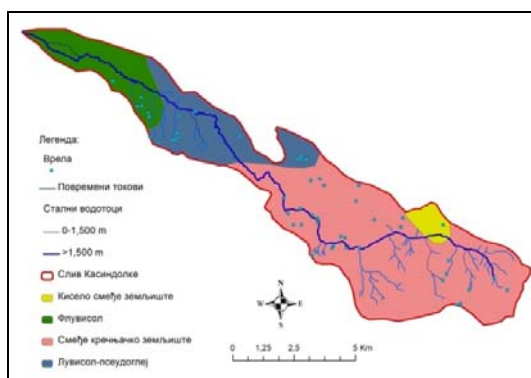
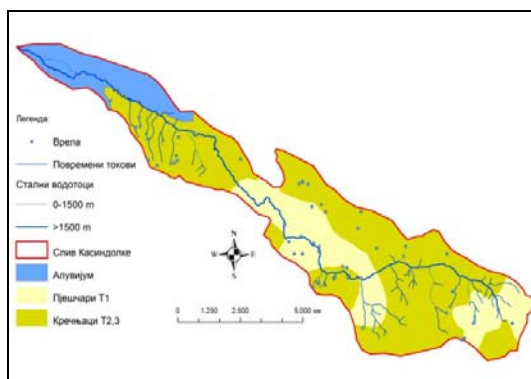
Виши хоризонти доњег тријаса (²T₁) издвојени су у простору око насеља Касиндо. Доњу границу им чине кварц-лискуновити „сарајевски пјешчари“, а горњу анизијски кречњаци. Ову јединицу претежно граде лапоровити кречњаци и лапорци. Дебљина овог пакета износи око 200 m (Гумач ОГК за лист Сарајево 1978: 21).

На основу преовлађујућих структурних форми иницијалног рељефа слив се условно може подијелити на три цјелине: горњи планински, доњи равничарски дио и уску клисуру око средњег тока. Захваљујући ниској локалној ерозионој бази, нагибу терена и различитој стијенској подлози (мекши кречњачки слојеви средњег тријаса), ријека је изградила композитну долину са неколико сужења и проширења. Енергија рељефа у највећем дијелу слива је веома изражена, доминирају стрми одсјечи, а набирања и расједања су уобичајени. На флувио-денудационе облике отпада преко 80% територије, који у комбинацији са крашким (око изворишне челенке) и флувио-акумулативним облицима (око ушћа) чине гро рељефних облика у сливу.

Квартарне наслаге заузимају око 14,2% територије слива, углавном је то алувијум око доњег тока, дебљине од неколико до више десетина метара. Ријека доноси материјал из горњег и средњег тока и таложи га у доњем, засипајући своје корито шљунком и пјеском, због чега се у прошлости често знала излити плавећи околни терен. Остали дио слива, око 5%, чине слатководни терцијарни седименти (водонепропустљиве миоценске наслаге). Посебан значај за утврђивање геолошког стуба има угљени слој који се јавља око насеља Касиндола.

² Према Љ. Рокићу (1989: 146–147) коефицијент ерозије слива Касиндолке износи 0,30 а по разорности слив спада у II категорију. Сврстан је у подручја јаке ерозије са просјечном годишњом продукцијом наноса од 1500–3000 m³/god.

Карте 2 и 3: Хидрогеолошка и педолошка карта слива ријеке Касиндолке³



Клима у сливу Касиндолке је планинско-котлинска са локалним разликама у зависности од надморске висине и рељефа, па се може констатовати да је у горњем дијелу слива планинска а у доњем котлинска. Према Кујунџићу и Говедару (2006: 101) просјечна годишња температура ваздуха на Јахорини, којој припада већи дио слива, је од 1,2° С на врху планине, до 9,5° С (МС Бјелаве – Сарајево, 630 m) у подножју. У сагласности са том процјеном је и средња годишња температура доњег дијела слива (измјерена на МС Бутмир)⁴, која износи 9,9° С. Количина падавина, такође, зависи од надморске висине, те се креће од 840 mm у Сарајевском пољу до око 1200

³ Карте су настале уз помоћ ГИС алата, дигитализацијом појединих зона са подлоге коју чине хидрогеолошка карта БиХ и педолошка карта сарајевске регије. Корићен је софтвер ArcMap Desktop 10.1.

⁴ МС Бутмир се налази у непосредној близини доњег тока Касиндолке, у Сарајевском пољу, недалеко од аеродрома Сарајево, на 518 m надморске висине. Временски низ на који се подаци односе је 1981–2010.

mm на врху Јахорине.⁵ На основу Кепенове класификације климата, нижа подручја слива углавном припадају умјерено топлим и влажном Cfb климату са топлим љетом, док хипсометријски више зоне карактерише умјерено топли Cfc климат са свјежим љетом и хладни Dfb климат са два изразита годишња доба, топлим љетом и хладном зимом.⁶

Слив Касиндолке се одликује различитим врстама тла. Хетерогеност рељефа, матичног супстрата, претежно брдско-планински предјели и обиље падавина предуслов су за врло изражену површинску ерозију, што резултира настајањем врло плитких тала које је једино могуће користити као шумске и пашњачке површине. Унутар брдских предјела средњих надморских висина (између 600 и 1000 m, терени са значајнијом површинском стјеновитошћу и већих нагиба терена) развиле су се сљедеће врсте тла: рендзине, врло плитка и плитка смеђа тла на разним матичним супстратима, а на благим падинама и увалама има и смеђих дубоких тла, као и делуввијалних тла вртача (Тумач педолошке карте Југославије, секција Сарајево 1, 1981: 45–46), односно комплекс лувисол-псеудоглеј на терцијарним седиментима, на око 19% слива. Ове површине су углавном под ливадама и воћњацима. Хумидност климе је израженија на већим надморским висинама па процеси испирања тла расту са порастом висине те се преко 1000 m срећу јако испрана и кисела тла. На планинским предјелима формирале су се сљедеће врсте тла: црнице и смеђа врло плитка и плитка тла на кречњацима и пјешчарима. С обзиром да овај тип рељефа обухвата највећу површину логично је и да ова тла покривају највећи простор унутар слива (око 63%). Мањи дио терена (око села Касидоли) заузима кисело смеђе земљиште (око 3%). Алувијало-делуввијална тла (флувисоли) развијена су у уској долини око тока Касиндолке (око 14%). Прољетне воде последице отапања снијега и обилне јесење кише стварају бујице, које долазећи у доње токове таложе ерозиони материјал.

Веgetациони комплекс такође је последица физиогених, али и антропогених фактора, јер је човјек својим дјеловањем на неким подручјима битно измијенио природне флористичке процесе. Нижи терени обрасли су вегетацијом врбе и тополе, затим деградиране шуме храста, обичног граба, јасена и лијеске, нешто виши терени су под буковом шумом, потом слиједе буково-јелове шуме⁷ и шуме јеле са смрчком, а највиши терени су под клековином бора и пашњацима. Коефицијент пошумљености слива (k_s) добија се по обрасцу $k_s = F_s/F$, у којем је F_s површина под шумом у сливу а F

⁵ 840 mm је измјерена вриједност на МС Бутмир (1981–2010) док је 1200 mm процијењена вриједност за врх Јахорине на основу вриједности термичког градијента и података са околних метеоролошких станица (24 km удаљена МС Врх Бјелашнице, 2066 m, има 1260 mm годишње).

⁶ Индекс f означава да су падавине равномјерно распоређене током године, док индекси b и c означавају топло односно свјеже љето.

⁷ У буково-јеловој шуми чести су брдски и грчки јавор по којима је планина Јахорина добила име.

укупна површина слива. Према Љ. Михићу (1987: 75) око 30 km^2 (око 49%) слива је под шумом а 4 km^2 под шикаром, док је према Пројекту регулације Касиндолке око 1,9% површине слива под воћњацима, 6,5% су ливаде и пашњаци а чак 91,6% под шумом. На основу сателитског снимка (извор: <<https://maps.google.com/>>) може се видјети (и израчунати) да је око 2/3 слива под шумом (преко 40 km^2 односно 66%) те коефицијент пошумљености износи око 0,66.

Карте 4 и 5: Сателитски снимак (вегетација) и рељеф слива Касиндолске ријеке



Хидрографске карактеристике

Касиндолска ријека извире из Тилавског врела, на 1515 m, на сјеверозападним падинама Јахорине, испод падина узвишења које носи назив Дрењин камен. Правац тока је југоисток-сјеверозапад и углавном је паралелан са Жељезницом на западу и Тилавом (слив Добриње) на истоку. То је најдужа притока Жељезнице са 27,7 km, али са несразмјерно малом повр-

шином слива⁸ „од 61,031 km² и површином подземног колектора од 48 km²“ (Јовановић 1972: 10).⁹ Најмања могућа дужина тока (L_{min})¹⁰ износи 21,7 km, па коефицијент развитка ријечног тока (K) износи само 1,27, што је типично за планинске водотоке (нема меандрирања). Ушће Касиндолке у Жељезницу налази се у Сарајевском пољу, код насеља Бутмир, на коти 497 m. Укупан ријечни пад износи високих 1018 m, а просјечни 36,7 m/km.

Просјечна ширина слива има велики хидролошки значај. Уколико је она мања у поређењу са његовом дужином, утолико ће, при осталим једнаким условима, поводањ протећи равномјерније: при отицању вода прелази дужи пут, поводањ се постепено повећава и одржавајући се приближно на истом нивоу извјесно вријеме, постепено се смањује (Дукић, Гавриловић 2006: 90). Према типизацији сливова (по Аполову и Котловаји)¹¹ слив Касиндолке спада у IV групу, тј. ријека са дугачким и скоро подједнако широким сливом, што доприноси равномјернијем протицају поводња. Дужина слива¹² (L_s) износи око 23 km а максимална ширина око 5 km. У средишњем дијелу ширина слива се смањује до 1,1 km и до ушћа не прелази 2,7 km. Средња ширина слива износи само 2,65 km.¹³

Коефицијент асиметрије слива (k_a) може бити значајан хидролошки показатељ, поготово код великих сливова који имају различите рељефне и климатске карактеристике. У случају Касиндолке он нема тако велики значај, како због мале површине слива тако и због тога што се десна и лијева страна слива по површини не разликују много¹⁴ (28,5 и 32,5 km²). Тај однос процентуално износи 53 : 47% у корист лијеве, јахоринске стране, у односу на десну, требевихку страну.¹⁵

Коефицијент пуноће слива (k_p)¹⁶ показује колико је попуњен површином слива ријеке квадрат са страном која је једнака дужини слива (L_s),

⁸ Нпр. притоке Жељезнице Бијела и Црна ријека имају знатно већу површину слива иако су краће.

⁹ Према Чичићу (1998: 33) површина слива Касиндолке износи 76 km².

¹⁰ Права која повезује извориште са ушћем.

¹¹ Типизација преузета из уџбеника Хидрологија (Дукић, Гавриловић 2006: 91).

¹² Дужина слива добија се према дужини праве која спаја ушће и извор ријеке са продужетком до развођа. То дакле није дужина ријеке плус права до развођа него права од ушћа до изворишта плус до развођа. Зато је дужина слива мања од дужине ријеке.

¹³ Неки хидролози узимају при одређивању просјечне ширине слива умјесто његове дужине (L_s) дужину главног водотока (L). У том случају средња ширина слива Касиндолке била би још мања – 2,27 km.

¹⁴ То је посебно случај када се упореде са неким ријекама попут Саве која има 3,5 пута већу десну од лијеве стране слива или Дунава чији слив је такође асиметричан (десна страна 44%, лијева 56%).

¹⁵ Ипак, и код овог податка треба бити опрезан јер се ради о крашком терену код којег се подземни правци отицања често не поклапају са површинским.

¹⁶ Добија се по обрасцу: $k_p = F/L_s^2 < 1$.

тј. колико је развијен слив. Што је он већи, утолико су већи поплавни таласи и поводњи на ријеци. У случају Касиндолке он износи само 0,115 што говори да би поплавни таласи и поводњи не би требало бити бурни.

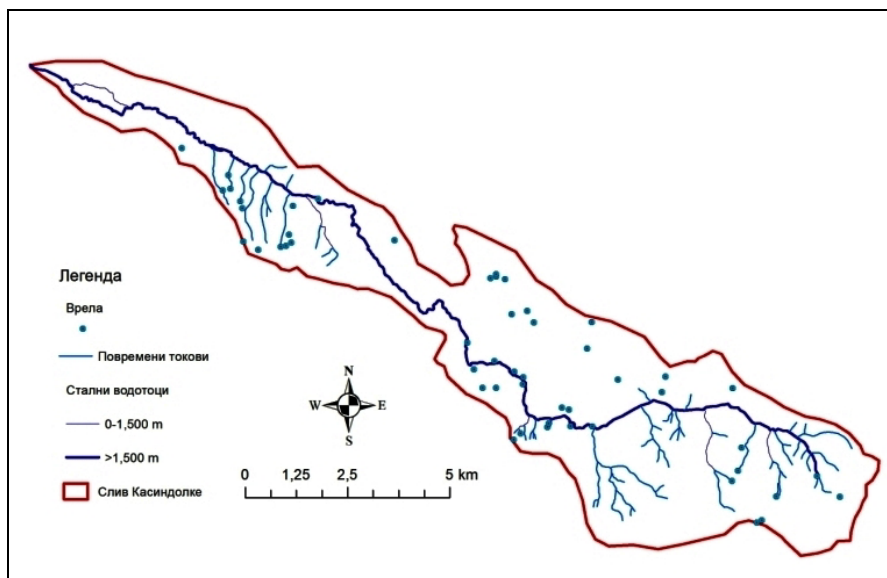
Поуздани подаци о протицају Касиндолке не постоје, јер на њој нема водомјерне станице. За ВС Илица на ријеци Жељезници постоје подаци за седам година системских мјерења протока и осматрања водостаја (период 1966–1968. и 2006–2009) а они су интересантни јер је промијењена локација водомјерне станице, па се први период односи на протицаје Жељезнице на локалитету послуже ушћа Касиндолке а други на локацију прије ушћа Касиндолке. Упоредивањем протицаја за два периода, са и без Касиндолке, уочава се разлика од $2,21 \text{ m}^3/\text{s}$, што би требало да буде притока ове ријеке у Жељезницу. Минимални протицаји забиљежени су у августу и износе $0,65\text{--}0,88 \text{ m}^3/\text{s}$. С обзиром на прекратке периоде осматрања и различит временски низ ове податке ипак треба узети само информативно. Према Чичићу (1998: 33) средња количина воде Касиндолке износи $2,07 \text{ m}^3/\text{s}$, док та вриједност према Михићу (1987: 75) износи $0,7 \text{ m}^3/\text{s}$, а количина катастрофалне воде достиже $120 \text{ m}^3/\text{s}$.¹⁷

Табела 1: Морфометријске карактеристике слива и ријеке Касиндолке

Ријека	Површина F [km ²]	Дужина l [km]	l _{min} [km]	Коеф. разв. К	Кота извора [m]	Кота ушћа [m]	Ук. пад (h) [m]	Ср. пад (J) [m/km]
Касиндолка	61.031	27.714	21.707	1.277	1515	497	1018	36.7

¹⁷ Није познато на основу којих мјерења је Љубо Михић дао податке о протицају и катастрофалним водама али вјероватно се ради о слободнијој процјени јер је податак о катастрофалним водама нереалан (170 већи протицај од средњег), имајући у виду издужени облик (који би требао да значи уједначен протицај) и величину слива (несразмјерно мали у односу на дужину ријеке), односно поменути коефицијент пуноће слива који износи само 0,115.

Карта 5: Хидрографска мрежа слива Касиндолске ријеке

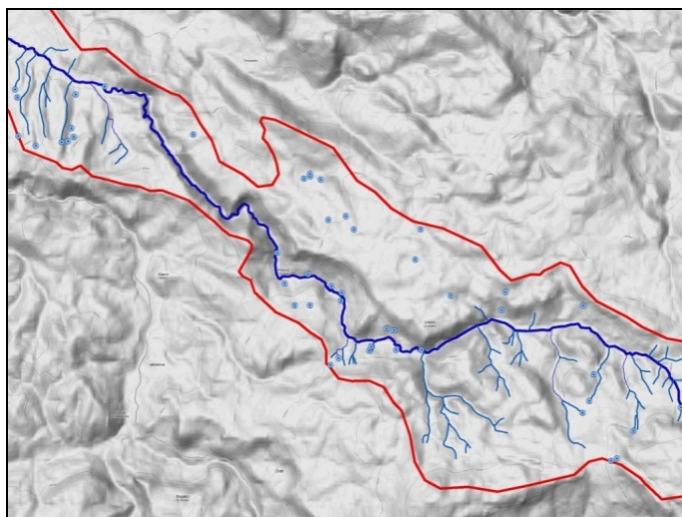


Када је ријеч о карактеристикама тока, изворишна челенка Касиндолке састављена је од неколико периодичних потока, који у кишном периоду знатно повећају протицај. До Орчевих вода, долина Касиндолске ријеке формирана је у водонепропустљивим верфенским седиментима са доминантним благим долинским странама. На том дијелу прима двије десне притоке: Кадин поток ($l=0,8$ km) и поток Дуге чесме ($l=1,7$ km). Послије Орчевих вода ријека протиче кроз терене са средњетријаским кречњачким формацијама пробијајући неколико клисура од којих је прва дужине око 1,6 km. Послије ње долази проширење код села Улобићи, потом нешто краћа клисура, па поново нешто дуже проширење код села Подивич, чинећи долину композитном. Од Подивича Касиндолка улази у импозантну клисуру дужине 6,5 km, којом тече све до изласка у јужни огранак Сарајевског поља, код насеља Касиндо. Долинске стране унутар клисуре су изразито стрме и стјеновите, а дно каменито. Средњи дио слива Касиндолке представља подручје са скоро нетакнутом природом и потенцијалом за формирање заштићеног подручја природе. Ширина корита ријеке износи 2–5 m, дубина је на бразцима 30–50 cm, а у већим базенима до 1 m, па и више.

Слика 1: Клисура Касиндолке



Карта 5: Средњи ток (подлога: гугл рељеф)



Од изласка из клисура код Касиндола (на 590 m) до ушћа у Жељезницу (на 497 m) Касиндолка на дужини од 9 km тече равничарским током кроз Сарајевско поље и насеља Доње Младице, Доњи Которац, Бутмир и Илићу, гдје се улива у Босну. На овој дионици тока обале су положене, малих нагиба, обрасле грмљем и дрвећем, а дно шљунковито и пјесковито.

Хидрографска мрежа сталних водотока, укључујући Касиндолку, броји само 5 водотока, укупне суме дужина око 34,1 km. Дакле, честина водотока (Df), која представља однос броја водотока и површине слива изно-

си само 0,08 по km^2 . Средња дужина њихових токова износи 6,8 km. Ипак, ако изузмемо главну ријеку, укупна дужина остала 4 водотока износи 4,8 km, односно просјечно само 1,2 km. Густина ријечне мреже израчуната по Нојмановом обрасцу: $D = \Sigma L/F$ износи 0,558 km/km^2 . Оваква вриједност указује на брдско-планинску морфологију слива чији терен карактеришу процеси повишене ерозије. С друге стране, по бројности преовлађују кратки повремени водотоци којих има 57 са укупном дужином од 37,5 km, или 0,66 km у просјеку. Овакав омјер сталних и повремених водотока резултат је облика слива, односно његове издужености и планинске конфигурације. Број врела износи 52, односно 0,85 по km^2 .

Табела 2: Карактеристике водотока и ријечне мреже у сливу Касиндолске ријеке

Касиндолска ријека	површина слива [km^2]	укупан број водотока	дужина токова (ΣL) [km]	L_{max} [km]	L_{min} [m]	L_{sr} [km]	D_f	D
Стални водотоци	61,031	5	34,1	27,7	0,6	5,7	0,08	0,558
Периодични водотоци		57	37,5	2,77	0,16	0,66	0,93	0,614
Сви водотоци		62	71,6	27,7	0,38	3,18	1,01	1,173

Парцијално, највећи пад ријека има код мјеста Слапи¹⁸ гдје градијент пада износи 40% и са неколико водопада на кратком растојању савлађује висинску разлику од око 40 метара, са највећом каскадом од десетак метара висине (Јовановић 1972: 22).

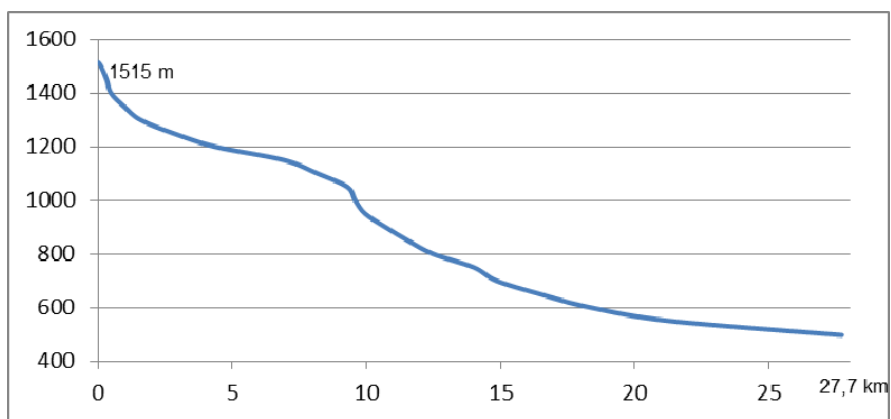
С обзиром на висок ријечни пад, Касиндолка испуњава први услов за посједовање значајнијег хидроенергетског потенцијала, који би се могао искористити за производњу електричне енергије. Други услов је довољна количина воде током цијеле године. У том смислу критични су љетњи мјесеци, посебно август са минимумом од 0,65 m^3/s .

Да би се вода као геофизичка категорија окарактерисала као истински водни ресурс потребно је да испуњава сљедеће услове: локацију, количину, квалитет и услове за коришћење. При томе треба водити рачуна о законским ограничењима да се извориштима и водоточима мора оставити одређена количина воде као еколошки минимум, што је посебно важно у периоду када су издашност и протицаји најмањи. Просторна и временска неравномјерност присутности воде смањује обим искористивости а бројни су и остали услови који ограничавају процес коришћења воде (геотехнички,

¹⁸ Слапи су село на око 16,5 km од изворишта Касиндолке и 4,5 km низводно од села Подивич. Удаљено је око 2 km од изласка ријеке у Сарајевско поље (код Касиндола).

хидрограђевински, економски, социјални, еколошки и др.). Релативно мала количина воде у лјетном периоду и неприступачност средњег и горњег дијела слива (који су, због социјалних, еколошких, хидролошких и других услова, погодни за хидротехничке захвате), представљају најзначајније ограничавајуће факторе због којих до сада није било реализованих пројеката искоришћавања водних ресурса на овом подручју, мада идеје о томе већ одавно постоје.

Дијаграм 1: Пад ријечног тока Касиндолске ријеке



Касиндолка нема усаглашен пад ријечног профила и падови су највећи у средњем току, гдје се висина талвега креће између 600–1200 m. Управо тај дио терена је неприступачан, са доминантном клисуром средњег тока, што је видљиво и на карти бр. 5 (рељефна карта). Терен око горњег тока је веома брдовит па је за одређивање локације евентуалне акумулације потребно детаљно испитивање геолошких и геоморфолошких карактеристика.

Закључак

Ријека Касиндолка карактеристична је по несразмјерној дужини у односу на површину слива. Слив има издужен облик са средњом ширином од само 2,65 km, док максимална ширина нигдје не прелази 5 km, што је за ријеку дужине скоро 28 km прилично неуобичајено. У хидролошком смислу то претпоставља уједначен протицај, поготово ако се има у виду да су падавине равномјерно распоређене током године и да је око 2/3 слива под шумом. Сталних притока Касиндолке је због оваквог облика слива врло мало (само 4) и веома су кратки (до 1,7 km). Периодичних водотока је више, и они су кратки (најдужи 2,7 km, већина до 0,5 km), што је за овај тип водотока уобичајено. Да је ријеч о водобилном подручју јасно је на основу

броја издашних врела којих има 52, али треба рећи да је тај број значајно већи с обзиром да многа нису уцртана на топографским картама.

Друга важна карактеристика (специфичност) Касиндолке је ријечни пад од преко 1000 m који ријеци даје хидроенергетски потенцијал. Конфигурација терена, неприступачност, недостатак инфраструктуре и др., представљају ограничавајуће факторе са аспекта економске исплативости евентуалног пројекта изградње хидроакумулације. Такође, треба узети у обзир и утицај на природу и еколошке процесе у сливу. Ипак, све веће потребе за водом и струјом градова у подножју слива, квалитет воде, позитивни социјални и еколошки услови (ненасељено и незагађено подручје), наводе на размишљање о потенцијалној изградњи акумулације и могућностима мултифункционалног коришћења вода.

Литература

- Војногеографски институт 1986: *Топографске карте сарајевског подручја, Р 1: 25,000 и 1: 200,000.*
- Драшковић 2011: Б. Драшковић, *Хидролошке карактеристике сарајевске котлине*, докторска дисертација, Пале: Филозофски факултет Пале.
- Дукић, Гавриловић 2006: Д. Дукић, Љ. Гавриловић, *Хидрологија*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Јовановић 1972: R. Jovanović, *Неке геолошке, хидрогеолошке и инжињерске геолошке одлике терена у же околине Сарајева*, II Jugoslovenski simpozijum o hidrolgiji, hidrogeologiji i inženjerskoj geologiji.
- Кујунџић, Говедар 2006: S. Kujundžić, Z. Govedar, *Клима као туристичка вредност природног добра Јахорина*, *Гласник Шумарског факултета Универзитета у Бањој Луци*, бр. 6, стр. 95–113.
- Михић 1987: Lj. Mihić, *Јахорина и Требевић – планине XIV Зимске олимпијадe*, Skupština општине Pale i Војна установа Рoманија, Сарајево–Пале.
- ОГК (Основна геолошка карта) 1978: Р 1: 100,000; ОГК Savezni геолошки завод Београд, Тумаћ за лист Сарајево, К 34-1, Сарајево: Завод за инжињерску геологију и хидрологију Грађевинског факултета у Сарајеву.
- „Обнова“ д.о.о. Шамац; Главни пројекат регулације Касиндолске реке у зони моста на путу Кула–Војковићи, Грађевинско-пројектантско друштво, Општина Источна Илиџа.
- Педолошка карта Југославије 1981: *Pedološka karta Југославије 1:50,000*, Тумаћ педолошке секције Сарајево 1, OOUR Завод за агропедологију, Сарајево.
- Подаци добијени из Хидрометеоролошког завода Федерације БиХ за период 1980–2010.
- Рокић 1989: Lj. Rokić, *Улога и значај инжињерске геолошке модификатора на инжињерске геолошке одлике терена Средње Босне*, Сарајево: Завод за геотехнику и фондираније Грађевинског факултета у Сарајеву.

- Савез геолошких друштава Југославије, Београд, 1984. *Геоморфолошка карта Сарајева и околине, Р 1:500,000*;
- Стефановић и др.: *Педолошка карта Сарајева са околином, Р 1:500,000*; Еколошко-вегетацијска рејонизација БиХ, посебна издања бр. 17, Сарајево.
- Хидрогеолошка карта подручја БиХ, Р 1:500,000; Зворник: Геозавод.
- Чичић 1998: S. Čičić, *Korištenje i zaštita voda za vodosnabdjevanje Sarajeva iz slivova Željeznice, Misoče i Vogošće*, Predstudija, Sarajevo: Earth Science Institute.

НАСТАВНИЧКА ПОДРШКА КАО ДЕТЕРМИНАНТА САВЛАДАВАЊА ПРОГРАМА ГЕОГРАФИЈЕ КОД УЧЕНИКА СА ЛАКОМ ИНТЕЛЕКТУАЛНОМ ОМЕТЕНОШЋУ**

Увод

Процес учења који ученицима пружа могућност сопственог избора подстиче њихову аутономију, уважава њихове индивидуалне потребе, делује подстицајно на развој мотивације и на квалитет учења. Ученици с таквим искуствима у учењу ређе изостају с наставе и испољавају мање ометајућих понашања у разреду (Weinberger, McCombs 2001, према: Bezinović i sar. 2010). Досадашња образовна пракса која наглашава контролу ученика и њиховог учења, као и дословно памћење великих количина информација, не може да подстакне развој способности и компетенција потребних за успешно учење (McCombs, Miller 2007, према: Bezinović i sar. 2010).

Споља наметнута ограничења, укључујући материјалне награде, умањују интерес за задатком, смањују креативност, ометају извршавање задатка и подстичу пасивност код ученика. Наметнута ограничења наводе ученика да користи „минимакс стратегију“ – да уложи минимум напора потребних да се добије максимална награда (Jogonen 2005). У прилог овим налазима говоре и студије које показују да аутономно понашање – оно које је самоодређено, слободно изабрано и лично контролисано – изазива висок интерес ка задатку, креативност, когнитивну флексибилност, позитивне емоције и истрајност (Deci, Ryan 2012). Ограничење даје ученику жељу да побегне, а слобода му даје жељу да истражује, проширује и ствара (Krapp 2005).

Програми специјалне едукације који се ослањају на екстерно награђивање и подстицаје (оцене, материјалне награде, бодови, похвала од стране наставника и сл.) у циљу мотивисања ученика с интелектуалном ометеношћу могу бити у супротности са приступима настави које подупиру савремене теорије мотивације (Haywood 2006).

* aleksandra.djuric.aa@gmail.com

** Чланак представља резултат рада на пројектима: „Креирање Протокола за процену едукативних потенцијала деце са сметњама у развоју као критеријума за израду индивидуалних образовних програма“ (бр. 179025) и „Социјална партиципација особа са интелектуалном ометеношћу“ (бр. 179017), чију реализацију финансира Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије.

Ово свакако не подразумева предлагање наставницима ученика с интелектуалном ометеношћу да у потпуности одбаце екстерна награђивања у учионицама. Много је позитивних акција које се могу спровести коришћењем ових техника и оне су заиста делотворне за поучавање основних академских вештина. Проблем са оваквим наставним приступима је, међутим, у томе да су они сами по себи недовољни за подстицај значајног побољшања у учењу (Harter 2001). Да би имали дугорочнију делотворност, приступи треба да буду везани за ширу наставну стратегију, или модел чији је крајњи циљ фокусирање на интернализацију и развој унутрашње оријентације ка учењу. Ако наставници ученика с интелектуалним тешкоћама хоће да одрже ниво и генерализују ефекат своје наставе, овај дугорочни циљ мора да буде крајњи циљ сваког програма за индивидуално образовање детета (Switzky, Haywood 1991).

Могуће је да ће ученик с интелектуалном ометеношћу у почетку очекивати наставни приступ који се контролише више споља, како би на одговарајући начин био ангажован у разредним активностима. Но, наставници ученика са тешкоћама морају програмски да покушају да превазиђу ослањање на облике спољашњих подстицаја који често могу постати примарни стимулуси за укључивање ученика у процес учења и да се крећу ка медијационим приступима који омогућавају развој виших форми мотивације (Switzky 2006).

Велики број истраживања у подручју образовања, којима је полазиште *Теорија самоодређења* (*Self-Determination Theory*, Ryan, Deci 2000), усредсредила су се на проблем аутономног понашања (Levesque et al. 2004; Vansteenkiste et al. 2004; Niemiec et al. 2009; Jang et al. 2009). Централна хипотеза *Теорије самоодређења* јесте да ће социјални контекст који подржава компетентност, повезаност и аутономију ученика подстаћи интенциона (мотивисана) дела, пре него контрола (Ryan, Brown 2005).

Кључни елементи *Теорије самоодређења* су оно што њени аутори називају подршка аутономији и лично учешће. Када су наставници укључени у оно што ученици раде на начин који подстиче аутономију, ученици ће највероватније задржати своју природну радозналост и развити аутономне форме мотивације.

Соненс и сарадници (Soenens et al. 2012) су користили инструмент за процену начина рада наставника, схватајући да су неки наставници оријентисани ка подржавању аутономије ученика док су други више окренути ка контролисању њиховог понашања. Резултати су открили да ученици чији наставници више подржавају аутономију испољавају већу мотивацију, осећај компетентности и самопоштовања, него ученици са контролишућим наставницима.

Мирков истиче да у настави у којој већи део контроле врши наставник, ученици показују мање иницијативе и слабију ефикасност у учењу. Она наглашава значај флексибилности наставника у допуштању ученицима да самостално постављају сопствене циљеве и да организују своје образов-

не активности. Омогућавање избора активности подстиче развој самоусме-рења и аутономије (Мирков 2007).

У ранијој студији, Рајан, Стилер и Линч (Ryan et al. 1994) су процењивали перцепцију ученика основне школе о томе да ли њихови наставници подржавају аутономију или контролу у учионици. Код ученика који су доживели своје наставнике као оне који подржавају аутономију евидентира-ран је виши ниво мотивације, осећаја компетентности и самопоштовања, радозналости и жеље за променом, него код ученика који су доживели сво-је наставнике као оне који контролишу. Ученици којима је приступано с више контроле не само да губе иницијативу већ им је учење мање ефика-сно, посебно када оно захтева концептуално, креативно обрађивање.

Вејлранд и Оконор (Vallerand, O'Connor 1991) су дали ученицима да испуне упитник (Vallerand et al. 1989), у којем ће да степенују подршку аутономије и контроле својих наставника. Перцепција ученика о подршци аутономије наставника била је у позитивној корелацији са вишим формама мотивације, а њихова перцепција степена контроле код наставника била је позитивно повезана са нижим формама мотивације.

Флинк, Боциано и Барет (Flink et al. 1990) су потврдили хипотезу да су ученици наставника који примењују више контроле имали лошији успех у активностима решавања проблема, како током школске године, тако и по њеном завршетку.

У студији Каца, Каплана и Гјута (Katz et al. 2010) неки наставници су тенденциозно подучавани да пружају више подршке аутономији, те је то резултовало појачањем мотивације и већим успехом код ученика, у поређе-њу са ученицима наставника који нису били подучавани.

Ученици са лакошћу интелектуалном ометеношћу (ЛИО), због специ-фичности свог развојног тока, захтевају деликатну подршку наставника при савладавању садржаја.

Карактеристике садржаја у школском окружењу наведене су као фактор извора мотивације у настави (Schunk et al. 2008). У литератури се наводи да се значајним карактеристикама садржаја сматрају његова дина-мичност, кохерентност и интеграција различитих подручја, као и тимски рад ученика и наставника (Превишић 2007).

Географија, као наставни предмет, проучава природне и друштвене појаве и процесе у геопростору. Правилно схватање различитих географ-ских феномена кроз призму комплексности и узрочности пружа ученику разумевање појава о природи и друштву. Живковић и Јовановић закључују да се мотивисање ученика заснива на интересантној природи самог градива наставе географије и тако постављеној наставној ситуацији која ће сама по себи да укључује ученике у активности (Живковић, Јовановић 2008). Међу-тим, реализовање садржаја у оквиру наставног предмета географија укљу-чује уочавање просторности, комплексност посматрања, способност откри-вања каузалних веза, уочавање разноврсности, способност да све географ-ске чињенице, везе и законитости буду сврставане у одређене појмове, ка-

тегорије и системе (Ивков-Цигурски и др. 2009). Нижи квалитет наведених способности неопходних за реализацију садржаја географије код ученика с ЛИО је доказиван кроз истраживања (Ђурић-Здравковић, Новаковић 2013; Ђурић-Здравковић, Јапунца-Милисављевић 2012; Глумбић 2005; Јапунца-Милисављевић и др. 2011). Досадашња малобројна истраживања успешно-сти у савладавању садржаја географије код ученика с ЛИО углавном указу-ју на потешкоће њеног усвајања због сниженог квалитета когнитивних функција ове субпопулације (Ђурић-Здравковић, Јапунца-Милисављевић 2012). Прегледом литературе, уочава се недостатак истраживања о утицају подршке наставника у савладаности овог наставног предмета код ученика с ЛИО, имајући у виду улогу наставника коју потврђује и *Теорија самоодре-ђења*.

У том смислу, циљеви рада су утврђивање доминације начина по-дршке од стране наставника, потом, утврђивање квантификативног нивоа усвојености садржаја наставног предмета географија код ученика с ЛИО, као и повезаност нивоа подршке наставника са савладаношћу програмских садржаја овог наставног предмета.

Метод рада

Узорак

Истраживање је спроведено на узорку од 120 испитаника оба пола.

При избору испитаника поштовани су следећи критеријуми: колич-ник интелигенције ученика карактеристичан за ЛИО (од 51 до 69), кален-дарски узраст од 12 до 15 година и 11 месеци (за сваку календарску годину испитано је по тридесеторо деце (АС=13,73, СД=1,03), школски узраст који је подразумевао укључивање ученика од V до VIII разреда (за сваки разред је испитано по тридесеторо ученика) и одсуство неуролошких, психијатриј-ских, изражених емоционалних и вишеструких сметњи.

У узорку је било заступљено више испитаника мушког пола, њих 68 (56,7%), у односу на испитанике женског пола којих је било 52 (43,3%).

Узорак је, такође, чинило 32 наставника који предају наставни предмет географија испитаницима који су обухваћени узорком ученика. Хронолошка доб наставника кретала се од 26 до 60 година (АС=42,84, СД=11,98). У узорку је присуство наставница заступљеније (22 испитани-це, или 68,8%) у односу на наставнике (10 испитаника, или 31,2%).

Инструменти и процедура

Упитник проблема у школи (The Problems in Schools Questionnaire – PIS, Deci et al. 1981) испитује начин на који наставници мотивишу учени-ке у школи. Тридесет два ајтема су дистрибуирана у оквиру четири супска-ле које прате сваку од осам вињета упитника (кратак опис ситуација у којој

су представљени типични школски проблеми ученика) и то у континууму од високе контроле до високе аутономије (висока контрола [ВК] – укључивање санкције до извршења прописаног понашања; умерена контрола [УК] – указивање на значај одређеног понашања; умерена подршка аутономији [УПА] – коришћење социјалне компарације до извршења; висока подршка аутономији [ВПА] – самосталан долазак до решења). Свака од четири дате опције у оквиру појединачне вињете оцењује се на седмостепеној скали од врло неподесне оцене до врло подесне за наставника. Процедура скоровања резултата овог упитника укључује просечне поене остварене на све четири супскале. Просечни скорови ових супскала могу да се тумаче одвојено, или могу и да се комбинују чинећи укупан скор, као што предлажу конструктори упитника. Оригинална процедура комбиновања четири супскале укључује пондерисање просечних скорова супскале ВК са -2, пондерисање просечних скорова супскале УК са -1, пондерисање просечних скорова супскале УПА са +1 и пондерисање просечних скорова супскале ВПА са +2. Из формуле је видљиво да су супскале које представљају аутономни облик понашања пондерисане позитивно, а супскале које представљају контролисани облик понашања пондерисане негативно. Комбиновање просечних резултата појединих супскала овог упитника начињено је у складу са теоријским поставкама, при чему је свакој супскали дата одређена тежина у складу с њеним местом на континууму мотивације. Алгебарски збир одражава оријентацију наставника ка контроли и подршци аутономији. Виша оцена рефлектује оријентацију ка подршци аутономији, док нижа одражава подршку контроли.

Критеријумски тест знања из наставног предмета географија, за сваки разред, који је посебно конструисан за потребе овог истраживања, приказује ниво усвојености програмских садржаја овог наставног предмета. Пре израде критеријумског теста знања прецизно су дефинисани оперативни, образовно-васпитни и корективни задаци. Такође, постављени су критеријуми на основу којих се одређује да ли су ученици постигли одређене образовно-васпитне циљеве и задатке, као и очекивано постигнуће на крају сваког разреда. Захтеви задатака у оквиру критеријумског теста знања представљени су у облику питања, недовршене реченице, алтернативног одговора, слике итд. Критеријуми за оцењивање дати су описно, у три нивоа: усвојио у потпуности програмске захтеве (+), делимично усвојио програмске захтеве (+-), није усвојио програмске захтеве (-). Добијени резултати на критеријумском тесту се квантификују и изражавају преко процента градива које је ученик савладао.

Истраживање је спроведено у основним школама на територији града Београда у којима се образују деца с ЛИО. Испитивање је спроведено у континуитету, без временских пауза, са сваким учеником понаособ, за оба примењена инструмента. Током другог полугодишта, испитане су варијабле које су се односиле на наставничку подршку, а потом је, пред крај школске године, било реализовано решавање критеријумског теста знања

из наставног предмета географија. Разлог оваквом приступу испитивања односио се на неопходност потпуне реализације програмских садржаја из овог предмета у тој школској години.

Обрада података

Током статистичке обраде примењени су следећи статистички поступци:

- Стандардни дескриптивни статистички показатељи: аритметичка средина, стандардна девијација, распон резултата, фреквенције и проценти;
- Пирсонов коефицијент линеарне корелације (r) и линеарна регресија за испитивање међусобних веза наставничког понашања са савладаношћу програма географије.

Резултати истраживања

Доминантност начина мотивисања ученика од стране наставника испитана је кроз степен подржавања аутономије током њихове интеракције. У узорку је презентована кроз просечне скорове на супскалама: висока контрола (ВК), умерена контрола (УК), умерена подршка аутономији (УПА) и висока подршка аутономији (ВПА).

Табела 1 даје приказ просечних скорова на свакој супскали упитника и укупан скор добијен пондерисањем просечних скорова. Уочава се да највиши просечан скор носи супскала високе подршке аутономији са 5,97 освојених поена и да је тај тип понашања наставника доминантан у овом истраживању. Следи супскала умерене подршке аутономији са 4,98 освојених поена, а потом супскала умерене контроле са 4,50 поена. Најмање фаворизовани одговори од стране наставника овог узорка односе се на супскалу високе контроле са 2,63 освојена поена. Када се посматра пондерисан скор ове скале уочава се просечан резултат од 7,15 освојених поена, што указује на понашање наставника које подржава аутономију ученика, имајући у виду постигнуте минималне и максималне вредности поена.

Табела 1: Просечни скорови на супскалама Упитника проблема у школи и пондерисани скор

	Супскала				
	ВК	УК	УПА	ВПА	Пондерисано
АС	2,63	4,50	4,98	5,97	7,15
СД	0,92	0,97	0,81	0,69	2,37
Мин	1,25	2,25	3,38	4,38	2,50
Макс	5,75	6,63	6,63	7,00	12,50

Легенда: висока контрола (ВК), умерена контрола (УК), умерена подршка аутономији (УПА), висока подршка аутономији (ВПА).

Табела 2 даје приказ успешности ученика свих разреда при савладавању задатака датих у оквиру критеријумског теста знања из географије. Ученици петог разреда у 72,96% у потпуности савладавају ове програмске захтеве. Делимичну савладаност ових садржаја остварује 8,89% ученика, док 18,15% ученика петог разреда не савладава програмске садржаје географије. Овај програм у потпуности савладава 55,15% ученика шестог разреда, делимичну савладаност остварује 13,64% ученика, док 31,21% шестак уопште не савладава ове програмске садржаје. Ученици седмог разреда у 63,33% у потпуности савладају ове програмске захтеве. Делимичну савладаност ових садржаја остварује 21,11% ученика, док 15,56% ученика седмог разреда не савладава програмске садржаје географије. Ученици осмог разреда савладавају програм географије у 65,56%, делимичну савладаност ових садржаја остварује 5,56% осмака, док 28,89% ученика осмог разреда не савладава наведени програм.

Табела 2: Успешност свих ученика у узорку на тесту знања из географије

Географија	V разред	VI разред	VII разред	VIII разред				
	Број одговора	% (n)	Број одговора	% (n)	Број одговора	% (n)	Број одговора	% (n)
-	49	18,15 (5)	103	31,21 (9)	14	15,56 (4)	26	28,89 (8)
+/-	24	8,89 (3)	45	13,64 (4)	19	21,11 (6)	5	5,56 (2)
+	197	72,96 (22)	182	55,15 (17)	57	63,33 (20)	59	65,56 (20)
Укупно	270	100 (30)	330	100 (30)	90	100 (30)	90	100 (30)

Табела 3 даје приказ вредности коефицијената Пирсонове корелације супскала које су третирале наставничку подршку са резултатима теста знања из географије.

Резултати указују на присуство значајне корелације на нивоу 0,05% супскале умерене подршке аутономији са резултатима теста знања из географије. Ова корелација је у директној зависности. Закључује се да се садржаји географије боље усвајају уз присуство умерене подршке аутономији.

Супскала високе подршке аутономији налази се у директној значајној корелацији са резултатима теста знања из географије, на нивоу 0,01%. Аналогно томе, присуство високе подршке аутономији ученика од стране наставника подразумева бољу савладаност програмских садржаја из географије.

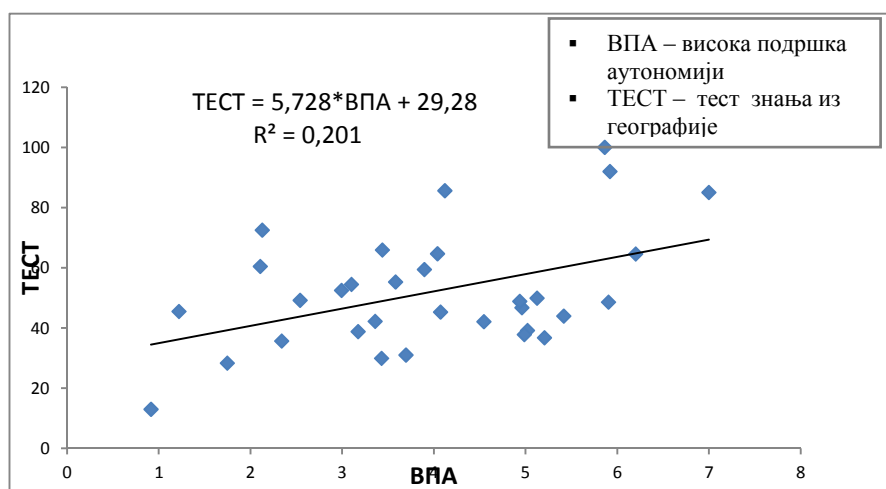
Инспекцијом табеле се уочава да супскале високе контроле и умерене контроле не корелирају са резултатима теста знања из географије.

Табела 3: Коефицијенти Пирсонове корелације супскала наставничке подршке са резултатима теста знања из географије

Географија	ВК	УК	УПА	ВПА
r	0,06	0,06	0,21	0,27
p	0,60	0,54	0,04	0,00

Легенда: висока контрола (ВК), умерена контрола (УК), умерена подршка аутономији (УПА), висока подршка аутономији (ВПА).

Коефицијент детерминације, који је указао на проценат варијабилности резултата теста знања из географије настао последицом варијабилности високе подршке аутономији од стране наставника, r^2 износи 0,202, те тај резултат представља удео објашњених варијација резултата теста знања из географије који настаје под утицајем високе наставничке подршке аутономији ученика. Процентално изражено, висока подршка аутономије од стране наставника објашњава 20,2% варијабилности резултата теста знања из географије. Ова зависност приказана је на графикону 1.



Графикон 1: Зависност резултата на тесту знања из географије од високе подршке аутономије са уцртаном линијом линеарне регресије и коефицијентом детерминације

Дискусија и закључак

У овом истраживању су коришћена четири типа одговора наставника којима се процењивао степен подржавања аутономије током интеракције са ученицима. Одговори се протежу дуж континуума од високе контроле

до високе аутономије. Одговор „висока контрола“ подразумева да наставник проналази решење проблема и користи санкције како би се решење реализовало. У сваком одговору „умерена контрола“ наставник одлучује о солуцији решења, покушава да изазове кривицу код ученика и указује на значај реализације решења. При одговору „умерена аутономија“, наставник подстиче ученика да користи социјално поређење са другим ученицима, како би нашао решење проблема. Коначно, у сваком одговору „висока аутономија“ понашање наставника подстиче ученика да аналитично размотри елементе проблема и покуша самостално да дође до решења.

Испитаници узорка показали су највише аспирација према понашању које одговара високој подршци аутономији са 5,97 освојених поена, потом понашању умерене подршке аутономији са 4,98 освојених поена и умерене контроле са 4,50 поена. Најмање фаворизовани одговори од стране наставника овог узорка типични су за супскалу високе контроле са 2,63 освојена поена. Када се посматра пондерисан резултат ове скале учачава се скор од 7,15 освојених поена, што указује на понашање наставника које подржава аутономију ученика, имајући у виду постигнуте минималне (2,50) и максималне (12,50) вредности поена. Ипак, узимајући у обзир опсег минималних и максималних вредности, учачавамо да наставници значајно варирају у својим опредељењима.

Испитивање подршке наставника специјалних школа старијих разреда ученика основношколског узраста у Америци указало је на врло сличне резултате. Опсег бодова америчких наставника кретао се од 2,13 до 12,13, са средњом вредношћу 6,98 и стандардном девијацијом 3,11 (Deci et al. 1981). Дакле, резултати наставника у Србији су били нешто повољнији у корист подршке аутономији ученика, него у поменутом истраживању америчких испитаника.

То је врло значајан налаз јер потврђује да наставници овог узорка гаје контролишући аспект понашања који је мање уочљив и као такав, по теоријским поставкама, потпомаже да спољни догађаји одрже или побољшају мотивацију и интернализацију ученика (Jennings et al. 2011). Дакле, наставници које смо испитивали умеју да испланирају радно окружење на такав начин да користе спољашње подстицаје без подривања мотивације и интернализације ученика.

Према ајтемима које смо испитивали током истраживања, закључили смо да наставници узорка подстичу позитивну атмосферу у одељењу и добре интерперсоналне односе, поштују различите ставове ученика и нуде задатке који представљају примерени изазов сваком поједином ученику, као и да подстичу вештине решавања проблема, у складу са способностима ученика.

Матејић-Ђуричић (2012) наводи да наставници треба да теже да тачно препознају период наредне потребе. Такође, императив је да наставници охрабрују ученика да се самостално опроба у некој активности, вештини или решавању проблема. Препознавање ученичких потреба подра-

зумева нуђење правих садржаја који се налазе у оквиру зоне наредног разреда, уместо оних који су већ превазиђени. На тај начин врши се оптималан подстицај мотивације за школску активност.

Резултати истраживања указују на податак да су ученици петог разреда у 72,96% случајева у потпуности савладали програмске захтеве из географије.

У вези са тим, наводимо став аутора који сматрају да садржаји програма не захтевају генерално прилагођавање програмских садржаја уколико 75% ученика успешно заврши задатке истог (Ћордић, Бојанин 1992). Наведени проценат успешности решавања задатака из географије код петака могао би да буде довољан доказ да су ученици овог разреда са успехом савладали планиране програмске садржаје.

Садржаји географије петог разреда конципирани су као проширени садржаји из претходних разреда у којима су већ обрађиване велике тематске области, као што су: жива и нежива природа, висија, низија, ваздух, вода, опрезности око нас, итд. Претпостављамо да је претходна упућеност у наведене садржаје био један од разлога за овако добро постигнуту савладаност програмских садржаја петог разреда у оквиру географских тема.

Програмске садржаје из географије у потпуности савладава нешто мало више од половине (55,15%) ученика шестог разреда.

Географски садржаји шестог разреда подразумевају анализу више појмова који се синтетишу и формирају нове, као што је рељеф. Потешкоће у аналитичко-синтетичким способностима код деце с ЛИО наведене су у литератури као отежавајуће у савладавању академских вештина (Јапунца-Милисављевић 2008).

Ученици седмог разреда у потпуности савладавају програм географије у 63,33% случајева. Највећу потешкоћу седмацима представљало је навођење бар по једног примера планине, реке, језера, бање и равнице у Србији. Објашњење за ово сигурно лежи у чињеници да деца с ЛИО овог узорка припадају породицама лошег социоекономског статуса, те је њихово знање о овим природним објектима искључиво информативно, никако искуствено (преко мас-медија, нпр.).

Ученици осмог разреда у 65,56% случајева у потпуности савлађују ове програмске захтеве. Најмање остварених поена регистровано је у задатку одређивања послова којима се баве људи у планинским крајевима наше земље. С обзиром да су узорком обухваћени ученици који живе у Београду, послови у планинским крајевима им нису емпиријска појава, те је могуће да су њихова сазнања задржана само на оним која су им регионално блиска.

Током самог испитивања ученика старијих разреда (иако то није био циљ истраживања) уочено је навођење примера и начина презентације појединих садржаја од стране наставника. Ученици су наводили примере уз помоћ којих су наставници објашњавали поједине програмске појмове. С обзиром да су деца користила те и сличне примере при објашњавању поје-

диних захтева задатака, регистровали смо разнородне начине пласирања садржаја који су ученицима поспешили савладаност. У противном, сумњамо да би решење појединих задатака било тако квалитетно и дато с разумевањем, од стране ученика. У питању је стално коришћење природних визуелних средстава, макета, експеримената, интерактивних облика извођења наставе, коришћења метода активне наставе, Монтесори принципа и сл.

Треба имати у виду да је овим истраживањем било обухваћено испитивање савладаности важећег програма намењеног ученицима с ЛИО, који је мање захтеван у односу на редовне програме према којима ће убудуће бити креиран капацитет едукативних потенцијала ученика. Имајући у виду чињеницу почетка реализовања инклузивне наставе ученика с ЛИО и њиховог укључивања у редован школски систем у Србији, мишљења смо да би добијени резултати у савладавању програмских садржаја географије императивно морали да буду узети у обзир, јер су ученици показали одличну усвојеност у појединим деловима овог програма, нпр. петаци су усвојили све предвиђене садржаје у оквиру географских тема. Испитани обим садржаја морао би да буде репер реалних могућности за усвајање географских тема, као и њихове оперативне употребљивости у животу ученика с ЛИО. Такође, могао би да послужи као оквир у креирању индивидуалних едукативних програма у овој области, који би могао да прати индивидуални ученички потенцијал, у оквирима где је то потврђено овим резултатима, или да буде додатно испитан и модификован, за примере оквира који екстремно мањка у потребном квалитету савладаности.

Резултатима истраживања потврђено је да виши нивои подршке аутономије ученика од стране наставника позитивно корелирају са савладавањем садржаја географије. Висока подршка аутономији ($r=0,45$, $p=0,00$) и умерена подршка аутономији ученика ($r=0,35$, $p=0,04$) су у директном корелативном односу са успешношћу при решавању теста знања из географије. Нивои контроле понашања ученика од стране наставника укључују негативну корелацију, али она није статистички значајна ($p>0,05$).

Процентуално изражено, висока подршка аутономији од стране наставника објашњава 20,2% варијабилности резултата теста знања из географије. Наставничко понашање је само један од чинилаца ученичког успеха, с обзиром да постоји могућност деловања других бројних детерминанти различите етиологије (когнитивне, социјалне, афективне, конативне, итд). Због тога сматрамо да је добијени проценат утицаја наставничке подршке на усвојеност садржаја географије висок.

Улога наставника у савладавању садржаја природних и друштвених области назначена је у сличним истраживањима (Брковић и сар. 1998). У њима се истиче да је улога наставника таква да он може, сопственим потенцијалом, да делује позитивно или негативно на савладаност програма предмета чију наставу реализује.

Наставник би од некога ко поседује знање и ко ово знање преноси морао да постане ментор који има регулациону улогу у развоју ученика и

ко ученике учи не само знањима, већ и вештинама мишљења и учења. Наставничка улога би на тај начин у себе укључила, уз едукацијску компоненту и мотивациону, која би од наставника захтевала да уз преносиоца знања буде и лидер који мотивише. Мултипле репрезентације и начини приказивања градива су кључна димензија педагошке сврсисходности наставника (Јовановић 2011). Контекст овде приказаних резултата, као и примери начина савладавања одређених области географије код ученика с ЛИО овог узорка које су они сами експресирали, ван циља истраживања, сигурно доводи до тога да ученици овладају одређеним стратегијама и вештинама, као и да развију своје осећање компетентности.

Литература

- Бежиновић и др. 2010: П. Bezinović, I. Marušić, Z. Ristić Dedić, Razvoj kratke ljestvice učeničkih iskustava s učenjem i nastavom, *Odgojne znanosti*, 1, Zagreb, 29–44.
- Брковић и др. 1998: А. Брковић, Д. Петровић-Ђекић, Ј. Златић, Мотивација ученика за наставне предмете, *Психологија*, 1–2, Београд, 115–136.
- Валеранд, Окопор 1991: R. I. Vallerand, B. P. O'Connor, Construction et validation de l'Echelle de Motivation pour les Personnes AgCes [Construction and validation of the Motivation Scale for the Elderly], *International Journal of Psychology*, 26, Oxford, 219–240.
- Валеранд и др. 1989: R. J. Vallerand, M. R. Blais, N. M. BriBre, L. G. Pelletier, Construction et validation de l'Echelle de Motivation en Education [Construction and validation of the Academic Motivation Scale], *Canadian Journal of Behavioral Sciences*, 21, Washington, 323–349.
- Вајнстајнкисте и др. 2004: M. Vansteenkiste, J. Simons, W. Lens, K. M. Sheldon, E. L. Deci, Motivating learning, performance, and persistence: The synergistic role of intrinsic goals and autonomy-support, *Journal of Personality and Social Psychology*, 87, Washington, 246–260.
- Глумбић 2005: Н. Глумбић, Развојне специфичности ромске популације у школама за децу ометену у менталном развоју, *Педагогија*, 60(4), Београд, 495–510.
- Дечи и др. 2012: E. L. Deci, R. M. Ryan, Self-determination theory in health care and its relations to motivational interviewing: a few comments, *International Journal of Behavioral Nutrition and Physical Activity*, London, 9: 24.
- Дечи и др. 1981: E. Deci, A. Schwartz, L. Sheinman, R. Ryan, An Instrument to Assess Adults' Orientations Toward Control Versus Autonomy With Children: Reflections on Intrinsic Motivation and Perceived Competence, *Journal of Educational Psychology*, 5, Washington, 642–650.
- Ћордић, Бојанин 1992: А. Ћордић, С. Бојанин, *Опита дефектолошка дијагностика*, Београд: ЗУНС.

- Ђурић-Здравковић, Јапунца-Милисављевић 2012: А. Ђурић-Здравковић, М. Јапунца-Милисављевић, Усвојеност садржаја природе и друштва код ученика са лаком интелектуалном ометеношћу, у: М. Глигоровић (ур.), *Зборник радова са II научног скупа Стремљења и новине у специјалној едукацији и рехабилитацији*, 28. децембар 2012. (стр. 97–106), Београд: Универзитет у Београду, Факултет за специјалну едукацију и рехабилитацију.
- Ђурић-Здравковић, Новаковић 2013: А. Ђурић-Здравковић, А. Новаковић, Формирање појмова из историје код ученика с лаком интелектуалном ометеношћу, *Београдска дефектолошка школа*, 1, Београд, 161–170.
- Живковић, Јовановић 2008: Љ. Живковић, С. Јовановић, С. Модел часа активног учења у настави географије, *Зборник радова Географског факултета*, LVI, Београд, 257–268.
- Ивков-Џигурски и др. 2009: А. Ивков-Џигурски, Љ. Ивановић, М. Пашић, Могућности примене рачунара у модерној настави географије, *Гласник Српског географског друштва*, LXXXIX, Београд, 139–152.
- Јапунца-Милисављевић и др. 2011: М. Јапунца-Милисављевић, Б. Бројчин, С. Банковић, Практичне вештине код деце с интелектуалном ометеношћу, *Педагогија*, 66 (4), Београд, 572–578.
- Јапунца-Милисављевић 2008: М. Јапунца-Милисављевић, *Методика наставе математике за децу ометену у интелектуалном развоју*, Београд: ФАСПЕР.
- Јовановић 2011: В. Јовановић, Фактори напредовања на тесту читалачке писмености, *Психолошка истраживања*, 2, Београд, 135–155.
- Кац и др. 2010: I. Katz, A. Kaplan, G. Gueta, Students' needs, teachers' support, and motivation for doing homework: A cross-sectional study, *Journal of Experimental Education*, 78, Oxfordshire, 246–267.
- Крап 2005: А. Krapp, Basic needs and the development of interest and intrinsic motivation orientations, *Learning and Instruction*, 15, Philadelphia, 381–395.
- Левеск и др. 2004: С. S. Levesque, N. Zuehlke, L. Stanek, R. M. Ryan, Autonomy and competence in German and U.S. university students: A comparative study based on self-determination theory, *Journal of Educational Psychology*, 96, Washington, 68–84.
- Матејић-Ђуричић 2012: З. Матејић-Ђуричић, Нове концептуализације развоја и васпитања, *Специјална едукација и рехабилитација*, 2, Београд, 267–284.
- Мирков 2007: С. Мирков, С. Саморегулација у учењу – примена стратегија и улога оријентација на циљеве, *Зборник Института за педагошка истраживања*, 2, Београд, 309–328.

- Нимиек, Рајан 2009: С. Р. Niemiec, R. M. Ryan, Autonomy, competence, and relatedness in the classroom: Applying self-determination theory to educational practice, *Theory and Research in Education*, 7, London, 133–144.
- Превишић 2007: V. Previšić, Pedagogija i metodologija kurikuluma, u: V. Previšić (ur.), *Kurikulum: teorije, metodologija, sadržaj, struktura*, Zagreb: Školska knjiga, 15–37.
- Рајан и др. 1994: R. M. Ryan, J. Stiller, J. H. Lynch: Representations of relationships to teachers, parents, and friends as predictors of academic motivation and self-esteem, *Journal of Early Adolescence*, 14, London, 226–249.
- Рајан, Деци 2000: M. R. Ryan, E. L. Deci, Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being, *American Psychologist*, 1, Washington, 68–78.
- Рајан, Браун 2005: R. M. Ryan, K. W. Brown, Legislating competence: The motivational impact of high stakes testing as an educational reform, in: A. E. Elliot & C. Dweck (Eds.), *Handbook of competence* (pp. 354–374), New York: Guilford Press.
- Чанк и др. 2008: D. H. Schunk, P. R. Pintrich, J. L. Meece, *Motivation in education: Theory, research, and applications*, 3/E, New Jersey: Merrill Prentice Hall.
- Соненс и др. 2012: B. Soenens, E. Sierens, M. Vansteenkiste, L. Goossens, F. Dochy, Psychologically controlling teaching: Examining outcomes, antecedents, and mediators, *Journal of Educational Psychology*, 104, Washington, 108–120.
- Свитски 2006: H. Switzky, Importance of Cognitive-Motivational Variables in Understanding the Outcome Performance of Persons with Mental Retardation, in: H. Switzky, L. M. Glidden (Eds.), *Mental retardation, personality, and motivational systems, International review of research in mental retardation*, (pp. 1–24), San Diego, CA: Academic Press.
- Свитски, Хејвуд 1991: H. N. Switzky, H. C. Haywood, Self-reinforcement schedules in persons with mild mental retardation: Effects of motivational orientation and instructional demands, *Journal of Mental Deficiency Research*, 35, Oxford, 221–230.
- Флинк и др. 1990: C. Flink, A. Boggiano, M. Barrett, Controlling teaching strategies: Undermining children's self-determination and performance, *Journal of Personality and Social Psychology*, 59, Washington, 916–924.
- Хартер 2001: S. Harter, *The Construction of the Self: A Developmental Perspective*, New York: Guilford Press.
- Хејвуд 2006: H. C. Haywood, Broader perspectives on mental retardation, Foreword to H. N. Switzky & S. Greenspan (Eds.), *What is mental retardation? Revised. Ideas for an evolving disability in the 21st century* (pp. xv-xx), Washington, DC: American Association on Mental Retardation.

- Цанг и др. 2009: Н. Jang, J. Reeve, R. M. Ryan, A. Kim, Can self-determination theory explain what underlies the productive, satisfying learning experiences of collectivistically oriented korean students?, *Journal of Educational Psychology*, 101, Washington, 644–661.
- Џенингс и др. 2011: Р. Jennings, К. Snowberg, М. Coccia, М. Greenberg, Improving Classroom Learning Environments by Cultivating Awareness and Resilience in Education: Results of Two Pilot Studies, *Journal of Classroom Interaction*, 1, Houston, 37–48.
- Џоронен 2005: К. Joronen, *Adolescents' subjective well-being in their social contexts*, Academic Dissertation. Tampere: Acta Universitatis Tampereensis.

ДОПРИНОС ГЛОБАЛИЗАЦИЈЕ ФУНКЦИЈИ ЗАШТИТЕ НЕПОСРЕДНЕ ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ

1. Увод

Почетком друге деценије XXI века живимо у свету где се свакодневно дешавају разне промене у свим сферама друштвеног живота, а једна од таквих појава која је иницирала све те промене је глобализација, коју многи аутори различито дефинишу, али се она може схватити и као модерна форма и загонетни феномен који садржи вишеструке и драстичне промене у свим димензијама живота.

Иако многи аутори на различите начине дефинишу глобализацију интересантно је мишљење Ентони Гиденса који сматра да се глобализација може дефинисати као интензификација друштвених односа на светском плану, која повезује места на такав начин да локална збивања уобличавају догађаји који су се одиграли километрима далеко (Гиденс 1998: 69).

Глобализација је процес који подразумева промене у развоју политичког, економског, социјалног и културног развоја сваке државе, од смањења значаја националних држава и влада, ревизија закона и процеса, па све до повећања значаја глобалних институција у контексту међународне сарадње. Глобализација настаје као јединство не само економских и политичких питања на планети, већ и у домену образовања и културног настојања да се у појединим државама сачувају посебне и специфичне националне вредности и културе.

Без обзира шта мислили о глобализацији уопште, она је и поред многих актуелних догађаја у свету тема данашњице са свим позитивним и негативним карактеристикама.

Развојем науке и савремених технологија повећавају се апетити за економским растом и већим профитом, али истовремено, због поремећаја које савремена технологија изазива у природи долази до еколошке кризе, нарочито у економски најразвијенијим земљама.

У домену образовања и културе глобализација се посебно треба показати у променама система еколошког васпитања и образовања и образовања уопште, променама наставних планова и програма, у бољем финансирању рада школа и у припремању наставног кадра. Један од тих глобалних процеса, поред осталих, у образовању је болоњски процес, који инсистира на уским специјализованим практичним усмерењима и занимањима, који

* ljiljanam@ucfak.ni.ac.rs

могу да задовоље захтеве и потребе тржишта, индустрије и производње и на тај начин утичу на формирање глобалног грађанина.

Заштита животне средине је проблем који се наметнуо као императив и највећи изазов савременог друштва, па је он, вероватно, допринео да промене у вредностима система појединца и друштва у целини, у коме долази до буђења еколошке свести, глобализација престаје да буде средство одвајања човека и друштва од природе и постаје средство спајања са њом.

Зато је најопштији циљ еколошког васпитања и образовања, по Данилу Ж. Марковићу, развијање еколошке свести појединца и заједнице у целини. Еколошка свест не настаје спонтано већ под утицајем друштвених снага и околности. Еколошка свест обухвата схватања, начине понашања, мотиве деловања, жеље и очекивања која се односе на човекову природну околину (Марковић 2009: 302).

На многим међународним скуповима и конференцијама усвојено је низ мера и поступака, који би допринели отклањању или умањењу извора угрожавања животне средине. Како се ради о глобалном проблему који угрожава велике просторе и превазилази националне границе, то је логично да међународна заједница добије најзначајнију улогу у очувању животне средине.

Данашњи свет наилази на све више заједничких проблема као што је загађење животне средине, глобално загревање, који не представљају само опасност појединим нацијама, већ угрожавају човечанство у целини.

Према томе, у условима глобализације не долази само до глобализације и универзализације заштите животне средине, већ и образовних програма уопште. Али и у таквим условима образовање треба да буде у функцији очувања посебних култура као израза културне разноврсности и потврде стваралачке имагинације људског рода. У овом смислу не само еколошки, већ и образовни садржаји уопште, као и облици њиховог остваривања, морају водити рачуна о традицији и културним посебностима појединих народа и држава, и бити у функцији заштите њиховог културног идентитета, тј. њихове посебности и самосвојности. Неопходно је напоменути да у оквиру глобализације образовања стање у овој области не може бити успешно без сагледавања кадровског аспекта овог проблема, зато је потребно истраживати и проблеме о припремљености наставника за заштиту животне средине и његовог материјалног положаја и вредносног статуса, нарочито у неразвијеним државама и земљама у развоју.

Према мишљењу већине аутора, неопходно је да припреме за промену односа према животној средини започну од најмлађих – деце и омладине. Дилеме које су се јављале о питању када почети са еколошким васпитањем (да ли са поласком деце у школу или касније), су лажне дилеме јер је неопходно децу еколошки васпитавати још у породици, предшколским установама, основној и средњој школи и на факултету. Ово утолико пре, јер је еколошка криза глобални проблем, тако да еколошке вредности пред-

стављају опште људске вредности, на основу којих појединац формира своје ставове према природи и непосредној животној средини.

2. Суочавање са многим еколошким изазовима почетком двадесет првог века

Поред многих еколошких поремећаја (катастрофа) које нам се већ дешавају, у појединим земљама долази и до несразмерног пораста становништва. Године 1999. светско становништво бројало је шест милијарди људи, а 1804. године било је само једна милијарда. Процењује се да ће пре 2020. године бити знатно више од седам милијарди људи. На спречавање даљег пораста становништва утичу многи фактори као што су болести, глад, сиромаштво, ратови и др. Зато се не можемо отети утиску да неке економски развијене земље, прецизније речено неки моћници, свесно утичу на смањење броја становника на Земљи разним нехуманим мерама, које се касније враћају као бумеранг, попут сиде, лудих крава, свињског грипа или ратова.

Они желе да смање број становника на планети, јер сматрају да се деградација и исцрпљивање природних богатстава умножавају с порастом становништва. Чак и многи аутори истичу да на планети има све мање места. Број становника на Земљи ће се, према предвиђањима француског Националног института за демографска истраживања, до 2050. године попети са садашњих 7,141 милијарде на близу десет милијарди, тачније на 9,731 милијарду житеља. После тога, све до 2100. године требало би да стагнира, када би број становника требало да се креће између 10 и 11 милијарди. Упоређења ради, Земљи је, иначе, било довољно свега 12 година (1999–2011) да за целу милијарду увећа укупну популацију.

Број становника, као и до сада, неће равноправно расти. Док ће сви остали увећавати свој демографски потенцијал, он ће у Европи опадати, изузев неких економски развијених земаља. У Африци ће, тако, 2050. године живети 2,435 милијарди, што је више него двоструко у односу на садашњих 1,101 милијарду.

Тренутно, шест најнастањенијих земаља на свету – Кина, Индија, САД, Индонезија, Бразил и Пакистан имају 3,59 милијарди становника, више од половине на планети. Занимљиво је да ће у Кини 2050. године бити мање становника него данас: 1,31 милијарда уместо 1,36 милијарди. Свих осталих у овој групи биће више. Значајно је напоменути да ће Индија преузети примат Кини и постаће најмногљуднија земља на свету јер ће 2050. године имати 1,652 милијарде (данас 1,276). На треће место скочиће Нигерија која ће се са 174,9 милиона попети на невероватних 444 милиона становника. Највише деце, иначе, данас се рађа у Нигерији у просеку 7,6 по мајци, а најмање у Андори и Босни и Херцеговини – 1,2.

Суочен са таквом потенцијалном будућношћу, свет се глобално налази пред изазовом важних одлука. Како да доносимо исправне одлуке?

Као што претходно наведени примери показују, многи од наших садашњих проблема резултат су одлика које су раније генерације доносиле у доброј намери, заправо, многе од тих одлука имале су веома делотворне последице и по раније и по садашње генерације. Но, оне су исто тако имале и разарајуће последице. Како можемо бити сигурни да одлуке које ми у доброј намери доносимо неће имати подједнако двосмислене последице. Истини за вољу, мора се признати да је сличних проблема, додуше не у тој мери, било и у прошлости.

Западна филозофија је рођена пре 2500 година, с чином Сократовог расправљања о атинском друштву и улози појединца у њему. „Не бавимо се неком незнатном ствари“ рече Сократ, „већ тиме како треба да живимо“. Еколошки проблеми, чак и наизглед безопасни попут употребе вештачког ђубрива и пестицида, постављају филозофска питања о томе како треба да живимо. На пример, да ли човек као интелигентно биће има икакву моралну одговорност да заштити разноврсне животне облике који нас окружују. Одговорност човека, по мишљењу Џозефа Жардена, за такво стање је, свакако евидентно, али се на ту одговорност различито гледа. Један број теоретичара ту одговорност види само према људском бићу, други према свим живим бићима, а трећи одговорност проширују и према људима који не постоје и који можда никада неће постојати. Према томе, намеће се питање да ли људи у садашњости имају одговорност према људима који би могли бити живи за сто хиљада година, и да ли ће за њих представљати опасност све оно што је штетно по нас. Све су то питања еколошке етике, много питања а мало одговора (Жарден 2006: 86).

Оно у чему се многи аутори слажу је да се почетком двадесет првог века глобално суочавамо са еколошким изазовима који нас упозоравају на велике поремећаје у природи који ће се, ако нешто значајно не предузмемо, у блиској будућности дешавати. Нажалост, има и аутора који још увек размишљају да ли се ми само суочавамо са овим изазовима или их производимо, те нам се сада враћају као бумеранг, а још више ће се у будућности човеку све то враћати. Јер, један број стручњака веровато не зна да готово све одлуке које доносимо имају последице које иду даље од наших намера. На срећу, већини је јасно да је подношљива и гостољубива планета нешто што ми делимо са другима, у простору и времену, што нам указује на значај оне друге стране глобализације која може помоћи да заштитимо животну средину и планету у целини.

3. Допринос међународних организација глобалном сагледавању заштите природе

У којој мери глобализација може бити у функцији заштите непосредне животне средине указују и документи Уједињених нација о еколошкој проблематици. Прва конференција Уједињених нација, посвећена заштити животне средине, одржана у Стокхолму половином 1972. године,

значајна је по томе што је на њој закључено да се проблем загађивања животне средине може решити једино паралелно са решавањем економских и социјалних проблема, тј. уједначавањем стандарда на глобалном нивоу кроз међународну сарадњу. О животној средини су усвојена основна начела која се сматрају еколошким уставом планете. У усвојеној Декларацији се, између осталог каже:

- а) Човек је истовремено и производ и творац околине која му даје средства и омогућава напредак. Човек је током свога развојка стекао моћ да мења своју околину на небројано начина. Оба облика човекове околине, и природни и друштвени, битни су за његово благостање и уживање основних права.
- б) Од заштите и унапређивања човекове околине зависи благостање народа и привредни развој широм света. То је озбиљан захтев света и дужност свих влада. Пошто државе, још увек, имају неограничен суверенитет на својој територији и слободно могу да располажу својим ресурсима, Конференција је упозорила владе да тај суверенитет одговорно користе како не би наносиле штете другима, пошто су народи међу собом егзистенцијално повезани. Наглашено је да постоји чврста веза између људских права и животне средине и да би све земље требало да међусобно сарађују у циљу очувања природе.

Друга конференција Уједињених нација о животној средини и развоју одржана је у Рио де Жанеиру половином 1992. године. Усвојена је декларација која садржи 27 принципа од којих ћемо интерпретирати неке на основу документа објављеног у књизи *Напори Уједињених нација за бољу животну средину*, коју је издало Савезно министарство за развој науке и животну средину (*Напори Уједињених за бољу сарадњу* 1977: 125). Најважнији је онај принцип који обавезује земље потписнице на остваривање одрживога развоја што је, у ствари, захтев да њихов економски раст буде у складу са токовима и могућностима животне средине. Полазећи од принципа глобалне заштите природе предвиђено је и да загађивач сноси штету насталу активностима које угрожавају животну средину. На истој конференцији донесени су важни документи: Рио декларација о животној средини и развоју, Конвенција о промени климе, Конвенција о биолошкој разноврсности, Принципи о управљању, заштити и одрживом развоју шума. У Конвенцији о биолошкој разноврсности наглашене су универзалне вредности биосфере, али пошто се та разноврсност осиромашује и под утицајем је одрживог развоја, донесена су правила за очување одређених врста, подручја, Агендом 21, коју је та Конференција такође усвојила. Развијене земље су прихватиле обавезу да 0,7%, свога националног дохотка дају као помоћ неразвијеним земљама ради отклањања проблема загађености. Било је то, додуше, време пре економске кризе која ће погодити и најразвијеније земље света, када ће се оне окренути, пре свега, економским проблемима, а мање еколошким. Тако је и Самит планете, Пета конференција Уједињених

нација, одржана у Њујорку половином 1997. године, била посвећена реализацији Агенде 21. Био је то импресиван скуп на коме је учествовало 50 шефова држава, 150 министара појединих земаља и велики број представника многих међународних организација. Конференција је посебно упозорила на:

- а) Опасност од повећања глобалне температуре и климатских промена што ће за последицу имати топљење ледника, повећање нивоа мора до једног метра и потапање неких острвских земаља у време које није далеко. Зато је донета одлука да се смањи емисија угљен-диоксида и азот-оксида за 15%, да би се избегао ефекат стаклене баште, а Сједињене Америчке Државе, као највећи загађивачи, треба да смање емисију од 20% укупне количине гасова. Но, САД овај закључак нису прихватиле;
- б) Уобразано смањење шумског фонда од једанаест милиона хектара годишње. Пошто шума битно утиче на климу, јер производе кисеоник и упијају угљен-диоксид, затражено је да се донесе посебна конвенција о заштити шума (*Напори Уједињених за бољу сарадњу* 1977: 125).

Кјото протокол је донесен 1997. године у јапанском граду Кјото и представља додаток уз Конвенцију о климатским променама. Тим Протоколом обавезују се државе да ограниче емисију гасова који изазивају ефекат стаклене баште (угљен-диоксид, метан, азотни оксиди, водоник, флуороугљоводоници) и то најмање за пет одсто у односу на 1990. годину. Наведене су и обавезе појединих држава. Тако САД треба да смање емисију за 7%, Европска унија за 8%, Јапан и Канада за 7%. Неким земљама је дозвољено да повећају емисију, а неким да је задрже на затеченом нивоу.

Сви ти напори на планетарном нивоу усмерени су на прилагођавање људских активности могућностима животне средине. Полази се од тога да је човечанство достигло критичан моменат у свом развоју и да ће, ако се настави постојећа пракса, доћи до још већих разлика међу земљама. Сиромаштво ће бити у порасту, а болести и беда узимати маха, а екосистем ће и даље пропадати. Зато на глобалном нивоу предлажу мере за заустављање негативног тренда и за предузимање активности да се природна средина сачува и унапреди и остави у бољем стању следећим генерацијама.

4. Неки покушаји заштите животне средине у Србији у складу са превазилажењем глобалних еколошких проблема

У Србији је крајем прошлог и почетком овог века, бар када се ради о законима, било више покушаја заштите природе, а посебно непосредне животне средине. Ипак, резултати свих тих покушаја су поражавајући. Депоније смећа се повећавају, не само у урбаним већ и у руралним срединама, загађеност ваздуха и воде је већа, бука у урбаним срединама се не смањује. На другој страни, у економски развијеним земљама, нарочито у Европи,

последњих петнаест година постигнут је напредак у концепту очувања природе, њених природних вредности и постављени су услови за одрживо и рационално управљање природним вредностима. Усвојени међународни документи о глобалном решавању еколошких проблема, иницирали су Министарство заштите животне средине да припреми сет закона из ове области које је 2008. године усвојила Народна скупштина Републике Србије.

Заштита природе је једна од основних области у заштити животне средине. Стално погоршавање стања природних станишта и претња извесним врстама дивље фауне и флоре, представља једно од основних питања политике Европске уније у области животне средине. Процењује се да је данас у Европи озбиљно угрожено, или се налази на ивици изумирања, око 1000 биљних врста и више од 150 различитих врста птица. Главним узроцима се сматрају стални губитак и смањење земљишта због урбаног развоја, изградње путева, као и све интензивније пољопривреде. Закон о заштити природе предвиђа да у обављању послова на заштити природе и природних добара, организације за заштиту природе остварују сарадњу са организацијама из области науке, културе, образовања и васпитања у циљу организовања активности усмерене на подизању нивоа еколошке свести.

У оквиру глобалне заштите природе Министарство просвете Републике Србије прихватило је обавезу да осигура услове за унапређивање васпитања и образовања о заштити природе, јер је преовладало мишљење да су досадашњи економски и некономски интереси и разлози диктирали услове и начин експлоатације природних ресурса и добара, без урачунавања директних или индиректних утицаја на животну средину.

Потребе за очувањем и заштитом природе, као дела еколошког наслеђа који често не познаје границе, обавезује све државе да својим нормативним, планским и другим мерама спрече и очувају биолошку разноврсност Европе.

У оквиру сета закона о заштити непосредне животне средине, у Србији је усвојен Закон о заштити ваздуха. Овим законом уређује се управљање квалитетом ваздуха и одређују мере и начини организовања и контрола спровођења заштите и побољшање квалитета ваздуха као природне вредности од општег интереса, које ужива посебну заштиту. Закон о заштити ваздуха је један од закона који је припремљен у поступку усклађивања домаће регулативе са прописима Европске уније и он ову област уређује кохерентно и целовито. Овим законом, како смо већ споменули, регулише се спречавање и смањење емисија гасова са ефектом стаклене баште, сагласно преузетим обавезама из међународних уговора и организација. Закон полази од основних глобалних циљева Оквирне конвенције УН о промени климе, обезбеђивање стабилизације атмосферских концентрација гасова са ефектом стаклене баште, на нивоу који би спречио штетне утицаје на климатски систем.

То би утицало на смањивање брзине загревања атмосфере узрокованог антропогеним емисијама ових гасова, чиме би се спречили неповољ-

ни утицаји на биодиверзитет, водоснабдевање, производњу хране и енергије, као основне факторе одрживог економског развоја и безбедности на глобалном нивоу. Конвенција дефинише проблем опасних антропогених утицаја на климатски систем, али не и начин постизања циља у погледу квантификованог смањења антропогених емисија гасова са ефектом стаклене баште. Поштујући основне принципе Конвенције, које смо већ поменули, Кјото протоколом су уведене квантификоване обавезе смањења емисије гасова са ефектом стаклене баште, у просеку за 5,2% у односу на референтну 1990. годину и то у првом обавезујућем периоду од 2008. до 2012. године. Земљама у развоју у смислу одредби Оквирне конвенције УН о промени климе, међу којима је и Република Србија, Кјото протоколом нису уведене никакве нове обавезе у односу на опште обавезе утврђене *Конвенцијом*. Ипак, у оквиру начела високог степена заштите природе свако је дужан да по закону, при предузимању активности или вршења делатности, доприне се заштити и унапређивању природе, биолошке, геолошке и предеоне разноврсности, очувању општекорисних функција природе и природне равнотеже.

Значајно је напоменути да је ово први пут у Србији да се Законом о заштити природе предвиђају мере заштите природе које се могу остварити:

- а) ублажавањем штетних последица које су настале активностима у природи, прекомерним коришћењем природних ресурса или природним катастрофама;
- б) подстицањем и промоцијом заштите природе развијањем свести о потреби заштите природе у процесу васпитања и образовања.

Друго, што је такође значајно, предвиђена је заштита и очување дивљих врста. Под заштитом и очувањем дивљих врста подразумева се спречавање свих радњи које утичу на нарушавање повољних стања популација биљних врста, уништавање или оштећивање њихових станишта, легла, гнезда или нарушавање њиховог животног циклуса, односно повољног стања, јер нам је коначно постало јасно да ће са нестанком биљака и животиња нестати и човек.

5. Еколошко васпитање и образовање у процесу глобализације

Пошто је сагледана опасност од угрожавања равнотеже између човека и његове средине, између природе и друштвених активности, а то пада у другу половину XX века, почело се указивати на значај еколошког васпитања и образовања за разумнији однос човека према природи и за поштовање природних законитости. Ученик још у школи треба да схвати да човек није само друштвено него и биолошко биће и да природу може мењати и прилагођавати себи само у оној мери која не угрожава њене виталне функције и здравље људи. Нормално је да човек прилагођава природу својим потребама али није схватљиво да то чини тако да доводи у опасност вла-

стити опстанак. Прилагођавање треба да буде обострано, тј. и човек треба да се прилагођава природи.

Скоро да нема ниједног међународног скупа посвећеног заштити и унапређивању човекове средине, а да на њему није указано на улогу образовања и васпитања у чувању и побољшавању природних услова човековог живљења. Неки од веома важних међународних скупова били су посвећени искључиво еколошком васпитању и образовању. Навешћемо само неке препоруке са ових скупова, јер врло илустративно показују како је свет освајала свест о потреби еколошког васпитања.

Од 1962. до 1972. године организовано је шест светских семинара посвећених упознавању јавности са еколошком проблематиком и захтевима да се у образовне системе свих земаља уведу еколошки садржаји. Прва конференција УН, о заштити животне средине, како је већ поменуто, одржана је у Стокхолму 1972. године, а на њој је истакнута улога образовања и информисања за јачање јавне и политичке свести о значају човекове средине. Посебно је наглашено да је примаран задатак људске заједнице да организује систематично образовање о животној средини, коју треба сачувати и унапређивати и за садашње и за генерације које тек долазе. Предложено је да се уради међународни образовни програм за заштиту и унапређивање животне средине интердисциплинарног карактера (Бергер, Ковачевић 1996: 29).

Еколошко образовање је била тема и конференције коју је организовао Унеско у Београду 1975. године. Испитивања која су претходила овој конференцији показала су да еколошко образовање у свету, посебно у неразвијеним земљама, није довољно заступљено, да приступ овом питању није интердисциплинаран, тако да еколошка област није сагледана целовито него парцијално. Зато је Унеско 1975. године објавио Међународни програм еколошког образовања, после чега је 60 земаља увело еколошко образовање у своје програме. У закључцима међународне конференције у Београду препоручено је, поред осталог, да еколошко образовање треба да има интердисциплинарни карактер, а наводи се и врло широка скала садржаја које оно треба да убухвати. Тиме се непосредно указује да је погрешно ово образовање сводити само на један наставни предмет.

Међународна конференција 66 земаља, одржана у Тбилисију 1977. године, заузима важно место у развоју еколошког образовања. Оцењено је да је у средњим школама у остваривању ове обавезе мање учињено него у основним и да је за успешно еколошко васпитање неопходан еколошки образованији наставни кадар. Усвојени су циљеви и утврђени принципи за припрему и изградњу програма еколошког образовања које треба да буде доживотно, да почне од предшколског доба, да траје до касних година, и да се остварује не само кроз школске него и кроз разне друге облике образовања.

Угроженост животне средине код нас, мере које се предузимају у оквиру глобализације у другим земљама, препоруке са међународних науч-

них и стручних скупова, допринеле су да се и у нашој земљи предузму одлучније мере на заштити човекове околине. Велики број стручних и научних скупова, који је на нашим просторима одржан о овој тематици, утицао је да се интензивирају активности на заштити животне средине. Ми ћемо овде навести основне препоруке са тих скупова које се односе на образовање.

Неопходно је образовни процес на свим нивоима, од предшколског до последипломског студија, прилагодити задацима заштите животне средине. Еколошко образовање је процес стицања знања и односа човека са локалном средином. Појединац, кроз образовни систем треба да стиче знања о биолошким, физичким, хемијским, психохигијенским и друштвеним особеностима средине (Научни скуп одржан у САНУ, Београд, 1979).

Еколошка проблематика мора да се нађе у свим наставним подручјима и мора се развити у три правца: развитак свести свих грађана, укључивање у конкретне акције и усавршавање стучњака у овој области (Научни скуп одржан у САНУ, Београд, 1979).

Заштиту животне средине не треба третирати као сувопарни школски предмет, нагласак мора да буде на интердисциплинарном приступу, који треба људима на свим нивоима – појединачном, групном, националном, да омогући да рационално бирају и одлучују. Настава и образовање су од кључне важности за разумевање основних еколошких принципа и њихову примену у спровођењу мера и активности у заштити животне средине (Пети конгрес еколога, Београд, 1996).

Бојимо се да ће, због актуелне светске економске и финансијске кризе, будућност света и даље бити условљена економијом и финансијама, а екологија ће и даље бити на маргинама економских токова. Светски економски форум, који је одржан крајем марта 2009. године, био је посвећен изласку из светске финансијске кризе, бацио је у други план многе актуелне еколошке теме, а нарочито климатске промене које прете да угрозе планету. Све то упозорава ову генерацију да се одговорније понаша не само према природи, већ и према непосредној животној средини.

На више међународних скупова упозорено је на неопходност доношења наставних планова и програма по којима ће предшколске установе и школе образовати и васпитавати ученике како да штите и унапређују непосредну животну средину. Ово се посебно односи на децу предшколских установа и на ученике млађих разреда основне школе, јер се они тада налазе у фази најинтензивнијег развоја када се формирају њихове потребе, интересовања и вредности које остају трајне.

Сложеној проблематици избора садржаја еколошког васпитања ученика и моделовању адекватних програма у настави свих предмета, где год је то могуће, приступити са становишта истраживања еколошких потреба и интересовања ученика, јер се ради о новом и доста оригиналном приступу. Наиме, на међународним скуповима, у појединим студијама, стручњаци ис-

тичу да је најважнији циљ образовања и васпитања развити, поред осталог, и еколошке потребе и интересовања ученика.

Еколошко васпитање и образовање је веома актуелно као педагошки и као еколошки проблем. Промене у образовању одвијају се и преко промена у положају ученика у свим етапама наставног рада, од наставних планова и програма, наставника, уџбеника и осталих савремених извора знања. Због комплексног карактера глобалне заштите животне средине, извори знања веома су важно подручје и треба им обратити изузетну пажњу. Коришћењем савремених извора знања мења се и улога наставника и ученика у настави. Ученик, самим тим, постаје субјект васпитно образовног процеса и активно се односи према раду, а и према природи уопште. Један од највише употребљаван, или злоупотребљен извор знања био је уџбеник. У историји школе постојало је више концепција уџбеника, али су они сада превазиђени, јер су младим људима потребна релевантна знања и могућност развијања критичког мишљења и вештина вредновања информација.

Како уџбеник није више тако доминантан извор знања, савремена школа, поред осталог, тражи и савремени уџбеник, који је и даље присутан у наставном процесу. Максимално дидактички и методички обликован уџбеник који сада познајемо, не само за предмете *природа и друштво* и *свет око нас*, већ и за остале предмете, јесте програмирани уџбеник. Он има вредност у поређењу с осталим врстама уџбеника због тога што се у њему налазе сви садржаји, не само садржаји који упућују на заштиту животне средине и природе у глобалу, које ученик треба да усвоји. Такав уџбеник је веома строго логички структуриран, а програмирана је и целокупна активност ученика у процесу усвајања тих садржаја. Зато је рад са програмираним уџбеником веома ефикасан.

Према дидактичким и методичким стандардима и захтевима уџбеник треба поштовати постојање разлика међу ученицима тако да нуди садржаје за два до три нивоа знања, разликујући их према ступњу сложености. Аутор, свакако, при изради уџбеника треба пратити прописани план и програм, те ће једино тако моћи да оствари циљеве и задатке одређеног наставног предмета. Према томе, брзе и велике глобалне промене на свим нивоима образовања траже савремену организацију наставе и учења, јер се само тако млади могу припремити за решавање проблема у XXI веку, а нарочито еколошких што је потврђено и Агендом за двадесет први век, која је усвојена на једном најимпресивнијем, најауторитативнијем и по доменима најважнијем скупу, у Рио де Жанеиру, посвећеном екологији. Том приликом усвојено је низ амбициозних задатака за чије реализовање је неопходно да се припремају сви, почев од најмлађих. Еколошко васпитање и образовање постављено је као најважнија обавеза свим земљама, јер се пошло од тога да је за обликовање еколошке свести и изградњу одговорног понашања према природи и животној средини потребан сталан и систематичан утицај кроз образовни процес, који ће бити тако конципиран да ученике не само

оспособи да знају, већ их васпитавати да то што знају примене у средини где живе.

6. Закључак

Колико год се трудили да истакнемо предности глобализације, истини за вољу морамо указати и на њене недостатке као што је губљење делимичног суверенитета, нарочито мањих држава, и продубљивање јаза између богатих и сиромашних. Противници глобализације, поред осталог, сматрају да овај процес није израз демократије, већ да је то измишљени план како би промовисали индустријску и политичку елиту.

На другој страни, можемо бити присталице или противници глобализације уопште, али је извесно да су неки аспекти данашње глобализације незауостављиви, као што је развој интернета и општа примена информацио-них технологија у свим аспектима друштвеног живота, а не само у образовању. Онда је јасно што један број аутора истиче да је готово немогуће формирати јединствен став према глобализацији као феномену.

Поред економских и политичких промена, глобализација обухвата промене и у другим сегментима друштвеног живота као што су образовање, не само еколошко, културу, социјалне службе, а све у функцији глобалног еколошког развоја (Ђорђевић 2008: 13).

Данас се, додуше, све више помиње глобално еколошко образовање и формирање глобалне стратегије образовања уопште, која би требало да допринесе брзом и ефикасном решавању еколошких проблема човечанства. Многи теоретичари истичу да се природа не може разумети без друштва и друштво без природе, те је то, вероватно, разлог да су еколошки проблеми постали глобални, а не само проблеми локалне заједнице, јер је планета Земља, без обзира на неке специфичности, са еколошког становишта јединствена.

Ту треба, вероватно, тражити разлоге што један број аутора истиче да се људска цивилизација и природа креће у супротним правцима. О томе су се нарочито пластично изразили С. Бербер и П. Ковачевић речима: „што је више становника на планети, све је мање природе; што су веће човекове технолошке моћи, то је природа загађенија; где је цивилизација најразвијенија ту је природа најугроженија“ (Бергер, Ковачевић 1996: 16). Ова њихова констатација је углавном тачна, али би се у трећем члану могла и релативизовати, јер је у нордијским земљама где је цивилизација врло развијена, природа није најугроженија. С друге стране, САД су не само најразвијенија него и врло цивилизована земља, а највећи су загађивачи на свету. Један Американац 20 пута више загађује животну средину од једног Индијца (Бергер, Ковачевић 1996: 26).

Зато еколошко васпитање и образовање треба да буде суштински део васпитно-образовног процеса, у свим земљама по читавој вертикали образовног система, почев од предшколских установа до факултетских и

постдипломских студија. Неопходно је да оно буде саставница свих врста школског рада – наставе, ваннаставних активности, културне и јавне делатности образовних установа и сарадње са окружењем.

Еколошки садржаји су мултидисциплинарног карактера, па је неопходно да им се приступи целовито, тј. треба да буду инкорпорирани у различите предмете, било да се они заснивају на природним било друштвеним наукама: природа и друштво, свет око нас, биологија, хемија, физика, географија, економија, социологија и др.

Еколошко васпитање и образовање у школама се може остваривати и преко еколошких активности и оне, поред образовног, треба да имају и васпитни карактер, што је изузетно значајно за формирање одговарајућег вредносног система у коме ће заштита људске средине и одговоран однос према природним ресурсима и енергији бити у врху вредносне лествице. Знања су стечена ако се практично примењују, а ученици су еколошки васпитани ако своје понашање усклађују са захтевима природе и здравог живљења.

Са многих међународних скупова из ове области стижу упозорења да наставни планови и програми, по читавој пирамиди образовног система, треба да буду обogaћени еколошким садржајима, а нарочиту пажњу треба обратити еколошком оспособљавању наставника кроз процес професионалног образовања и кроз стручно усавршавање (Ждерић и сар. 1997: 23).

Полазећи од значаја које еколошко васпитање и образовање има за остваривање правремене и ефикасне заштите и унапређивање човекове средине, у многим државама ово образовање је постало саставни део образовних садржаја од предшколског до високошколског образовања.

Ипак, глобално посматрано, а на основу анализа програмских садржаја, циљева и задатака предмета у којима се изучавају еколошки садржаји на свим нивоима образовања, може се закључити да су садржаји образовања за заштиту животне средине недовољно заступљени у њима.

Иако је глобализација добар пример како се заједничким снагама може заштитити природа, еколошки проблеми су одличан показатељ глобалне неједнакости. Ако узмемо само један пример, број становника једне земље и потрошњу електричне енергије, видећемо колико је та неједнакост велика. Примера ради, Сједињене Америчке Државе имају око 250 милиона становника, а Кина и Индија заједно око 2,636 милијарди. Неједнакост се огледа у томе што САД саме троше 70 процената више енергије него Кина и Индија заједно. Зато се не можемо отети утиску да се развојем науке и технологије, у циљу економског просперитета и стварања профита, јављају и ризици угрожавања природе и животне средине, којих у људској историји није било у тој мери. То значи да нарушавање еколошке равнотеже у савременом свету поприма размере нарушавања равнотеже између природних система, неопходних за одржавање живота човека и осталих живих бића.

Онда није случајно што се Џозеф пита да ли се почетком двадесет првог века глобално суочавамо са еколошким изазовима који су без преседана? Суочавамо, или их производимо? Да ли се то човек окренуо против природе, или је природа почела да се свети за све што јој је човек у својој краткој историји неодговорно урадио? Да ли човечанству прети еколошка катастрофа и шта у тој ситуацији треба радити? Да ли је природа човеков непријатељ, кога треба победити, покорити и привести некој корисној хуманој намени, или је човек део шире заједнице у којој међузависност има примат (Џозеф 2006: 138).

У супротном, ако не схватимо ова упозорења, без обзира што се свест о заштити животне средине почиње да развија, проћи ће, вероватно, много времена да садашње генерације промене филозофију живота у тој мери да им заштита природне и животне средине буде свакодневна активност и навика.

Литература

- Бергер, Ковачевић 1998: С. Бергер, П. Ковачевић, *Школска хигијена*, Београд: Учитељски факултет Београд.
- Глигоријев 2006: Н. С. Глигоријев, *Словар висалитесу социологија*, Гордарица.
- Ђорђевић 2008: Б. Ђорђевић, Глобализација и школа и образовање, *Годишњак 2*, САО – Београд.
- Ђорђевић 2009: Б. Ђорђевић, *Циљеви и задаци васпитања и образовања, глобализације и европске интеграције*, Научни скуп Образовање и усавршавање настанка, Ужице: Учитељски факултет.
- Ентони 1998: Г. Ентони, *Последице модерниста*, Београд: Филип Вишњић.
- Ждерић и сар. 1997: М. Ждерић и сар., *Могући правци образовања и васпитања за заштиту, обнову и унапређење животне средине*, Нови Сад: Универзитет за биологију.
- Кларк 1999: I. Clark, *Globalization and international relations theory*, Oxford: Oxford University press.
- Мандер, Голдсмит 2003: Ц. Мандер, Б. Голдсмит, (прир.), *Глобализација, аргументи против*, Београд: Клио.
- Марковић 2002: Д. Ж. Марковић, *Социологија и глобализација*, Ниш, Београд: Просвета, Савремена администрација.
- Марковић 2007: Д. Ж. Марковић, Глобализација образовања, *Годишњак 2*, САО – Београд.
- Марковић 2002: Д. Ж. Марковић, Глобализација и опасност глобалне еколошке кризе, *Теме*, 3, Ниш.
- Нешковић 2007: С. Нешковић, *Национални интерес и заштита животне средине у постмодерном глобалном амбијенту*, Београд: Факултет организационих наука.

- Напори Уједињених за бољу животну средину 1997*: Савезно Министарство за развој, науку и животну средину, Београд.
- Пејчулић 2002: М. Пејчулић, *Глобализација, два лика света*, Београд: Гутенбергова галаксија.
- Савичевић 2007: Д. Савичевић, Социо-филозофски основи Болоњске декларације, *Педагошка стварност*, бр. 7–8, Нови Сад.
- СМИТ 2007: М. К. Smith, *Globalization and the incorporation of Education*, London: UMCA George Williams College, Winter/Spring, Volum 2, Assue 1.
- СТИГЛИС 2002: Е. Џ. Стиглис, *Противречности глобализације*, Београд: SBM-X.
- Џозеф 2006: Р. Де Ж. Џозеф, *Еколошка етика*, Увод у еколошку филозофију, Београд: Службени гласник.

ПОЛАРИЗАЦИЈА ДРУШТВА СРБИЈЕ КАО ПОСЛЕДИЦА ГЛОБАЛИЗАЦИЈЕ

У овом раду се под појмом поларизације подразумевају различити положаји територија – сеоског и градског простора, као и група са неповољним положајем – јаз између врха и дна положаја на стратификацијској лествици: поларизација животних шанси „оних који имају“ и „оних који немају“: сиромашних, изолованих, без образовања, незапослених, болесних и без могућности за остваривање права на примарну здравствену заштиту. Јасан извор друштвене поларизације представља различитост места у друштвеној структури група са неповољним положајем – невидљивих и ником потребних друштвених група и подгрупа у односу на оне које су њима поларне. Поларизација подразумева друштвене неједнакости, искључења и дискриминације, које се догађају унутар радне снаге и око ње, унутар територија и група, формирајући *друштвени свет који се ствара на супротном полу*, свет друштвено невидљивих људи. То је свет антипода, друштвено искључених, поларизованих.

У теоријским гледиштима о глобализацији полази се од кључних теорија антиглобализма: 1. Бауманова теорија просторне покретљивости и друштвене неједнакости, с нагласком на последице до којих је дошло у друштвеној структури. Просторна покретљивост је постала оса око које се формирају најважније друштвене неједнакости данашњице (Bauman, Sklair, Castells, Beck); 2. теорија ризика У. Бека (Ulrich Beck), у којој човек губи осећај сигурности у модерним друштвима и 3. теорије касне модерности Е. Гиденса (A. Giddens). Сва та учења истичу негативне последице глобализације и глобализма – да у пројекту глобализације постоји тренд *поларизације* који се одвија по логици укључености и искључености из глобалних токова.

Глобализам подразумева глобалну експанзију транснационалних корпорација, насталих хоризонталним и вертикалним повезивањем, које послују у више земаља и које су у власништву акционара из различитих земаља – неолиберализам. Критичари сматрају да је од 80-их година XX века глобална доминација неолибералних идеја и праксе довела до тога да је економија заузела кључно место у друштвеним процесима, а то даље до де-хуманизације, различитих видова отуђења и експлоатације људских и природних ресурса. Тако је капитал, у потрази за јефтинијим ресурсима и нижим трошковима, напуштао земље са високим порезима – високоразвијене земље. Постоји и другачије мишљење да је основни разлог што крупни ка-

* brljubica@yahoo.com

питал напушта високоразвијене земље економске природе, одлази у подручја где га нема довољно и где је самим тим на вишој цени, и могућност оплодње капитала кроз масовну производњу у земљама у развоју (Вулетић 2006). Тако капитал утиче на економску политику тих земаља, која постаје све повољнија за крупни капитал. Постојање таквих услова остварује се условљавањем крупног капитала неразвијених и земаља у развоју за добијање кредита и за могућност директних улагања. Транснационални капитал је овладао глобалним институцијама: Светска банка, Међународни монетарни фонд, Светска трговинска асоцијација, чиме је на још један начин поткопан суверенитет слабих држава у Трећем свету. Постављају ригорозне услове за добијање кредита и повластица, чиме се мешају у начин вођења унутрашње политике, која је морала бити у складу са интересима крупног капитала. Национални интереси држава дужника нису важни. Капитал на тај начин обезбеђује услове пословања који нису присутни у високоразвијеним земљама – због дуге традиције државе благостања (*Welfare State*) али и снаге синдиката.

Истовремено, тако добијени капитал врло брзо може да напусти одређено регионално и локално тржиште, остављајући га после макар и најмањег поремећаја, али и еколошку пустош за собом, јер не поштује еколошке стандарде. Тиме се нарушавају основна људска права за област екологије, али и за области материјалног благостања, животног стандарда, образовања, медицинске помоћи, могућности запослења и провођења слободног времена Херман (Herman 1999, у: Вулетић 2006). Угроженост људских права односи се на већину становништва, док мањина ужива сва права, захваљујући којима се просторно сегрегирала. Тиме је осигурано одржавање повољних позиција у готово свим земљама где је глобални капитал присутан. Последица је да глобални капитал господари економском политиком чак и веома моћних држава Бек (Beck 2004).

Бауманово (Bauman 1998) виђење последица глобализације је другачије. Своје учење Бауман заснива на две димензије: времена и простора. Кроз ове две димензије, а посебно кроз просторну димензију, одсликава глобализацију и њене последице. Почетна његова идеја јесте да је мобилност постала најмоћнији стратификациони фактор данашњице. Она је основа за градњу нових глобалних социјалних, политичких, економских и културних хијерархија савременог света. За оне на врху, те нове хијерархије и слобода кретања доноси све могуће предности. За њих, простор губи ограничавајући карактер и лако путују како кроз реални тако и кроз виртуелни простор. Лако се крећу кроз простор, и он за њих нема значаја. Значајно је време, јер им увек недостаје. За локално ограничене, особеност је одсеченост од главних економских и осталих токова, односно својеврсна изолација. У свету локалних веза, стварни простор се затвара и то постаје врста болне депривације. Њихово време је празно и ништа се не дешава. Они живе у простору, а њихово време је празнина. Постоји само виртуелно ТВ

време. Само је оно распоређено у складу са ТВ програмом. Остатак времена се проводи у монотонији.

Мобилни су они који инвестирају, који имају капитал потребан за инвестиције. Корпорације које инвестирају су ослобођене од одговорности и обавеза према запосленима, младима, слабима, чак и према нерођенима – од консеквенци свог деловања. Капитал је мобилан, према Бауману, и то му обезбеђује да у случају опасности побегне на сигурнија места.

Даље, Бауман сматра да се сада може говорити о крају географије. Просторна дистанца више није од значаја. Удаљеност је просторно условљена. Социјални чиниоци који одређују социјалне идентитете – државне границе, културне баријере, секундарни су у односу на ефекат брзине.

Глобална политика је далеко од спољне политике суверених држава. Војска, економија и култура доживљавају велике промене. Државе постају све слабије, мада остају државе. Међутим, најважнија разлика у односу на претходни период, јесте чињеница да богатима више нису потребни сиромашни. Та два света постају потпуно раздвојена. О томе сведочи и медијско представљање слике света. По Баумановом (Bauman 1988) запажању, слике света се свде на три тачке: сиромашни су одговорни за своју судбину; проблем сиромаштва и депривације је сведен на питање глади и голог опстанка; богати делови света су ограђени, а све информације које стижу споља су слике ратова, убистава, проблеми са дрогом и свега остало што њих не дотиче.

Још једна последица глобализације по Бауману јесте промена типа друштва. Друштво је постало потрошачко, а његови чланови су купци. Долази до фабриковања потреба. Даље, Бауман пише да су културно психолошке последице такве поларизације огромне. Свет се дели на туристе и вагабунде. Туристи су луталице и остварују слатке снове ван удобности дома јер то желе. Они иду где их срце води. Супротно њима, вагабунди лутају јер морају, немају другог избора. Знају да неће остати дуго на једном месту, јер је свет унутар њиховог локалног поља негостољубив. Између њих је огромна маса становништва који су небитни у погледу свог друштвеног значаја. Они не знају шта их сутра чека. Овакав погледа на последице глобализације Бауман закључује да ова његова слика постмодерног, глобализованог света не узима у обзир најмасовнију групу у оквиру једног друштва као и групу земаља које представљају санитарни појас између богатих и сиромашних – *средње, полупериферијске* групе, које не анализира, већ их само помиње. Он пажњу усмерава само на друштвене крајности: анализа врха и дна стратификацијске лествице (Bauman 1988).

М. Лазих (1988) износи став да су средњи слојеви објективно највише угрожени глобализацијом. Наиме, сигурност њиховог друштвеног положаја, а са њом и материјално благостање и потрошачки стил живота, постају угрожени увек присутном опасношћу од одласка капитала и губитка посла, али и сталним технолошким променама и појавом нових занимања. Ти-

ме се положај средњих слојева мења из основа (Bradshaw, Wallace 1996, у: Вулетић 2006).

Различите су последице глобализације, често међусобно противуречне: 1. економска глобализација је допринела промени положаја милиона људи широм света, посебно у новоиндустријализованим земљама, у смислу отварања нових радних места, али и побољшање материјалног положаја. Истовремено, подаци кажу да је у исто време дошло и до повећања јаза између богатих и сиромашних региона света, али и до повећања релативне стопе сиромаштва; 2. политичке последице глобализације: спољни суверенитет држава опада, а опада и њихова аутономија у погледу доношења политичких одлука. Али јача унутрашњи суверенитет држава (Вулетић 2006), полиција и судство као и друге административне службе – чиме се обезбеђује повољни амбијент за транснационални капитал. Национална држава се трансформише у неолибералну државу.

Према речима Бека (Ulrich Beck), насупротив индустријском добу, коме је одредница била производња добара, епоху друге модернизације одређује производња ризика. Ризик је везан за супстанце које измичу опажању и које угрожавају живот на планети. Све то води укидању, односно редефинисању категорија у којима смо до сада мислили – време, простор, рад, доколица, националне државе, границе итд. (Beck 1999). Последице глобалне тржишне економије су две логике расподеле: расподела добара и расподела беде. Милиони незапослених и пораст сиромаштва прете за стварање услова за социјалну експлозивност која је реална. Отуда потреба за одговорном глобализацијом постаје питање којим мора да се позабави светско јавно и политичко мњење (Beck 1999).

Средином 90-их година XX века, под утицајем антиглобализацијског покрета, како пише Лечнер (Lechner 1999), последице глобализације виђене су као: људска алијенација, социјална поларизација, просторна сегрегација, мекдоналдизација културе, трансформација држава у квазидржаве, еколошко загађење без преседана, уништавање демократских тековина – људских и радничких права, укидање државе социјалног старања, капитализам без рада итд. Списак негативних последица сваким даном се повећава, да би најактуелнији био глобални тероризам. Различите последице глобализације истичу се у зависности од великих светских региона, који су јако различити и деле се на високоразвијене земље: САД, западна Европа и Јапан, новоиндустријализоване земље југоисточне Азије којима се придодaju и неке земље Латинске Америке – Бразил и Мексико, или земље ОПЕЦ-а Кина и Индија, чији се економски развој још не одражава на животни стандард њиховог становништва; Латинска Америка са честим осцилацијама економског раста; земље источне Европе које се налазе у периоду транзиције; Африка, посебно супсахарска Африка која је искључена из глобалне економије (Вулетић 2006: 263). Многи аутори истичу да постоји тренд *поларизације* света који се одвија по логици укључености и искључености из глобалних токова (Bauman, Sklair, Castells, Beck).

1. Циљеви истраживања

Истраживање је имало више паралелних циљева: *дескриптивне* – осветлити појам поларизације друштва као негативне последице глобализацијског пројекта, те значај и утицај поларизације на пораст сиромаштва и група чији се животни изгледи све више деле на *оне који имају* и *оне који немају* у друштву Србије, у периоду постсоцијалистичког развоја. Обезбедити податке о основним димензијама поларизације села у односу на град, као и на свет финансијски сиромашних друштвених група и искључених из општедруштвених токова запослености, здравствене и социјалне заштите; *активистичке* – да артикулацијом знања о овој области и о овим противуречностима, омогући њихову дистрибуцију различитих друштвених актера: доносиоца одлука, академских институција, едукатора, администрације, НВО, појединаца.

2. Методолошке особености истраживања

Узорак и процедура

Извори података су двоструки: 1. *примарни*, тј. оригинални извори, који су добијени у натуралистичким, тј. теренским условима и 2. *статистички* подаци из Републичког завода за статистику РС. За добијање *примарних* – оригиналних извора, истраживање је спроведено на узорку села и сеоских домаћинстава на територији централне Србије из следећих округа: Златиборски ($n=96$), Шумадијски ($n=100$); град Београд ($n=88$), Мачвански ($n=100$), Нишавски и Пиротски ($n=100$), Расински ($n=96$), укупно, $N=580$ сеоских породичних домаћинстава у 97 сеоских насеља. Узорак од пет стотина осамдесет породичних домаћинстава из двадесет шест општина и деведесет седам села је обухватио планинска села, али и она у равници, поред река и језера, ближе или даље од града (10 до 50 и више км удаљености од града). Удаљеност од града одређује комуникацијске могућности, културни статус, начин и стил живота становника појединих села – еколошки фактор одређује начин живота сеоског домаћинства, па и менталитет сељана. Истраживање је извршено на репрезентативном узорку за садашњу територију централне Србије, кроз укрштање анкетног испитивања, интервјуа и посматрања. Подаци су прикупљени у сеоским породицама, у кућама сеоских жена, у периоду од 2001. до 2006. године, као део већег истраживања у склопу израде социолошке студије о друштвеном положају села, сеоских породица и сеоских жена у централној Србији. Узорком обухваћен простор се простире на 7.868 км² (14,1% од подручја централне Србије) које насељава 995.047 становника или 18,5% од становништва централне Србије.

Варијабле и инструменти

Инструменти. У овом истраживању примењене су методе анкете, интервјуа и посматрања, као и анализа статистичких података. У анализу су укључене две категоријске варијабле: 1. *окрузи*, који се изражавају као подскупови са шест врста: Златиборски, Шумадијски, Београдски, Мачвански, Нишавски са Пиротским и Расински и 2. *региони*, који се у статистици Србије изражавају са две врсте: Србија север и Србија југ, а унутар њих су по два региона: Србија север обухвата Београдски регион и Регион Војводине, док Србија југ: 1. Регион Шумадије и западне Србије као и 2. Регион јужне и источне Србије.

За све варијабле израчунаване су фреквенције.

Имајући у виду наведени аналитички контекст, предложене су следеће *хипотезе* које су водиле ово истраживање.

Нови, глобални свет се састоји из три нивоа: први ниво, умрежено предузеће с глобалном радном снагом, други ниво – култура борбе за моћ и трећи ниво чини свет антипода, друштвено искључених у информационом капитализму. Главну реч имају глобална финансијска тржишта, а не власници капитала. Такав глобални састав кроји судбину свих друштвених класа, земаља, регија и континената. И у будућности ће се повезивати свет, али селективно, искључујући оне који му не користе. Ови глобални нивои поларизују свет на: центар, полупериферију и периферију. Друштво Србије се налази на полупериферији светског капитализма.

Поларизација друштва *полупериферије* овде је наглашена јер је она уско повезана са проблемима регреса и неразвоја (у смислу потирања развоја и довођења у питање будућег развоја), који је захватио друштво Србије од почетка 90-их година. Појам неразвоја се односи на следеће структуралне промене: повећана социјална несигурност и сиромаштво, смањена социјална и здравствена заштита, институционална деструкција, аномија, повећани криминал и насиље, популациона криза, повећан морталитет мушкараца и „барбаризација“ кроз ратне конфликте (Благојевић 2009). Неразвој је удаљавање од властитог развојног тока уништавањем, разарањем претходно достигнутих развојних добитака. Неразвој је последица „глобализације одозго“, њиме су посебно тешко погођена рурална подручја, пошто „глобализација одозго“ фаворизује метрополитацију на полупериферији (Благојевић 2009). Рурална подручја у друштву Србије су од почетка 90-их изразито подложна пауперизацији, услед кидања веза између села и града губитком запослења „сељака индустријских радника“, који су у периоду индустријске производне основе друштва Србије ублажавали негативне последице урбоцентричне политике и смањивали разлику између села и града. Без посла је остало хиљаде радника, чије вештине више не одговарају пословима у новој економији.

Акцент је на разумевању великих и неповољних промена које су у току, а које се најчешће означавају као *транзиција*, и то из перспективе

противуречног положаја територије села у односу на град, јаза између група које су на врху и на дну стратификацијске лествице у друштву Србије, односно група са неповољним и са повољним друштвеним положајем. Тај јаз је условљен глобалном поделом рада, која је створила широки слој људи који су незапослени, сиромашни, болесни, просторно изоловани и маргинализовани, образовно депривирани.

Претпостављено је да се поларизације друштва Србије испољавају пре свега у сфери свакидашњег живота, односно да оне структурирају свакодневицу друштва Србије на различите животне изгледе *оних који имају* и *оних који немају*. *Они који немају* су уздрмани драматичним трансформацијама у глобалној економији, коју не схватају и не могу да контролишу, и тиме постају групе са неповољним положајем у друштвеном свету, који се ствара на супротном полу.

3. Резултати истраживања

Прво питање на које смо желели да одговоримо јесте: које су емпиријски мерљиве негативне последице глобализације у друштву Србије, које су операционализоване у облику анализе сиромаштва – социјалне искључености. Активности су категорисане на анализу: 1. инфраструктурне поларизације сеоског простора у друштву Србије 2. недостатак финансијског капитала 3. недовољна медицинска заштита, 4. незапосленост, као последица глобалне поделе рада и глобалног тржишта радне снаге.

3.1. Инфраструктурна поларизација сеоског простора у друштву Србије

За потребе овог рада од значаја су анализе повезаности глобалног и локалног у времену глобализације. Јер, „бити локалан у глобализованом свету је знак друштвене депривације и деградације“ (Бауман 1998). Степен инфраструктурне опремљености обезбеђује услове за искоришћавање капацитета локалне средине.

Поларизација цепа друштво Србије на изолована сеоска подручја и остали простор. У изолованим сеоским подручјима су високо концентрисане сиромашне и маргинализоване групе становништва, нискост инфраструктурних обележја села, те инфраструктурна заосталост села, сеоских домаћинстава и газдинстава.

Инфраструктурна обележја села (из узорка)

Инфраструктурна заосталост села је анализирана на основу података о броју аутобуских полазака у току једног дана, о електричној струји, о путевима, пошто се полази од становишта да су путеви и комуникације главне сметње бржој модернизацији нашег села.

Табела 1: Инфраструктурна обележја села из узорка према окрузима

Окрузи	Са амбулан- том	Број школа према разредима			Број аутобуских полазак током дана			Број села
		Без школе	Четворо- годишња	Осмо- годишња	Без поласка	Два пута	Пет и више	
Златиборски	7	9	8	3	10	8	2	20
Шумадијски	3	8	8	2	7	9	2	18
Београдски	10	2	15	2	1	1	17	19
Мачвански	5	0	6	3	0	0	9	9
Нишавски	7	2	10	3	1	4	10	15
Расински	7	2	9	5	1	6	9	16
Укупно села	38	23	56	18	19	28	50	97

Извор: оригинално емпиријско истраживање.

Табела 2: Пuteви у селима из узорка, према окрузима

		Златиб.	Шумад.	Београд	Мачва.	Нишав.	Расинс.	Укупно
Некатегорис. са рупама и каменом	Број	57	85	6	51	83	62	344
	%	59,4	85,0	6,8	51,0	83,0	64,6	59,3
Асфалтиране главне, пре 30 година	Број	31	5	31	30	17	34	148
	%	32,3	5,0	35,2	30,0	17,0	35,4	25,5
Модерни пут	Број	8	10	51	19	–	–	88
	%	8,3	10,0	58,0	19,0	–	–	15,2
Укупно	Број	96	100	88	100	100	96	580
	%	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Извор: оригинално емпиријско истраживање.

Анализа података о путевима у селима из узорка полази од становишта да су присутне три категорије путева: 1. некатегорисани путеви са рупама и каменом, из периода 19. века, које нико не одржава; 2. асфалтирани путеви са рупама из периода започете а недовршене социјалистичке модернизације, који су изграђени пре 30 и 20 година и 3. модернизовани путеви са новопостављеним асфалтом у главним сеоским смеровима али и у споредним улицама. Скоро 2/3 путева у селима из узорка је некатегорисано, најниже вредности, са рупама и камењем. Овим подацима можемо додати и податке о 25,5% путева из друге категорије а то су асфалтирани од пре три деценије са рупама на асфалту, које отежавају кретање, што даје врло неповољну слику о путевима у српском селу: да је више од 4/5 лоших путева у узорку (84,8%). Модерних је тек 15,2% и највише се налазе на територији Београдског округа (). Изјаве испитаница најбоље илуструју стање на путевима српског села на почетку XXI века: „Колима идем на

посао пошто је аутобуски превоз нередован и ретко заступљен (само два пута дневно из села у правцу града), пет километара пређем за пола сата јер су толике рупе на асфалту да је немогуће брже ићи“ (Белајинац, Батушинац, Нишавски округ, Шумадијски округ у целини, Расински округ и сви други из узорка).

Неповољној слици о сеоским путевима у узорку додајемо и податке о броју аутобуских полазака у току дана појединачно по селима, који казују да је 19,6% села без иједног аутобуског поласка у току дана, а са два поласка (ујутро и увече) 28,9% – свако друго село у централној Србији је без иједног или само са два аутобуска поласка до града у току дана (Табела 2). У тим селима сељани пешаче од километар и по до седам километара током једног дана до најближих села са аутобуским поласцима, да би стигли на посао, у школу, на лечење.

Уколико посматрамо статистичке податке о дужини путева са савременим коловозом у Србији, видеће се да је највећи део путне мреже у лошем стању: од укупне дужине путева, државне путеве првог реда чини 12,4%, другог реда 27,2% (регионални) и 60,4% општински путеве – локални. Саобраћајна неприступачност и изолованост највише долазе до изражаја на локалном нивоу, евидентна је дуализација: Војводина има 77,2% асфалтираних локалних путева, а централна Србија 45,5%, док град Београд 69,8%. Поларизација је још више изражена у структури локалне путне мреже на нивоу општина, пошто велики број општина у друштву Србије одликује се ниском заступљеношћу путева са савременим коловозом у укупној путној мрежи: на пример, у општини Ћићевац у Расинском округу само је 37,5% путева са савременим коловозом, у Белој Паланци у Нишавском округу 36,4% и сл. (извор: Општине у Србији, 2011, РЗС, Београд).

Табела 3: Електрификација домаћинстава из узорка

		Златиб.	Шумад.	Београд	Мачва.	Нишки	Расинс.	Укупно
Без прикључка	Број	-	.	.	.	3	-	3
	%	-	-	-	-	3,0	-	0,5
Слаба и нередовна	Број	88	75	18	78	63	58	380
	%	91,7	75,0	20,5	78,0	63,0	60,4	65,5
Модерна трофазна	Број	8	25	70	22	34	38	197
	%	8,3	25,0	79,5	22,0	34,0	39,6	34,0
Укупно	Број	96	100	88	100	100	96	580
	%	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Извор: оригинално емпиријско истраживање.

Електрификација села и домаћинства једна је од базичних инфраструктурних иновација. И поред тога, на основу података из узорка (), још увек се може говорити о неадекватно или недовољно електрификованим домаћинствима, са слабом и нередовном струјом, чак 2/3 домаћинстава

(65,5%). Ако овим подацима додамо и податке да је више од 4/5 сеоских домаћинстава из узорка са путевима изван категорије (са рупама и каменом 84,8%), као и 48,4% села без или са делимично организованим превозом до града, затим да 82,2% домаћинстава у узорку користи хигијенски неиспитану воду за пиће (), уз локалне канализационе системе које не контролише санитарна инспекција (септичке јаме се не зидају по пропису, канализација се одлива у напуштене бунаре и оближње реке и потоке, пошто само 17,7% домаћинстава располаже функционалном канализацијом, - као и да је 40,2% домаћинстава било без телефонског прикључка, јасно је показан степен поларизације села и сеоских услова живота.

Табела 4: Опремљеност сеоских домаћинстава водом за пиће, у %

	Јавни водовод	Локални водовод: бунари, извори	Укупно
Централна Србија – укупно	72,2	27,8	100,0
Централна Србија – села	38,8	61,2	100,0
Села из узорка	33,2	66,8	100,0
Домаћинства из узорка	17,8	82,2	100,0

Извор: Домаћинства према начину снабдевања водом за пиће (Попис 1991, Републички завод за статистику, Београд).

Од укупног броја домаћинстава из узорка, јавни водовод је користило само 17,8% (). То значи да 82,2% домаћинстава у узорку користи хигијенски неиспитану воду за пиће, са локалних бунара и извора, у селима централне Србије тај проценат износи 66,8%, док на нивоу укупне територије централне Србије 31,2%, чиме се и овом приликом потврђује теоријско становиште о поларизацији друштва Србије: различити положаји територија сеоског и градског простора.

3.2. Недостатак финансијског капитала, као облик поларизације

Поларизацију друштва Србије у погледу финансијског сиромаштва смо операционализовали преко анализе просечних зарада по запосленом, које даје статистичка служба РЗС у Београду.

Табела 5: Просечне зараде по запосленом, по регионима РС, јуни 2013.

	Просечне зараде без пореза и доприноса, јуни 2013. РС =100
Република Србија	100.0
Србија – север	109.9
Београдски регион	122.2
Регион Војводине	96.3
Србија – југ	86.9
Регион Шумадије и западне Србије	84.8
Регион јужне и источне Србије	89.6

Извор: Саопштење, Статистика зарада, новембар 2013, РЗС РС, Београд.

У условима снажне социјалне искључености и депривације – ниског квалитета свакидашњег живота у друштву Србије, присутан је висок степен регионалних неравномерности у погледу сиромаштва становништва: просечне зараде по запосленом у јуну 2013. године биле су подељене на подручја изнад републичког просека: Србија север за 9,9% и Београдски регион за 22,2% и подручја испод просека: Србија југ за 13,1%, регион Шумадије и западне Србије још ниже – 15,2% (). Поређење на нивоу општина казује да су просечне зараде по запосленом, на пример, у општини Ћићевац (регион Шумадије и западне Србије) испод 70% од просека Републике и 50% од просека града Београда; општина Бела Паланка (регион јужне и источне Србије) само 68,8% од просека Републике, општине Ражањ и Алексинац (регион јужне и источне Србије) су учествовале са по 62,3% у зарадама града Београда. У укупним зарадама Србије, зараде града Београда учествују са 38,5%, Новог Сада 8,8%, Јагодине 1,2%, Прешево 0,13% исл. (Извор: Саопштење, Статистика зарада, 2013, РЗС РС, Београд). Београд и Нови Сад заједно учествују са 25% у укупном становништву Србије, док се у овим градовима исплаћује половина свих зарада у Србији – 47,3%. Највиши ниво просечне зараде на крају 2010. остварили су запослени у граду Београду (47.149 дин по запосленом) а у 2013. години – 59.514 дин по запосленом, а најмањи у Топличком округу – 25.245 динара и Пиротском округу – 26.295 динара (Извор: Саопштење, Статистика зарада, 2010. и 2013. године, РЗС РС, Београд).

Разлике у просечним зарадама изазивају још веће поларизације и стопу сиромаштва становништва друштва Србије. Низак економски ниво поларизованих подручја у друштву Србије илуструју и следећи показатељи: међу ризичним групама од сиромаштва у периоду од 2006. до 2010. године налазила су се шесточлана и вишечлана домаћинства са стопом од 16,4%; деца до 13. године са стопом од 13,7%; млади од 19 до 24 године – 11,5%; у зависности од образовања носиоца домаћинства, они са незавршеном

основном школом у распону од 21% до 14,2%, док са најнижим образовањем од 13,7% до 12,7%; у зависности од социоекономског положаја носиоца домаћинства, у најтежој су материјалној ситуацији неактивни житељи друштва са стопом сиромаштва од чак 28,2% и 29,3%, док код незапослених 14,7% и 17,9%. Код незапослених чланова домаћинства у односу на пензионере и запослене та стопа износи 33,9%. Старији од 65 година имају највишу стопу ризика од сиромаштва која је износила у 2010. години 64,8%. Скоро сваки други становник РС је имао током 2010. године стопу субјективног ризика од сиромаштва (42,3%) (извор: Праћење стања социјалне искључености у Србији, август 2012, РЗС, Београд). У погледу стопе ризика од сиромаштва током 2012. године, у друштвима ЕУ она је износила 16,2%, а у Србији 20,6%. На овом нивоу се налазе и друштва Хрватске (20,5%) и Бугарске (20,7%) (извор: СИЛЦ за земље ЕУ и Хрватску, АПД, РЗС за Србију).

Неједнакост дистрибуције прихода – гини-коэффициенат је у сталном порасту, па је 2009. износио 29,5% а 2010. године 33%. Такође, и апсолутна линија сиромаштва РСД месечно по потрошачкој јединици је у порасту: 2009. износила је 8.022 динара, а 2010. године 8.544 динара. Процент сиромашних у Републици Србији је у порасту: од 8,8% становништва - у 2006. на 9,2% у 2010. години (извор: Праћење стања социјалне искључености у Србији, август 2012, СРП, РЗС).

Посматрано по регионима, у периоду од 2006. до 2010. године - проценат сиромашних је у порасту у централној Србији са 10,7% у 2006. на 12% у 2010. години, док се смањује у развијеним регионима: Београдски регион и регион Војводина (са 8,6% на 6,8%) (). Такође, и тип насеља је у позитивној корелацији са распрострањеношћу сиромаштва: стопа сиромаштва се смањује у градском подручју са 9,5% у 2006. на 5,7% у 2010. години, док остала подручја имају стално високу стопу сиромаштва: 20,6%, 17,6%, 13,6% ().

Табела 6: Сиромаштво у Србији према регионима и типу насеља, у %

Региони	2006.	2007.	2008.	2009.	2010.
Централна Србија	10,7	9,0	7,0	9,3	12,0
Београдски регион	4,3	2,4	2,9	3,8	5,3
Регион Војводина	8,6	11,9	6,8	4,9	6,8
Тип насеља	2006.	2007.	2008.	2009.	2010.
Градско подручје	9,5	10,1	5,0	4,9	5,7
Остало	20,6	17,6	7,5	9,6	13,6

Извор: Праћење стања социјалне искључености у Србији, август 2012, РЗС, Београд.

Становништво руралног подручја имало је индекс сиромаштва 2009. године 13,3% и тиме је било два и по пута сиромашније од градског. Јаз међу сиромашнима је у 2009. износио 1:6, на пример: у Београду је стопа сиромаштва била 3%, а у Босилеграду, Лебану, Црној Трави – чак 19% (Регионални развој Србије 2009, РЗС). Анкетно истраживање у овом раду је забележило стопу сиромаштва у селима централне Србије од 69,8% породица – сељани ниједну потребу нису могли да задовоље својим приходом. То је условљавало висок степен незадовољства сељана својим местом на друштвеној лествици, а највише „незаштитничком“ државом, чак 70,2% незадовољних. Отуда и пренаглашавање значаја приватне сфере у свакодневном животу сеоских породичних домаћинстава и великој улози жене у превазилажењу сиромаштва: ослањање на породичну поделу рада и „феминизација“ пољопривредне радне снаге у 74,7% сеоских породица, као и да је жена значајан фактор производње хране и опстанка у условима сиромаштва. Јавља се и појава разноврсних стратегија преживљавања сеоских житеља: мешовита домаћинства у 75,9% сеоских породица и вертикално проширене породице, 71,8%.

3.3. Недовољна медицинска заштита

Жене, деца и друштвене групе у неповољном положају имају ограничен приступ здравственом осигурању. То значи да многи људи губе право чак и на основну здравствену заштиту као што су редовни контролни прегледи, заштита за време трудноће и дечје вакцине. Доступност здравствених услуга посматра се као однос броја становника на једног лекара: просек у Републици је 346 становника на једног лекара, у Београдском региону 269. У Региону Шумадије и западне Србије изгледи за здравствену заштиту су највише поларизовани: 396 пацијената на једног лекара ().

Табела 7: Број становника на једног лекара, по регионима

Региони	Број становника на једног лекара 2010. године
РЕПУБЛИКА СРБИЈА	346
СРБИЈА – СЕВЕР	330
Београдски регион	269
Регион Војводине	405
СРБИЈА – ЈУГ	363
Регион Шумадије и западне Србије	396
Регион јужне и источне Србије	328

Извор: Општине и региони у РС, 2011, РЗС, Београд.

Унутар Београдског региона постоји велика поларизација у погледу доступности здравствених услуга: у општини Раковица чак 1.015 становни-

ка на једног лекара, у Вождовцу 808 а у Палилули 826. Истовремено, у општини Стари град 194, док Савски венац се одликује са само 13 пацијената на једног лекара (Извор: Општине и региони у РС, 2011, РЗС).

У систем здравствене заштите и у јавно здравље веома је мало улагано током деведесетих година двадесетог века па све до 2000. године и даље, због чега су зграде руиниране, опрема застарела, а нова знања остала недоступна здравственим радницима. Такође, и здравствено стање становништва Републике Србије је погоршано. Учешће расхода за здравствену и социјалну заштиту у укупним расходима корисника буџетских средстава 2010. године показује варијације. Тако је на нивоу Републике Србије то учешће било 17,8%, а на нивоу региона Србија север – 13%, у Београдском региону 8,6% а у Региону Војводина чак 35,3%, колико и у региону Србија југ. Регион јужне и источне Србије имао је највећа издвајања за здравствену заштиту, чак 38,1% (Извор: Општине и региони у РС, 2011).

У друштву Србије здравствена ситуација је много суморна. Здравље становништва Србије се рапидно погоршава, поготово репродуктивно здравље мајки, велики број намерних прекида трудноће (прво место у Европи према броју оболелих жена од карцинома грлића материце), пораст болести зависности код младих: наркоманија, пушење, алкохолизам, лоше стање здравља младе и средовечне популације, раст морталитета средовечних мушкараца, пораст броја самоубистава код старих. Број извршених абортуса на 1.000 живорођене деце у периоду од 2004. до 2010. се креће од 379 у току 2004. до 323 у 2010. години. Овако висока стопа намерних побачаја у корелацији је са слабом употребом средстава за контрацепцију међу удатим женама старости од 15 до 49 година: током 2000. та стопа је износила 58,7% а у 2005. години 41,2%. Стандардизована стопа смртности, као последица рака грлића материце на 100.000 жена старости до 64 године у Србији, је износила у 2004. 20,9% а у 2009. 18,8%, док у ЕУ – 14,8% и 13,4%. Међу свим старосним групама жена, ситуација је још неповољнија у Србији: у 2004. стопа смртности од рака грлића материце била је 30,6% и 30,2% у 2009, док у ЕУ 24,9% и 23,2%. Стандардизована стопа смртности као последица рака дојке на 100.000 жена старости до 64 године је била у Србији 2004. године 7,3% колико и 2009. – 7,2%, а у ЕУ 2,8% и 2,6%. Код жена свих старосних доба та стопа је била три пута виша у Србији у поређењу са ЕУ: током 2004 – 9,3% а 2009. године 9,4% а у ЕУ 3,6% и 3,3% (Извор: Светска здравствена организација, у: Праћење стања социјалне искључености у Србији, август 2012, РЗС, Београд).

Према подацима анкете из узорка, врло мало је превентивно ограничавање рађања и међу сеоским женама свих старосних доба. Може се рећи да влада потпуна необавештеност и неупотреба средстава за контрацепцију: 70,3% сеоских жена је изјавило да никада није користило средства за контрацепцију и отуда велики број абортуса: по 15, 20 па и 30 по једној жени – експлоатација хуманог капитала сеоских жена.

Посебан проблем представља здравствена искљученост сеоских жена у Србији. Анкетним испитивањем за овај рад, утврђено је да је без примарне здравствене заштите (нема оверену здравствену књижицу) на националном нивоу, чак 55,3% жена. Највише их је у Мачванском округу – 79%, у Нишавском 66% и у Шумадијском – 57%. Мало мање од половине сеоских жена имају здравствену искљученост на подручју Златиборског округа, (45%), у Београдском округу чак 44,3% а у Расинском 37,5%. Најснажнију здравствену искљученост имају пољопривреднице (69,8%), које су више старосне доби и необразоване. Посматрано према старости сеоских жена: у најмлађој групи (до 30 година) 59% жена је без оверене здравствене књижице, у добу од 31 до 50 година – 52,8%, док код жена изнад 50 година старости постоји 57% њих без права на примарну здравствену заштиту. Са растом образовања сеоских жена, опада њихова искљученост из права на здравствену заштиту: у групи жена које су без образовања, чак 62,8% је искључено, а код оних са основним образовањем 66,7%, док сеоске жене са средњим образовањем 49,2%, а најмање међу онима са вишим и високим – 13,8%.

Размотримо статистику умрлих. Основне болести од којих умире највећи број популације друштва Србије јесу болести система крвотока (54,7%), затим тумори – 24,8%, повреде, инфективне болести и психосоматска обољења (депресије), али и од хроничних опструктивних болести плућа (као фактор ризика у настанку обољења наводи се загађење ваздуха) (Општине и региони у РС, 2011).

Присутна је и неједнакост у погледу приступа здравственим услугама, неуједначеност квалитета и криза у финансирању здравственог осигурања. Када је у питању приступ здравственим услугама, сеоски житељи су скоро у потпуности искључени из примарне здравствене заштите: само 7% пољопривредних домаћинстава редовно уплаћује здравствено и пензионо осигурање својих чланова. Према Извештају Републичког фонда ПИО, у структури свих корисника пензија (запослени и самосталне делатности – 1.059.955) (децембар, 2007), пољопривредници су учествовали са 20,7% пензионера (219.072), што је последица из периода социјалистичког политичког система (Национална стратегија одрживог развоја, Закон о Влади Републике Србије *Службени гласник РС*, бр. 55/05, 71/05 – исправка и 101/07, стр. 53, 56).

3.4. Незапосленост

Највећа поларизација се догађа унутар радне снаге и око ње, при чему се процес рада налази у сржи друштвене структуре. Трансформација рада главна је полуга којом глобализацијски процес утиче у правцу поларизације друштва, сматра Кастелс (Castells 2000: 25).

Високо сегрегирани састав радне снаге изражен је у виду ниског процента учешћа жена у укупној радној снази у друштву Србије, које изно-

си 44,8% (). Полна поларизација радне снаге у друштву Србије више је изражена у друштвеном сектору него у приватном, и мање на северу него на југу. Повољнија ситуација у погледу учешћа жена у радној снази јесте на подручју града Новог Сада – половину радне снаге у приватном сектору чине жене (49,4%), док у друштвеном сектору предњачи београдски регион – запосленост жена је заступљена са 39,9%. Ипак, то учешће жена у укупној радној снази је још увек недовољно. Положај жена на тржишту рада данас је неповољнији у поређењу са положајем у периоду социјализма, - када су жене биле високо заступљене у укупној радној снази – стопа њиховог учешћа била је око 70% ().

Релативно ниско учешће жена у укупној радној снази на националном нивоу је у сталном опадању. Према подацима који се прате за последњих пет година, од 2008. до 2012. године, стопа запослености жена смањивала се са 44,7% у 2008. на 37,1% у 2012. години (Праћење стања социјалне искључености у Србији, август 2012, РЗС, Београд). Стопе активности и запослености жена знатно су ниже од стопа активности и запослености мушкараца. Жене зарађују месечно у просеку 17% мање од мушкараца и - знатно су мање заступљене међу samozапосленима и предузетницима (Национална стратегија одрживог развоја 2009: 56–61).

За разлику од процеса постепеног искључивања жена из плаћеног посла у друштву Србије, према подацима Мануела Каstelса, ново тржиште рада у последње две деценије у свету одликује се масовним укључивањем жена у плаћени посао. Тако је стопа учешћа жена у радној снази стално расла од 1970. до 1990. године: у САД са 48,9% на 69,1%; у Јапану са 55,4% на 61,8%; у Немачкој са 48,1% на 61,3%; у Великој Британији са 50,8% на - 65,3%; у Француској са 47,5% на 59%; у Италији са 33,5% на 43,3% (Castells 2000: 282).

Табела 8: Укупно учешће жена у структури радне снаге Републике Србије и по секторима делатности, за 2010. год., у %

Региони	Учешће жена у укупној радној снази	Учешће жена у радној снази друштвеног сектора	Учешће жена у радној снази приватног сектора
РЕПУБЛИКА СРБИЈА	44,8	36,2	44,1
СРБИЈА - СЕВЕР	46,5	38,1	45,3
Београдски регион	48,3	39,9	46,0
Регион Војводине	44,3	35,8	44,7
Град Нови Сад	45,1	36,3	49,4
Србија – југ	42,3	33,6	42,8
Регион Шумадије и западне Србије	43,3	32,4	42,9
Регион јужне и источне Србије	41,1	33,8	42,7

Извор: Општине и региони у РС, 2011, РЗС, Београд.

Поларизација радне снаге у друштву Србије доказује се и подацима о незапослености, који је главни генератор финансијског сиромаштва. Уочени су трендови велике незапослености, различито по регионима, окрузима и општинама. Посматрано по регионима, та стопа је неравномерно распоређена: званична стопа незапослености на националном нивоу у 2007. години била је 29,8%, а у 2008. 26,7%, док у децембу 2010. године 28,9% (). Чак је 45 неразвијених општина са стопом незапослености од 49,3% а са стопом запослености од 15,4% (Ражањ има 47,9 стопу незапослености и 1-7,4 стопу запослености). У Београду је стопа запослености 55,9%. Број активно незапослених је укупно 730.000 лица, од којих је највећи удео регистрован у граду Београду. Ипак, у Београду је најнижа стопа незапослености од 13,5%, док су високе незапослености у: Тићевцу 40%, Алексићу 44,3%, а у Белој Паланци 56,3% (два пута виша од просека Републике). Србија је доспела у врх листе земаља са највишом стопом незапослености – у знатно повољнијем положају су: Црна Гора са стопом од 18 одсто и Хрватска са 12,7%. У Бугарској стопа незапослености износи 12,6%, у Румунији 7,4%, а у Словенији 8,6%. Од европских земаља, најнижу стопу незапослености имају Аустрија 3,9%, Луксембург и Холандија (по 5,2%) и Немачка (5,4%).

Табела 9: Стопа незапослености у РС – укупна незапосленост и незапосленост жена, на дан 31. 12. 2010, у %

Региони	Укупна незапосленост	Незапосленост жена
Република Србија	28,9	52,7
Србија – север	21,5	52,8
Београдски регион	13,6	55,6
Регион Војводине	29,6	51,4
Град Нови Сад	17,7	56,4
Србија – југ	37,2	52,6
Регион Шумадије и западне Србије	36,4	53,5
Регион јужне и источне Србије	38,2	51,4

Извор: Општине и региони у РС, 2011, РЗС, Београд.

И док учешће жена у укупној радној снази у РС стално опада, истовремено расте стопа незапослености жена. Стопа незапослености жена у Републици Србији једна је од највиших стопа у Европи. Посебан проблем представља високо учешће дугорочно незапослених жена у укупном броју незапослених. У периоду од 2008. до 2012. године учешће дугорочно незапослених жена се повећало са 71% на 79,4% (Праћење стања социјалне искључености у Србији, август 2012, РЗС, Београд).

Закључак

Доказане су основне хипотезе да је транзиција на житеље друштва Србије деловала вишеструко неповољно: 1) Друштво Србије је дубоко подељено на „оне који имају“ и на „оне који немају“ основна средства и услове за живот, као и да се њихово учешће у укупној популацији све више увећава. Доказано је постојање регионалне неусклађености у погледу просечних прихода и изразито повећана неједнакост материјалних услова живота између појединих друштвених група у друштву Србије: на подручју региона, округа и општина, са знатном доминацијом севера у односу на југ. Постоји висока несразмера у нивоу економских активности у корист развијеног севера, са градом Београдом као центром развоја и неразвијени југ и исток. Разлике између тих простора су дубоке и још се више продубљују, а у овом раду су мерене на основу круцијалних показатеља: инфраструктурна искљученост села од токова живота – село као „губитник“ у периоду транзиције, финансијско сиромаштво становништва друштва Србије изражено кроз анализу просечних зарада по запосленом, здравствена искљученост, незапосленост, те образовна депривација. 2) Транзиција је произвела незапосленост оних који су некада били запослени и отежала запошљавање оних који су сада незапослени. Тржиште је жене „вратило у породицу“, а конзервативне идеологије ојачале услед сиромаштва и „нормализовале“ и легализовале постојеће поларизације и супротности. Такође, услед урушавања институционалног система у социјализму, који је био подршка свим житељима: женама, деци, старим, болесним, транзиција је терет тог урушавања пребацила на приватну сферу, па самим тим на жене. За разлику од масовног укључивања жена у плаћени посао који влада у свету, у друштву Србије жене се постепено искључују из тржишта рада дугорочном незапосленošћу.

Осветљен је појам поларизације друштва Србије као негативне последице глобализацијског пројекта. Поларизација је уско повезана са неразвојем, у смислу удаљавања од властитог развојног тока. Наглашене су велике и неповољне промене које су у току а које се означавају као „транзиција“ и изазивају јаз између група које су на врху и на дну стратификацијске лествице. „Они који имају“ нису свесни невероватних разлика између њиховог квалитета живота и живота „оних који немају“ – групе са неповољним положајем. Показано је како се животни изгледи све више поларизују за већину становништва у друштву Србије.

Овај процес поларизације друштва Србије започео је деведесетих година XX века, заправо са процесом опирања глобализацији које је током деведесетих година XX века било готово званична политика Србије.

Литература

- Бауман 1999: Z. Bauman, *Globalization: The Human Consequences*, Columbia: University Press.
- Благојевић 2009: М. Благојевић, *Žene na selu u Vojvodini: svakodnevni život i ruralni razvoj* (rezultati anketnog istraživanja), Novi Sad: Pokrajinski zavod za ravnopravnost polova.
- Бек 1999: U. Beck, *World Risk Society*, Cambridge: Polity Press.
- Бек 2001: U. Beck, *Rizično društvo*, Beograd: „Filip Višnjić“.
- Bradshaw, Wallace 1996: Y. Bradshaw, M. Wallace, *Global Inequalities*, Thousand Oaks: Pine Forge Press.
- Влада РС 2012: *Праћење социјалне укључености у Србији: преглед и тренутно стање социјалне укључености у Србији на основу праћења европских и националних показатеља 2006–2012*. Друго допуњено издање, Београд: РЗС.
- Вулетић 2003: V. Vuletić, *Globalizacija – mit ili stvarnost*, Sociološka hrestomatija, priredio, predgovor napisao i priložima opremio V. Vuletić, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
- Вулетић 2006: V. Vuletić, *Globalizacija*, Aktuelne debate, Zrenjanin: Gradska narodna biblioteka „Žarko Zrenjanin“.
- Вулетић 2009: V. Vuletić, *Globalizacija*, Beograd: Zavod za udžbenike.
- Гиденс 1998: E. Gidens, *Posledice modernosti*, Beograd: „Filip Višnjić“.
- Гиденс 2001: E. Гиденс, *Социологија*, Београд: Економски факултет.
- Гиденс 2005: E. Gidens, *Odbegli svet*, Beograd: Stubovi kulture.
- Кастелс 2000: M. Castells, *Uspon umreženog društva*, Zagreb: Golden marketing.
- Рајковић 2013: Lj. Rajković, *Društveni položaj sela, seoskih porodica i seoskih žena u centralnoj Srbiji*, Beogradu: Geografski fakultet.
- Републички завод за статистику, *Општине и региони у Републици Србији 2011*, РЗС, Београд.
- Републички завод за развој, *Регионални Развој Србије 2009*. Београд.
- Склаир 2002: L. Sklair, *Globalization. Capitalism and its alternatives*, Oxford University Press.
- Сорош 2003: Dž. Soros, *O globalizaciji*, Beograd: Samizdat, B92.
- Тошић 2012: Д. Тошић, *Принципи регионализације*, Београд: Универзитет у Београду, Географски факултет.
- Хабермас 2002: J. Habermas, *Brisanje granica*, *Književni glasnik*, br. 6–7.
- Чомски 1999: N. Chomsky, *Neoliberalism and Global Order: Doctrine and reality*, <www.aicd.org.za/archives/chomsky>.

РИЗИЦИ ОДРЖИВОГ СОЦИОПРОСТОРНОГ РАЗВОЈА СРБИЈЕ НА ПОЛУПЕРИФЕРИЈИ СВЕТСКОГ КАПИТАЛИЗМА**

Теоријски оквир

Положај друштва Србије у светском капитализму је полупериферијски. Утицај процеса глобализације на социопросторна структуру у друштвима полупериферије је снажан и углавном негативан. Наиме, земље полупериферије светског капитализма показују зависност од земаља центра мултинационалног капитала (Митровић 2002). На полупериферији светског капитализма, појављује се специфична промена – развој неразвијености, која подразумева негативну структурну промену полупериферије (Благојевић-Хјусон 2012).

Фокус овог рада је социопросторна димензија поменутих негативних структурних промена, тј. анализа процеса производње социјалних и просторних ризика. Социопросторни развојни ризици имају снажан утицај на друштвени развој и остављају негативне последице на уједначеност развоја и социјалну кохезију у мрежи градова у Србији. Са друге стране, једна од структурних промена које прате развој неразвијености и прети одрживом и уједначеном социопросторном развоју је девастација и пропадање средње класе (Благојевић-Хјусон 2012).

Поменути процеси поремећаја социјалне кохезије и социопросторног дисбаланса добијају на сложености због процеса постсоцијалистичке трансформације. Наиме, током друштвене трансформације у постсоцијалистичким друштвима, дошло је до промене критеријума конципирања простора. У социјализму, критеријум конципирања градова је био политичког карактера, док се у постсоцијализму, на полупериферији светског капитализма активира комерцијални, тржишни карактер дефинисања градова. У складу са тим, урбанитет је у социјализму био пре свега конципиран као политички простор, док се у капитализму јавља као тржишно оријентисан, комерцијални простор. Најважнија промена у постсоцијализму је елиминација државне контроле и децентрализација доношења одлука ка општинском и локалном нивоу (Тошић 2003). Дакле, ни у планирању главни фак-

* vmiletic@f.bg.ac.rs

** Чланак је настао као резултат рада на пројекту Изазови нове друштвене интеграције у Србији, евиденциони број 179035 који финансира Министарство за науку просвету и технолошки развој Републике Србије.

тор више није државни већ комерцијални сектор. На тај начин, у постсоцијализму долази до раста потражње за пословним – комерцијалним простором, он постаје најдинамичнији развојни фактор.

И у Србији је дошло до развоја тржишта комерцијалне својине и отварања земље за проток капитала, робе и људи. Компаније траже нови простор, са добрим саобраћајним везама, тако да географски положај постаје важан посредујући фактор у комерцијализацији простора. На тај начин долази до процеса субурбанизације комерцијалних садржаја. Међутим, велики проблем остаје начин усклађивања комерцијалних и социјалних интереса (Бацковић 2005).

Да би економски раст прерастао у социјални развој, потребно је пронаћи образац хармонизације комерцијалних и социјалних интереса. Важан елемент социјалног развоја је спречавање процеса девастације средње класе, који је карактеристичан за процес раз-развоја. Развојем средње класе у целој хијерархијско-просторној структури, долази до уједначавања социопросторног развоја и уравнотежавања просторно хијерархијске структуре.

У актуелном Просторном плану Србије (Република Србија 2010), неки од циљева су инсистирање на развојној улози градова, развој градова као мотора развоја, уравнотежење хијерархијско-просторне структуре градских центара, смањење регионалне неравнотеже и регионалне поларизације, регионални развој, подршка полицентричном развоју јачањем улоге средњих и малих урбаних центара.

Хипотетички оквир

Полази се од тезе да је средња класа фактор социопросторне стабилизације и интеграције друштва, јер, поред тога што је централни део друштвене структуре, такође је и основни ресурс развоја модерног урбаног друштва, потенцијал урбаног развоја.

Глобализација је оставила последице на друштвену структуру Србије, тако што је произвела поремећај у оквиру просторне структуре градских центара. Због промене својинских односа и приватизације, дошло је до промена и на врху и на дну друштвене структуре. Највећи ризици делују на средини друштвене структуре – у средњој класи. У овом раду се користи проширени појам средње класе, које се састоји од *више средње*, *средње средње* и *ниже средње* класе. *Виша средња* класа (стручњаци) је елитни део средње класе, веома је блиска по ресурсима класи власника капитала: велики део стручњака има неку врсту политичког и економског монопола или привилегије да се богати и да управља друштвом. *Средња средња* класа (службеници и техничари) јесте основни потенцијал кохезије и интеграције и се она урушава у постсоцијализму. Најбројнији део *ниже средње* класе (ВКВ И КВ радници) је на граници са бившом радничком класом која сада не постоји, и има слаб трансформациони потенцијал.

Полази се од претпоставке да заступљеност и дистрибуција средње класе није просторно неутрална, тј. да урушавање средње класе, као део развоја, има своју просторну димензију.

Поремећаји у конципирању и потенцијалу средње класе производе неодрживост социопросторног развоја, уносе ризике у развој мреже градова, повећавају регионалну неравнотежу и поларизацију, уносе дисбаланс и конфузију у просторну структуру, ремете полицентричност развоја, слабе улогу средњих и малих градова.

Један од фактора социјалне кохерентности и уједначености је усклађеност између нивоа територијалне организације и степена развијености средње класе. У случају постојања социопросторне кохерентности, између поменутих чинилаца постоји директно пропорционалан однос, тако да са растом нивоа урбанитета насеља расте и развијеност средње класе. Поремећаји у социјалној кохезији и равномерности развоја су уједно и поремећаји у конципирању средње класе. Социопросторни ризици производе социопросторни дисбаланс између нивоа територијалне организације и нивоа развијености средње класе.

Уравнотежење хијерархијско-просторне структуре градских центара је важан елемент одрживог урбаног развоја. Да би постојала уравнотеженост и територијална кохезија, потребно је да развојни потенцијали у хијерархији градова имају следеће особине. Као прво, да би развојни потенцијали одговарали типу насеља, урбанитету као таквом, потребно је да на свим тачкама територијалне организације буду довољни, дакле макар на средњем нивоу. Као друго, да би развојни потенцијали били конзистентни територијалној организацији и расту степена урбанитета у њој, потребно је да од најнижег ка вишим нивоима територијалне организације развојни ресурси показују раст. Коначно, због претпоставке да су структурни и материјални потенцијал у узрочно-последичној вези, тј. да структурни потенцијал производи материјални, пожељан је склад између материјалног положаја домаћинства и структурног потенцијала. Уколико је структурни потенцијал виши од материјалног, говоримо о осиромашеној средњој класи. У случају када је материјални потенцијал домаћинства виши од структурног, могуће је да се ради о утицају неформалне економије или о потенцијалима других чланова домаћинства.

Од посебног значаја за анализу социопросторних промена је метрополско подручје. Ово подручје чине следеће општине: град Београд, град Нови Сад, Инђија, Стара Пазова, Панчево и Пећинци. И њему имамо велику концентрацију развојних потенцијала: иако заузима само 6,67% територије, у њему је концентрисано 27,1% становника, 41,6% запослених и реализује се 45,6% народног дохотка (Вујошевић 2010: 119). Развојни фактор овог подручја је комерцијални сектор. Посебно је интересантно једино село у метрополском подручју, Пећинци, које је доживело прави развојни бум, пре свега на основу комерцијализације простора. На тај начин, на овом месту имамо својеврсну рурализацију комерцијалног садржаја, директан и

ефикасан прелаз од пољопривредног до комерцијалног, пословног просто-ра.

Јединица анализе структурног потенцијала је појединац – испитаник, док је јединица анализе материјалног потенцијала домаћинства домаћинство.

Индикатори

Као независна варијабла, у раду се користе јединице просторне организације. Основа просторне осе анализе је мрежа градова, дефинисана Просторним планом (Република Србија 2010).

Ради се о седмострукој скали градске мреже, којој су додата још два типа насеља из метрополског подручја:

1. центар државног и међународног значаја – Београд;
2. макрорегионални центри – Нови Сад; – Ниш, Крагујевац, Ужице;
3. регионални центри – Чачак, Смедерево, Лесковац, Ваљево, Крушевац, Краљево, Шабац, Лозница, Врање, Нови Пазар, Пожаревац, Бор, Пирот, Зајечар, Прокупље, Јагодина, Ћуприја, Параћин; – Суботица, Зрењанин, Панчево, Сомбор, Кикинда, Сремска Митровица;
4. субрегионални центри: – Аранђеловац, Младеновац, Лазаревац, Смедеревска Паланка, Неготин – Бечеј, Нови Бечеј, Бачка Паланка, Рума;
5. развијенији градски центри – са израженим централним функцијама: – Књажевац, Обреновац; – Кула, Бачка Топола, Ковин, Бела Црква;
6. већи градски центри са развијенијом структуром делатности и комплексном структуром услуга: – Велика Плана, Сјеница; – Оџаци;
7. градски центри са развијеном структуром услуга: – Пожега, Куршумлија, Нова Варош, Врњачка Бања, Лебане, Бајина Башта, Димитровград, Топола; – Жабал;
8. општина Стара Пазова;
9. село Пећинци.

Мрежа градова је класификована у три јединице вишег реда: то су централна Србија, Војводина и метрополско подручје. Формирање београдског и новосадског метрополског подручја показује неуједначеност социјалног развоја и неуравнотеженост просторно хијерархијске структуре. Подаци емпиријског истраживања, због малог узорка из сеоског насеља, нису довољни за закључивање. Због тога, користе се и статистички подаци, посебно за ово село.

Као зависне варијабле користе се друштвени положај испитаника и материјални положај домаћинства. Материјални потенцијал домаћинства се користи као показатељ економског раста, а структурни потенцијал пока-

затељ социјалног развоја. Користи се пондерисана аритметичка средина материјалног положаја домаћинства и занимања испитаника, према спецификованим пондерима.

Пондерисањем података о занимању испитаника конструисан је пондерисани индекс друштвеног положаја испитаника (табела 1).

Табела 1: Пондерисани индекс друштвеног положаја испитаника	
Пондер	Виши слој
1	Крупни предузетници
2	Ситни предузетници, нижи руководиоци, крупни пољопривредници
3	Стручњаци и samozапослени са ВСС
4	Службеници и техничари, пословође и samozапослени без ВСС
5	ВКВ И КВ радници
6	НКВ и ПКВ радници
7	Ситни пољопривредници

На основу пондерисаног индекса друштвеног положаја испитаника, конципирана је скала структурног потенцијала (табела 2).

Табела 2: Скала структурног потенцијала			
Класно-слојна припадност	Потенцијал		
Елита		Виша класа – власници крупног капитала	1,00 – 1,86
		Ситни предузетници	1,87 – 2,72
Средња класа	<i>Висок</i>	Стручњаци	2,73 – 3,58
	<i>Средњи</i>	Службеници и техничари	3,59 – 4,44
	<i>Низак</i>	ВКВ и КВ радници	4,45 – 5,31
Радничка класа		НК и ПКВ радници	5,32 – 6,17
		Ситни пољопривредници	6,18 – 7,00

Пондерисањем података о материјалном положају домаћинства¹, добијен је пондерисани индекс материјалног положаја домаћинства (табела 3).

Табела 3: Пондерисани индекс материјалног положаја домаћинства	
Пондер 1	Виши
Пондер 2	Виши средњи
Пондер 3	Средњи
Пондер 4	нижи средњи
Пондер 5	Нижи

¹ Подаци о материјалном положају су и операционализовани према методологији коју користе Слободан Цвејић и Марија Бабовић.

На основу пондерисаног индекса материјалног положаја домаћинства, конструисана је скала материјалног потенцијала домаћинства (табела 4).

Потенцијал	Положај	
Висок	Нижи средњи	1,80–2,60
Средњи	Средњи	2,60–3,40
Низак	Виши средњи	3,40–4,20

У раду су коришћени у подаци Владе Републике Србије о бруто домаћем производу по глави становника (Република Србија 2012). Са једне стране, подаци су обухватни и систематични, али са друге, ради се о показатељу који није довољно осетљив на положај домаћинства.

Основни извор података је емпиријско анкетно истраживање, које је део пројекта Изазови нове друштвене интеграције у Србији, финансирано од стране Министарства за науку, просвету и технолошки развој Републике Србије, спроведено 2012. године у Институту за социолошка истраживања Филозофског факултета у Београду, на репрезентативном узорку од 2557, од којих је за потребе овог истраживања изабрано 1366 домаћинства. Такође, користе се и статистички подаци.

Опис узорка: Узорак чини укупно 1366 домаћинства. На територији централне Србије структура насеља обухвата седам организационих нивоа и креће се од првог до седмог нивоа. На територији Војводине структура насеља обухвата осам организационих нивоа, али се креће од другог нивоа, при чему обухвата и општину Стара Пазова и село Пећинци. У области метрополског подручја, имамо узорак од 472 домаћинства, од тога 357 или 75,63% из Београда, 65 или 13,77% из Новог Сада, 33 или 6,99% из Панчева, 11 или 2,33% из Старе Пазове. Узорак не садржи домаћинства из Инђије. Из села Пећинци укључено је само 6 тј. 1,3% домаћинства метрополског подручја, али су у анализи положаја овог села коришћени статистички подаци.

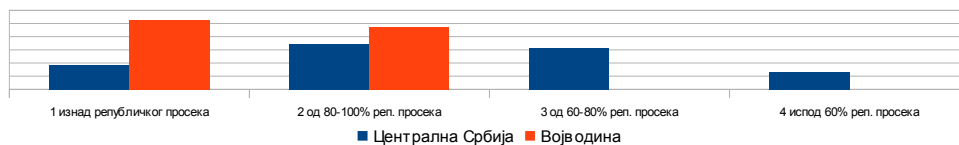
Структура узорка централне Србије и Војводине дата је у табели 5.

Табела 5: Структура узорка према нивоима територијалне организације	Централна Србија		Војводина		Укупно	
	ф	%	ф	%	ф	%
1. Центар државног и међународног значаја	357	34,83	-		357	26,13
2. Макрорегионални центри	119	11,61	65	19,06	184	13,46
3. Регионални центри	369	36,00	174	51,02	543	39,75
4. Субрегионални центри	92	8,98	32	9,38	124	9,08
5. Развијенији градски центри	19	1,85	39	11,43	58	4,25
6. Већи градски центри	17	1,66	7	2,05	24	1,76
7. Градски центри	52	5,07	7	2,05	59	4,32
8. Општина			11	3,25	11	0,81
8. Село	-	-	6	1,76	6	0,44
Укупно	1025	100	341	100	1366	100

Резултати

Према методологији Владе Републике Србије, општине Србије су подељене у пет нивоа развијености. Разврставање се врши на основу вредности бруто домаћег производа по глави становника у односу на републички просек. Градови из нашег узорка, према подацим из 2012. године, су позиционирани на прва четири нивоа, пре чему нема ни једног насеља који би се могао класификовати у најлошије развијене, девастирано насеље.

Графикон број 1: Градови Србије према нивоу развијености



У прву групу, са највишим степеном развијености, који постоји изнад републичког просека, спада 16 градова из нашег узорка, што је око једне трећине 29,09% (из централне Србије 7 или 18% Београд, Ниш, Ужице, Чачак, Крагујевац, Шабац и Пожаревац; из Војводине 8 или 47 % Нови Сад, Бачка Паланка, Врбас, Вршац, Зрењанин, Кањижа, Панчево, Суботица. У ову групу спада и село Пећинци.

У другу групу, са степеном развијености у распону од 80% до 100% републичког просека, спадају 22 града из узорка, што чини најмасовнију групу од 40%: из централне Србије 13 или 34% градова: Врање, Аранђело-

вац, Бор, Ваљево, Врњачка Бања, Зајечар, Јагодина, Крушевац, Пирот, Пожега, Смедерево, Топола и Неготин; из Војводине 9 или 52,9% градова: Бачка Топола, Бечеј, Инђија, Кикинда, Кула, Нови Бечеј, Рума, Сомбор, Сремска Митровица.

У трећу групу, коју чине недовољно развијене јединице, чији је степен развијености у распону од 60% до 80% републичког просека, спада 15 градова, што је нешто више од једне четвртине – 27,27%. Дванаест или 31,6% је из централне Србије Бајина Башта, Велика Плана, Димитровград, Краљево, Лесковац, Лозница, Нови Пазар, Оџаци, Параћин, Прокупље, Смедеревска Паланка, Ћуприја. Из Војводине овде спадају три града или 17,6%, а то су Бела Црква, Жабал и Ковин.

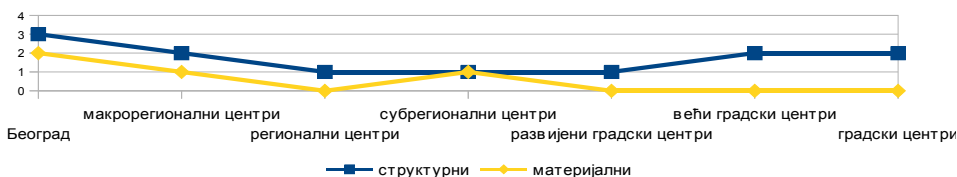
У четвртој групи изразито недовољно развијених градова са степеном развијености испод 60% републичког просека нема градова из Војводине, већ само 5 или 13% градова: Књажевац, Куршумлија, Лебане, Нова Варош и Сјеница.

Деформације и конфузија развојних потенцијала централне Србије и Војводине

Дистрибуција структурног потенцијала на територији централне Србије показује да су произведени социопросторни ризици, који говори о снажним деформацијама и конфузији. Постоји недовољност структурног потенцијала у целој хијерархији градских насеља: само Београд има висок структурни потенцијал, док чак на три нивоа (код регионалних, субрегионалних и развијених градских центара) постоји драматичан пад до ниског нивоа. Евидента је неусклађеност и неконзистентност варијација између материјалног потенцијала домаћинства и структурног потенцијала. На три највиша нивоа територијалне организације (у Београду, макрорегионалним и регионалним центрима) средња класа је довољно развијена, мада релативно осиромашена, због неусклађености између структурног и материјалног положаја.

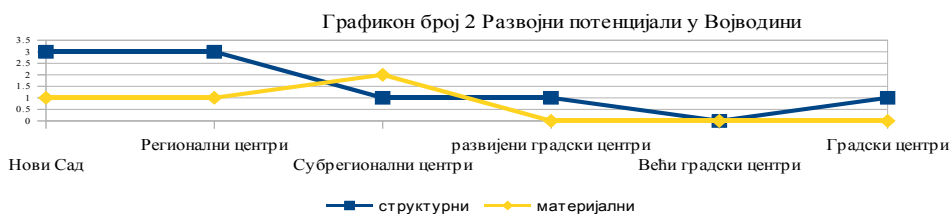
Такође варијација структурног потенцијала није у складу са варијацијом територијалне организације, тако да се формирало цело подручје неконзистентно ниског структурног потенцијала.

Графикон број 1: Развојни потенцијали у централној Србији



Ова тачка урушавања структурног потенцијала се налази на сувише високом нивоу територијалне организације, већ код регионалних центара, чиме се производи велика неуједначеност социопросторног развоја. Такође, подручје драматичног урушавања структурног потенцијала је сувише широко, обухвата чак три тачке територијалне организације (регионалне, субрегионалне и развијене градске центре), које су позициониране на самој средини хијерархије, и ствара специфичну високоризичну социопросторну област. Ове варијације показују системску конфузност између територијалне организације и структурног потенцијала. Ова конфузија делује као развојни ризик, који урушава подстицање развоја градова који могу да остваре позитиван утицај на стварање противтеже снажним поларizacionим утицајима агломерације Београда, и производи неуравнотеженост хијерархијско-просторне структуре градских центара.

Дистрибуција материјалног потенцијала домаћинства на територији централне Србије такође показује да је произведен двоструки ризик, који говори о снажним деформацијама и конфузији. Као прво, постоји велика *девастација материјалног потенцијала домаћинства* у целој хијерархији градских насеља: чак ни Београд нема висок материјални потенцијал домаћинства, док чак на четири нивоа (код регионалних, развијених градских, већих градских и градских центара) постоји драматичан пад до нивоа девастације. Као друго, варијација материјалног потенцијала домаћинства није у складу са варијацијом територијалне организације, тако да подаци говоре о великој осиромашености домаћинства.

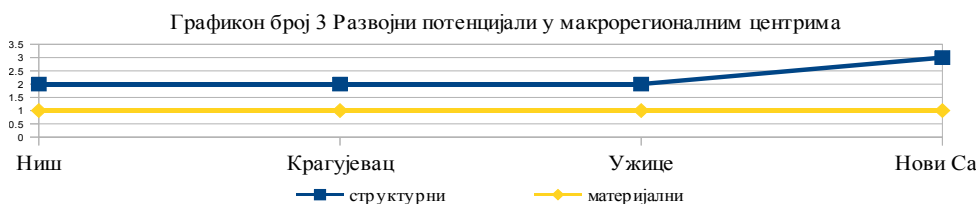


На територији Војводине, на врху територијалне организације (у Новом Саду и код регионалних центара) такође постоји релативна довољност структурног потенцијала, али уз неизбежну и системску осиромашеност средње класе. Међутим, већ код субрегионалних центара постоји нагли пад структурног потенцијала, чак до ниског нивоа развијености. У Војводини постоји испреплетеност и конфузија структурног и материјалног потенцијала. На нивоу субрегионалних центара долази до раста материјалног потенцијала без раста структурног потенцијала. Код већих градских центара Војводине, произведен је најснажнији ризик: потпуна материјална и структурна девастација.

Недовољна развијеност и осиромашеност средње класе у макрорегионалним центрима

На овом нивоу територијалне организације, издваја се Нови Сад, као једини макрорегионални који има високо развијен структурни потенцијал. Са друге стране, у овом граду имамо највећи несклад између материјалног и структурног потенцијала и највиши степен осиромашености средње класе.

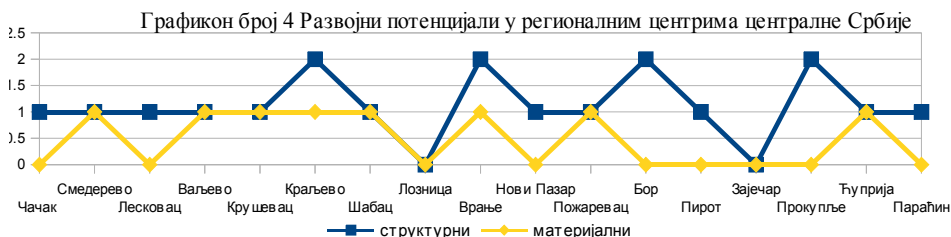
У осталим градовима, средње развијени структурни потенцијал је потпуно недовољан и апсолутно развојно ризичан. На тај начин, социопросторни ризик и искљученост из развојних процеса је позициониран на самом врху територијалне организације.



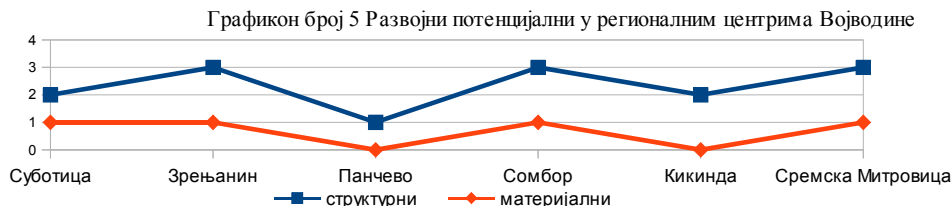
Положај макрорегионалних центара централне Србије је у социопросторном смислу ризичан, због инконзистенције између структурног потенцијала и нивоа територијалне организације и ризика од постојања осиромашене, и онако слабо развијене, средње класе у свим градовима на овом нивоу.

Неразвијеност и унутаррегионалне неусклађености у конципирању средње класе у ризичној зони регионалних центара

Само на појединим тачкама структурни потенцијал је релативно задовољавајући (Краљево, Врање, Бор, Прокупље). Међутим, већина регионалних центара, чак једанаест (Чачак, Смедерево, Ваљево, Лесковац, Крушевац, Шабац, Нови Пазар, Пожаревац, Пирот, Ћуприја и Параћин) има низак структурни потенцијал. Чак два града (Лозница и Зајечар) су у веома ризичном положају потпуне и апсолутне структурне и материјалне девастације.



Такође, постоји снажна неуједначеност структурног и материјалног потенцијала. У већини случајева, структурни потенцијал је јаче развијен од материјалног и говори о осиромашеној средњој класи углавном у свим градовима у којима је конципирана, као у Краљеву, Врању, Новом Пазару, Бору, Пироту, Прокупљу, Параћину.

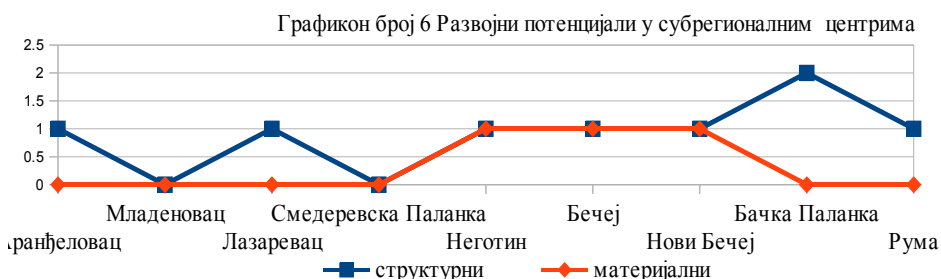


Регионални центри Војводине су добар пример развијености структурног потенцијала, али и великог јаза између структурног и материјалног ресурса и осиромашене срење класе. Високо развијен структурни потенцијал постоји у три града (Зрењанин, Сомбор и Сремска Митровица), чак два (Суботица и Кикинда) имају средње развијен, а само Панчево има неразвијену средњу класу. Међутим, несклад између структурног и материјалног говори поново о материјалној девастацији средње класе.

Субрегионални центри – изузетно ризична социопросторна област

Субрегионални центри централне Србије су, са просечним неразвијеним структурним потенцијалом, почетна тачка *изузетно ризичне социопросторне области* централне Србије. На скоро свим тачкама постоји потпуна материјална девастација. Социопросторни ризик максималне девастације најснажније делује у Младеновцу и Смедеревској Паланци

У развојним потенцијалима предњаче субрегионални центри Војводине. Бачка Паланка се истиче како по средње развијеном структурном потенцијалу, тако и по великом и нелогичном јазу између њега и ниско развијеног материјалног потенцијала, који говори о осиромашеној средњој класи.

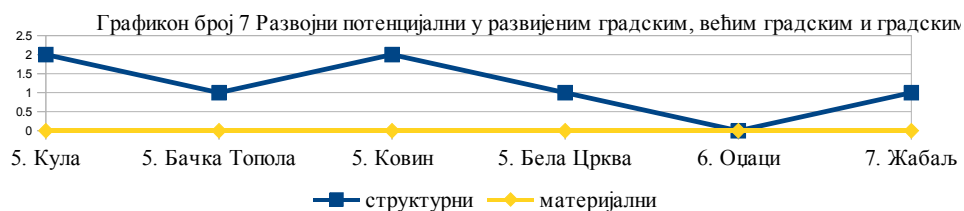


Максимум развијености структурног потенцијала на овом територијалне организације је на ниском нивоу, што је потпуно погубно за социјални развој и чиме су субрегионални центри централне Србије налазе у положају искључености из развојних процеса. Материјални потенцијал практично не постоји, и сведочи о скоро потпуној материјалној девастацији домаћинства на овом нивоу територијалне организације Војводине.

Развојни потенцијали развијених градских, већих градских и градских центара

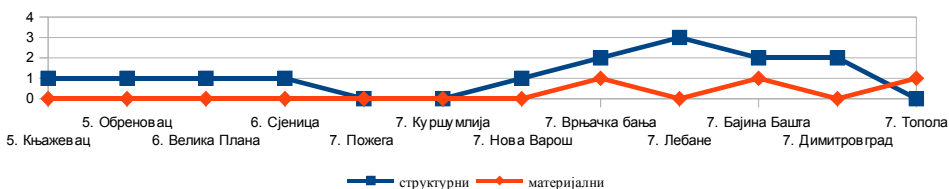
У развојим потенцијалима развијених градских центара Војводине, постоји евидентан ризик – велики јаз између релативно развијеног структурног и потпуно неразвијеног материјалног потенцијала, тј. осиромашена средња класа. Релативно је висок, али и неуједначен, структурни потенцијал, при чему се по висини развијености издвајају Кула и Ковин. Потпуну девастацију на нивоу већих градских центара, о чему је већ било речи, овде видимо у Оџацима.

На територији централне Србије, постоји развојна неуједначеност и инверзија између структурног потенцијала и нивоа територијалне организације. Наиме, структурни потенцијал је слабије развијен у развијеним и већим градским центрима него у градским центрима. Са друге стране, у оквиру градских центара структурни потенцијал је неуједначено развијен и варира од потпуно неразвијеног до средње развијеног. Постоји и несклад међу потенцијалима који у већини градова производи осиромашену средњу класу.



Јаз између структурног и материјалног потенцијала постоји скоро на свим тачкама, с тим што је максималан у Лебанима. Места потпуне развојне девастације су већи градски центри Пожега и Куршумлија. У Тополи постоји инверзан јаз између потенцијала: материјални потенцијал домаћинства је развијенији од структурног.

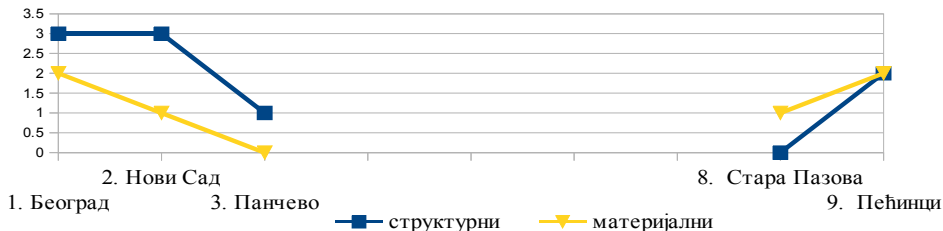
Графикон број 8 Развојни потенцијали у развијеним градским, већим градским и градским центрима централне Србије



Метрополско подручје: ка комерцијализацији простора

Метрополско подручје поседује врло специфичну неуједначеност и поларизованост територијалне организације: у њему се налазе три насеља са самог врха територијалне организације: Београд као међународни и државни центар, Нови Сад као макрорегионални центар и Панчево као регионални центар, са једне стране, и два насеља са самог дна хијерархије територијалне организације: Стара Пазова и село Пећинци. Између та два територијално-организациона екстрема, постоји велики територијално организациони прекид, од чак четири организациона нивоа: ово подручје уопште не садржи субрегионалне центре, развијене градске, веће градске, као ни градске центре.

Графикон број 9 Развојни потенцијали у метрополском подручју



Спона између ова два супротна пола територијалне организације је специфичан територијални положај, који омогућава активацију овог подручја као комерцијалног, пословног простора и његово укључивање и токове светског капитала. Специфичан положај у простору је пре свега добар географски положај, близина главног града, добра повезаност са саобраћајном инфраструктуром, ауто-путем и аеродромом, која представља саобраћајну везу са земљама центра светског система.

И поред поларизације територијално-организационог типа, у развијеним потенцијалима постоји социопросторна инконзистенција. Наима између нивоа територијалне организације и развојних потенцијала велика нелогичност и противуречност. О ситуацији на врху територијалне организације (Београд, Нови Сад, Панчево) већ је било речи, тако да ће овде пажа бити концентрисана на однос који постоји између постојећих полова територијалне организације. На доњем нивоу територијалне организације

налази се село Пећинци, али оно се ни у ком случају не налази на дну по развојним потенцијалима. Скоро да је супротно, јер је у материјалном смислу толико одскочило да се достигло и сам Београд: оба насеља имају средњи ниво развијености материјалног потенцијала домаћинстава. У складу са тим, село Пећинци је престижно макрорегионални центар Нови Сад по нивоу материјалног развоја домаћинстава, чиме ова територија показује специфичну развојну инверзију: насеље са самог дна територијалне хијерархије је по економском расту престижно макрорегионални центар и сасвим достигло Београд.

По развијености структурног потенцијала у метрополском подручју и даље имају примат велики градови са врха територијалне хијерархије. Међутим, село Пећинци је изнад Панчева и Старе Пазове, што такође представља развојну инверзију.

Посебно је занимљива чињеница да у селу Пећинци имамо јединствен случај: једино на овом месту у целој територијално-организационој структури Србије, постоји врло значајна стабилизација оба развојна потенцијала на нивоу који је релативно повољан и недостижан и за већину градова, а за Пећинце је скоро револуционаран. У једином селу у метрополском подручју имамо чак средње развијену и материјално стабиллизовану средњу класу.

Ово је тачка велике развојне трансформације, у којој је за кратко време дошло је до промене критеријума конципирања простора, до брзе и веома успешног превазилажења социјалистичког и афирмације тржишног критеријума конципирања простора. Село Пећинци се на светском тржишту пласирало као пословно-комерцијалан простор, који је у време глобализације најдинамичнији развојни фактор. И даље, дошло је до врло специфичног феномена, који је врло редак, до својеврсне рурализације комерцијалног садржаја.

Село Пећинци, према статистичким подацима, има веома добре развојне капацитете. Наиме, и поред високог учешћа пољопривредног становништва (24%) има изузетно високо учешће приватних предузетника (мереног бројем лица која самостално обављају делатност и лица која су запослена код њих). Наиме, учешће приватних предузетника у селу Пећинци је на истом нивоу као и у Београду – 41%, што је више од макрорегионалних и регионалних центара (Ниша, Лесковца, Врања) (Милетић-Степановић, Рајковић 2012). Ова висока укљученост у предузетничку делатност резултирала је економским растом: село Пећинци има веома добру финансијску укљученост (мерену просечном платом), и најмање незапослених на 1000 становника: у бољем положају је само Београд, док су иза овог села макрорегионални и регионални центри Ниш, Лесковац и Врање (Милетић-Степановић, Рајковић 2012). Од посебног је значаја да у овом селу постоји и врло значајно улагање у социјални развој: село Пећинци има највиши ниво улагања у основно образовање по ученику у целој Србији, виши чак и од Београда (Милетић-Степановић, Рајковић 2012).

На тај начин је очигледно конципиран нови, постсоцијалистички образац усклађивања комерцијалних и социјалних интереса.

Закључак

Процес развоја неразвијености друштва Србије произвео је специфичну структурну промену полупериферије – урушавање средње класе.

Деформације и конфузија развојних потенцијала постоје на целој територији и централне Србије и Војводине. На три највиша нивоа територијалне организације (у Београду, макрорегионалним и регионалним центрима) средња класа је довољно развијена, мада релативно осиромашена, због неусклађености између структурног и материјалног положаја. На територији Војводине, на врху територијалне организације (у Новом Саду и код регионалних центара) такође постоји релативна довољност структурног потенцијала, али уз неизбежну и системску осиромашеност средње класе. Међутим, већ код субрегионалних центара постоји нагли пад структурног потенцијала, чак до ниског нивоа развијености.

Варијација структурног потенцијала није у складу са варијацијом територијалне организације централне Србије, тако да се формирало цело подручје неконзистентно ниског структурног потенцијала, чиме се производи велики неуједначеност социопросторног развоја. Подручје које је обухваћено ниским структурним потенцијалом обухвата чак три тачке територијалне организације (регионалне, субрегионалне и развијене градске центре), које су позициониране на самој средини хијерархије и ствара специфичну високоризичну социопросторну област.

Варијације показују системску конфузност између територијалне организације и структурног потенцијала. Ова конфузија урушава развојну снагу градова који могу да остваре позитиван утицај на стварање противтеже снажним поларизационим утицајима агломерације Београда, и производи неуравнотеженост хијерархијско-просторне структуре градских центара. У макрорегионалним и регионалним центрима такође постоје ризици у виду недовољно развијене и осиромашене средње класе.

Посебно занимљива ситуација постоји у метрополском подручју. У селу Пећинци имамо јединствен случај рурализације комерцијалног садржаја, која је произвела стабилизацију развојних потенцијала на релативно повољном нивоу. Оваква ситуација говори о креирању новог, постсоцијалистичког обрасца усклађивања комерцијалних и социјалних интереса. Парадоксално, средња класа је у ризичној позицији у градовима, али се развија у селу у метрополском подручју.

Социопросторни развојни ризици оставили су последице на уједначеност развоја и социјалну кохезију у мрежи градова у Србији, који прете одрживом и уједначеном социопросторном развоју. Структурни потенцијал у мрежи градова није развијен, тако да је мрежа градова без развијене средње класе. На тај начин, долази до поремећаја у конципирању и потенцијалу

средње класе, који производе неодрживост социопросторног развоја, уносе ризике у развој мреже градова, повећавају регионалну неравнотежу и поларизацију, уносе дисбаланс и конфузију у просторну структуру, ремете полицентричност развоја, слабе улогу средњих и малих градова.

Литература

- Бацковић 2005: V. Backović, *Evropski gradovi u postsocijalističkoj transformaciji*, Београд, *Sociologija*, бр. 1, 27–44.
- Благојевић-Хјусон 2012: М. Благојевић-Хјусон, Теоријски оквир, у: *Жене и мушкарци у Србији: Шта нам говоре бројеви?*, Београд: Програм Уједињених нација за развој, 13–26.
- Бурдје 1999: P. Bourdieu, *Signalna svetla*, Београд: Zavod za udžbenike.
- Вујошевић 2010: М. Vujošević, *Postsocijalistička tranzicija u Srbiji u teritorijalni kapital Srbije*, Београд: IAUS.
- Милетић-Степановић, Рајковић 2012: В. Милетић-Степановић, Ј. Рајковић, Утицај планирања и уређења коридора Ниш – граница Републике Македоније на социјални развој, у: ур. М. Грчић, М. Милинчић: *Проблеми и изазови савремене географске науке и наставе*, Београд: Универзитет у Београду, Географски факултет, 555–565.
- Митровић 2004: Lj. Mitrović, *Strategija zavisne modernizacije i proizvodnja društva poluperifernog kapitalizma na Balkanu*, у: *Put u zavisno društvo*, Niš: Sven, 11–29.
- Република Србија 2010: Република Србија, *Просторни план Републике Србије 2010–2014–2021 (нацрт)*, Београд: Министарство животне средине и просторног планирања, Републичка агенција за просторно планирање.
- Република Србија 2011: *Општине и региони у Републици Србији*, Београд: Републички завод за статистику.
- Република Србија 2012: *Уредба о утврђивању јединствене листе развијености региона и јединица локалне самоуправе за 2012. годину*, Београд: Службени гласник РС бр. 107.
- Сикора 1998: L. Sykora, *Commercial Property Development in Budapest, Prague and Warsaw*, in: Enyedi, G. (ed.) *Social Change and Urban Restructuring in Central Europe*, Budapest: Akademiai Kiado.
- Сикора 1999: L. Sykora, *Changes in the Internal Spatial Structure of Post-communist Prague*, *GeoJournal*, Vol. 49, No. 1.
- Тошић 2003: I. Tosics, *City Development in Central and Eastern Europe since 1990*, in: Hamilton & Dimitrowska-Andrews (eds.) *Globalization and Transformation in Eastern and Central European Cities*, Tokyo: The United Nations University.

Резиме

Трећи том зборника *Наука и глобализација* доноси радове из математике, физике, информатике и географије. Ови радови, укупно њих 33, презентовани су научном скупу *Наука и глобализација* одржаном 17-19. маја 2013. године на Филозофском факултету Пале. Радови који се објављују прошли су рецензије и представљају дио излагања поднесених на овом скупу.

Уводни рад је изложен као дио пленарног предавања и одлично репрезентује значај глобалног умрежавања за све апсекте науке и наставе на универзитету.

Радови из области математике спадају у различите сфере ове сложене научне дисциплине. Посебан одјељак у овој групи представљају радови из методике математике који су сагледани са аспекта утицаја глобализацијских процеса, што је случај и са радовима из физике.

Сви радови из области географије посвећени су несумњивом утицају глобализацијских процеса на ову област и на наставни процес који је прати.

Ова свеска другог тома зборника посвећеног природно-математичким наукама која садржи тридесет и три рада одличан је показатељ инспиративности теме скупа и његове поливалентности у различитим научним дисциплинама.

Summary

The third tome of proceedings *Science and Globalization* brings papers in mathematics, physics, computer science and geography. These papers, a total of 33, are presented at the conference *Science and Globalization* held at the Faculty of Philosophy Pale, from 17th to 19th May, in 2013. Papers that are published have undergone reviews and are a part of the papers presented at the conference.

The opening paper was presented as a part of the plenary lecture and represents the importance of global networking for all the aspect of science and teaching at the university. Papers in the field of mathematics belong to different spheres of the complex scientific discipline. A special section in this group are the papers of the methodology of mathematics seen in terms of the impact of globalization processes, as is the case with the papers on physics.

All papers in the field of geography are devoted to the undoubted influence of globalization processes in this area, and the learning process that follows it.

This volume of the second tome of proceedings dedicated to the natural sciences and mathematics, which includes thirty-three papers is an excellent indicator of inspirational topics from the conference and its versatility in a variety of scientific disciplines.

Садржај	
<i>Пленарно предавање</i>	5
Милорад К. Бањанин ГЛОБАЛНЕ РАЧУНАРСКЕ МРЕЖЕ И ТЕХНОЛОГИЈЕ ПРЕТРАЖИВАЊА	7
<i>Секција за математику, рачунарство и физику</i>	31
Мирко Р. Дејић МАТЕМАТИЧКИ И МЕТОДИЧКИ ПОЧЕЦИ КОД СРБА	33
Мирела Р. Мрђа Ненад С. Петровић ПОВЕЋАЊЕ ИНТЕРАКТИВНОСТИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ ПРИМЕНОМ КОНВЕНЦИОНАЛНИХ СРЕДСТАВА	49
Бојан Д. Лазић Александар В. Петојевић ПРОШИРИВАЊЕ САДРЖАЈА О РАЗЛОМЦИМА У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ	65
Душан С. Јокановић Марина Зиројевић ЗНАЧАЈ ТЕОРЕМА О ИЗОМОРФИЗМУУ НАСТАВИ УНИВЕРЗАЛНЕ АЛГЕБРЕ	79
Драгица Ц. Милинковић ПРИМЈЕНА МЕТОДА МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛОВАЊА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ	91
Мићо Д. Милетић ЗАСНИВАЊЕ ПОЈМА БРОЈА (БРОЈАЊЕ ДО ЈЕДАН)	103
Gordan I. Lovrić Žana Žanko МОТИВАЦИЈА ЗА ТИМСКИ РАД И ТИМСКА НАТЈЕСАЊА	113
Милан В. Живановић Марија С. Најдановић СПЕЦИЈАЛНИ СЛУЧАЈЕВИ ВЕЛИКЕ ФЕРМАОВЕ ТЕОРЕМЕ У СРЕДЊОЈ ШКОЛИ	129
Karmelita H. Pjanić Sanela E. Nesimović СИСТЕМ СТАВОВА УЧИТЕЛЈА О ЕФЕКТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ – ВИН ИЗМЕЂУ ИСТОКА И ЗАПАДА	141

Veselin I. Mićanović SAVREMENI TOKOVI U METODICI POČETNE NASTAVE MATEMATIKE	149
Ivica A. Boljat PEDAGOŠKI POTENCIJAL ALGORITAMSKE VIZUALIZACIJE U NASTAVI INFORMATIKE	163
Игор Ј. Солаковић Рајко М. Пећанац ОБРАЗОВНИ ВЕБ-ПОРТАЛ ЗА РАЗМЈЕНУ Е-НАСТАВНИХ МАТЕРИЈАЛА	171
Siniša R. Ignjatović MEĐUNARODNE OLIMPIJADE IZ FIZIKE	185
Љубиша Д. Нешић Вера В. Прокић ИСТРАЖИВАЊА У МЕТОДИЦИ НАСТАВЕ ФИЗИКЕ И ЊИХОВ ЗНАЧАЈ ЗА ФИЗИКУ	207
Петар В. Вуца КОРИШЋЕЊЕ PhET (PhET) СИМУЛАЦИЈА У НАСТАВИ ФИЗИКЕ – ИНТЕРАКТИВНО УЧЕЊЕ	219
Сања М. Маричић Крстивоје М. Шпијуновић РАД СА УЧЕНИЦИМА ПОТЕНЦИЈАЛНО ДАРОВИТИМ ЗА МАТЕМАТИКУ У УСЛОВИМА ИНКЛУЗИВНОГ ОБРАЗОВАЊА	229
Александра М. Михајловић Ненад Р. Вуловић ПРИЛАГОЂАВАЊЕ НАСТАВНИХ САДРЖАЈА МАТЕМАТИКЕ ЦИЉЕВИМА МОДЕРНОГ ДРУШТВА	241
Ивана Р. Јовановић, Весна В. Миленковић СТВАРАЛАЧКО ЗНАЊЕ И КРЕАТИВНОСТ УЧЕНИКА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ	257
Јелена Н. Бозало КООРДИНАТИВНЕ ВРИЈЕДНОСТИ УЏБЕНИКА МАТЕМАТИКЕ У РАЗРЕДНОЈ НАСТАВИ	271
Александра Н. Мандић САВРЕМЕНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ У ПЛАНИРАЊУ И РЕАЛИЗАЦИЈИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ	283
Radoje V. Šćepanović PRIMJENA TEOREME O NEPOKRETNOSTI ТАЌКИ U NASTAVI MATEMATIKE	295

Маријана Ж. Зељић ИКОНИЧКО ПРЕДСТАВЉАЊЕ КАО ИЗВОР ЗНАЧЕЊА АЛГЕБАРСКИХ ПОЈМОВА	303
Дејан Р. Димитријевић ФИЗИКАЛИЗАМ И ЊЕГОВА ОГРАНИЧЕЊА У ЕРИ ГЛОБАЛИЗАЦИЈЕ	319
<i>Секција за географију</i>	333
Riste C. Temjanovski TRANSPORT INFRASTRUCTURE, VITAL COMPONENT IN THE PROCESS OF EUROPEAN INTEGRATION OF THE WESTERN BALKANS	335
Miroslav M. Doderović Dragomir M. Kićović PLANIRANJE PROSTORA U CRNOJ GORI I GLOBALIZACIJA	347
Мариана Г. Лукић Тановић ПРОЦЕС СТАРЕЊА СТАНОВНИШТВА СА ОСВРТОМ НА СТАРЕЊЕ СТАНОВНИШТВА ГРАДА ИСТОЧНО САРАЈЕВО	357
Милан С. Миловановић Дејан С. Китановић ТУРИСТИЧКО-ГЕОГРАФСКИ ПРИКАЗ НИШКЕ БАЊЕ	369
Бранислав Ј. Драшковић РИЈЕКА КАСИНДОЛКА – ПОТАМОЛОШКА СТУДИЈА	383
Александра А. Ђурић-Здравковић Мирјана М. Јапунца-Милисављевић НАСТАВНИЧКА ПОДРШКА КАО ДЕТЕРМИНАНТА САВЛАДАВАЊА ПРОГРАМА ГЕОГРАФИЈЕ КОД УЧЕНИКА СА ЛАКОМ ИНТЕЛЕКТУАЛНОМ ОМЕТЕНОШЋУ	397
Љиљана Б. Митић Драгана Љ. Станојевић ДОПРИНОС ГЛОБАЛИЗАЦИЈЕ ФУНКЦИЈИ ЗАШТИТЕ НЕПОСРЕДНЕ ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ	413
Љубица М. Рајковић ПОЛАРИЗАЦИЈА ДРУШТВА СРБИЈЕ КАО ПОСЛЕДИЦА ГЛОБАЛИЗАЦИЈЕ	429
Весна Б. Милетић-Степановић РИЗИЦИ ОДРЖИВОГ СОЦИОПРОСТОРНОГ РАЗВОЈА СРБИЈЕ НА ПОЛУПЕРИФЕРИЈИ СВЕТСКОГ КАПИТАЛИЗМА	449

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна и универзитетска библиотека
Републике Српске, Бања Лука

НАУЧНИ скуп Наука и глобализација (2013 ; Пале)

Наука и глобализација : зборник радова са научног скупа
(Пале, 17-19. мај 2013) / [главни уредник Владимир
Милисављевић]. - Источно Сарајево : Филозофски факултет, 2014
(Пале : Dis company). - 467 стр. : илустр. ; 25 цм. - (Посебна издања
Научни скупови. Природно-математичке науке ; књ. 8. том 3)

Текст ћир. и лат. - Тираж 300. - Библиографија уз сваки рад. -
Summary.

ISBN 978-99938-47-61-8

3/5:001(082)

COBISS.RS-ID 4281880